



全国教育科学“十一五”规划课题研究成果

大学数学系列教材

微积分

(经管类)(上册)

主 编 张 彤 徐延安
副主编 施晓燕 楼 敏
曾平安



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

全国教育科学“十一五”规划课题研究成果
大学数学系列教材

微 积 分

Weijifen

(经管类)

(上册)

主 编 张 彤 徐延安

副主编 施晓燕 楼 敏 曾平安



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书是全国教育科学“十一五”规划课题研究成果之一,是按照教育部关于独立学院培养“本科应用型高级专门人才”的指示精神,面向独立学院经济管理类专业而编写的微积分课程教材。

全书共十一章,分上、下两册。本书是上册,主要包括函数、极限与连续,导数与微分,微分中值定理与导数的应用,不定积分,定积分及其应用等内容。每章后附有数学文化或数学建模的内容,书末附三个附录及习题答案与提示。

本书可作为独立学院经济类、管理类专业微积分课程教材,也可作为其他本科院校或相关专业微积分课程的选用教材。

图书在版编目(CIP)数据

微积分:经管类.上册/张彤,徐延安主编. —北京:高等教育出版社, 2011.6

ISBN 978-7-04-031963-7

I. ①微… II. ①张… ②徐… III. ①微积分-高等学校-教材
IV. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 058366 号

策划编辑 杨 波

责任编辑 胡 颖

封面设计 赵 阳

版式设计 马敬茹

插图绘制 尹文军

责任校对 殷 然

责任印制 张泽业

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 三河市春园印刷有限公司
开 本 787×960 1/16
印 张 17.75
字 数 330 000
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2011 年 6 月第 1 版
印 次 2011 年 6 月第 1 次印刷
定 价 26.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 31963-00

大学数学系列教材编写委员会

主 任:杨志民 吴明华

副主任(按汉语拼音排序):

柴惠文 胡桂华 金义明 林仁炳
唐志丰 王志江 徐延安 张 彤
宗云南

编 委(按汉语拼音排序):

陈珍培 陈芝花 葛美宝 贺建辉 胡素芬 扈文佳
李春艳 李太勇 李小亮 刘 静 刘 伟 刘 怡
楼 敏 卢 军 莫国良 施晓燕 陶银罗 王 芬
魏艳辉 杨曼丽 姚永芳 余永清 袁中阳 曾平安
章月红 张云霞 赵雅因 周 尉 朱国清

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010)58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010)82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

序

独立学院作为中国高等教育制度创新的产物,自产生以来已走过了十几年的历程。在短短的十几年里,独立学院快速崛起,已成为我国高等教育重要组成部分,并对实现高等教育大众化、深化高等教育改革发挥了积极的推动作用。

根据教育部关于独立学院培养适应地方、区域经济和社会发展需要的“本科应用型高级专门人才”的指示精神,独立学院培养的学生既要有较系统的学科基础理论,具有一定的创新与技术革新的理论素养,又要有较强的动手能力、应用技术的能力。

大学数学课程,包括微积分、线性代数、概率论与数理统计、大学文科数学(以下统称为“大学数学系列课程”,其教材统称为“大学数学系列教材”)等,是高等学校本科生必修的基础课程,也是学生学好后继课程的基础,对实现上述培养目标起着至关重要的作用。同时,大学数学系列教材的改革和选取对保障和提高教学质量具有举足轻重的作用。

目前,绝大多数独立学院的数学教材或选用“一本”和“二本”教材,或选用高职高专教材,或自编教材。对独立学院来说,选用“一本”和“二本”教材,内容深、理论性强,不适合教学和学生学习;而选用高职高专教材,则理论过简,脱离了“本科”培养层次的要求,这显然不符合独立学院培养目标的要求。组织教材改革,编写适合独立学院特色的大学数学系列教材,是提高独立学院竞争力、实现其人才培养目标的迫在眉睫的工作。

2009年5月20日,由高等教育出版社牵头,浙江省8所独立学院(浙江工业大学之江学院、嘉兴学院南湖学院、绍兴文理学院元培学院、浙江大学城市学院、浙江工商大学杭州商学院、浙江理工大学科技与艺术学院、浙江农林大学天目学院、中国计量学院现代科技学院)和浙江树人大学的数学教学负责人齐聚杭州,举行了“独立学院数学教材研讨会”,申报“独立学院数学基础课程内容与方法改革”课题(项目编号:FIB070335-B2-12),并成立了教材编写委员会,从此拉开了浙江省独立学院大学数学系列教材改革的序幕。此后,编写委员会多次召开会议,对教材规划的制定、主参编人员的甄选和书稿评审等编写细节进行了认真地研讨,达成共识,并分工编写。

今天,由浙江省9所院校联合编写的独立学院大学数学系列教材已经准备正式出版并投入使用,这是“独立学院数学基础课程内容与方法改革”课题的一个标志性成果,相信对推动独立学院数学教学有着深远的意义。

II 序

独立学院大学数学系列教材的编写,符合在新机制、新模式下探索和创新高层次应用型人才培养的要求。编写遵循“重基础知识轻理论叙述”、“重实际应用轻抽象推导”、“重能力培养轻计算技巧”的指导原则,以独立学院的办学性质、专业特点、培养目标、教学要求为依据,深入浅出,着力提高独立学院的数学教学质量。

遵循“重基础知识轻理论叙述”的原则。独立学院大学数学系列教材体现内容的可读性和可教性,力求做到由浅入深,深入浅出,便于教学和学生自学。根据独立学院人才培养目标,教材在保留传统的数学课程知识体系的前提下,淡化抽象的数学理论,注重具体的应用,但又不失数学的本质,以激发学生的学习兴趣、提高学生的学习热情、培养学生的学习方法为突破点,介绍数学的基本知识。

遵循“重实际应用轻抽象推导”的原则。独立学院大学数学系列教材体现“实践到理论、再到实践”的认识规律,从概念的引入到具体的例子,从定理的证明到定理的应用,力求在几何和物理的实际背景中进行介绍和论述,并且给出详尽的计算方法和丰富的例题。从应用的需要出发,突出概念的本质,贯穿“问题—模型—应用”的思想,加强应用实例的分析讲解,培养学生的应用意识和能力。数学中每一个概念的诞生都来源于实践,因此我们以“解决问题”为线索,为了解决实际问题才引入一个“新”概念,向学生展示数学中概念及定理“发现”的过程。这些不仅体现了数学中的理论都是实际问题的高度抽象,更体现了数学的本质。

遵循“重能力培养轻计算技巧”的原则。独立学院大学数学系列教材对传统内容进行精简合并,删除一些烦琐和高难度的计算。教材的编写服务于独立学院应用型、外向型、复合型人才的培养模式,适合应用型本科院校的办学特色,注重独立学院学生实际应用能力和创新能力的培养,有效提升独立学院毕业生的就业核心竞争力。

独立学院大学数学系列教材的编写贯彻了为培养“应用型高级专门人才”的教学和科研服务的基本原则。主编、参编人员均为有多年独立学院教学经验、治学严谨的优秀教师。在教学上各有所长、来自不同院校的教师以高度的社会责任感,协同配合,相互探讨,相互交流,可以说独立学院大学数学系列教材的完成是所有参编教师辛勤工作的共同成果。

我们将进一步适应新形势新任务的要求,针对独立学院发展的实际需要,总结经验,不断完善和改进,努力将本系列教材打造成在全国具有一定影响力的高质量的独立学院教材。

杨志民 吴明华

2010年10月于杭州

前 言

本书是全国教育科学“十一五”规划课题研究成果之一,是面向独立学院经济管理类专业而编写的微积分课程教材。

根据独立学院“本科应用型高级专门人才”的培养目标、经济管理类专业要求和学生特点,在编写过程中,我们做了一些尝试,力求写出一些特色,主要体现在:

(1) 注重数学思想与方法的训练。如对重要概念的引入,注重其实际背景,运用几何、物理、社会、经济等领域的典型例子,阐明数学思想和方法,既表现数学与其他学科的联系,也训练学生从实例中提炼数学方法的思维方式。强调微积分在经济中的应用,增强与经济管理类专业的相关性,也训练学生运用数学知识解决实际问题的能力。

(2) 适当淡化理论,强调例题和习题的层次感。如本科微积分课程的主流教材,对极限的概念往往给出分析定义,本书在正文部分不再保留分析定义,仅给出描述性定义,从而对某些数列、基本初等函数及简单函数的极限通过观察法得到,不再苛求依据定义证明的严谨性;对部分结论也不作与定义相关的证明,只要求直观理解。同时将这些内容编排为附录 I,以满足不同层次或不同课时的需要。例题和习题覆盖面广,在题目的编选上由浅入深,循序渐进。各章另附自测题,便于学生检测。

(3) 充分注意与中学数学新课标教学内容的衔接,对数学知识作必要的补充。如增加了反三角函数、极坐标等,并将常用的三角函数公式、对数运算法则等归纳在附录 II 中,将常见的极坐标方程的图形列举在附录 III 中,以便学生查阅。

(4) 穿插数学文化和数学建模,单列数学实验章节。各章后附加数学文化或数学建模内容,作为学生课外读物,以开拓学生的视野,提升学生的学习兴趣。下册单设“MATLAB 与微积分”一章,初步介绍 MATLAB 软件,并对书中各章的部分例子用软件进行求解。

(5) 对重点、难点和注意点等采用阴影或加框予以标识,便于学生自主学习。

全书分上、下两册。上册由浙江工业大学之江学院编写,张彤统稿,方照琴、吴明华审阅,具体分工为:第一、二章由张彤执笔,第三章由施晓燕执笔,第四章由曾平安执笔,第五章由楼敏执笔;下册由绍兴文理学院元培学院编写,徐延安

II 前 言

统稿,汪文琬审阅,具体分工为:第六章由陶银罗执笔,第七章由徐延安执笔,第八章由章月红执笔,第九、十章由胡素芬执笔,第十一章由刘伟执笔。

真诚感谢本书策划编辑杨波和责任编辑胡颖,他们在成书的过程中给予了热情的支持与帮助。

还要感谢试用本书初稿的各位教师,他们在试用过程中纠正了不少错误,提出了许多宝贵的意见和建议。

由于编者水平有限,成书仓促,书中难免会有不妥之处,恳请专家、同行、读者批评指正,以期不断完善。

编 者

2010.12

目 录

第一章 函数、极限与连续	1
1.1 函数	1
1.1.1 区间与邻域(1) 1.1.2 函数及其特性 反函数(3)	
1.1.3 基本初等函数 复合函数 初等函数(10)	
1.1.4 常用经济函数(15) 习题 1.1(17)	
1.2 数列的极限	18
1.2.1 数列极限的概念(18) 1.2.2 收敛数列的性质(21) 习题 1.2(22)	
1.3 函数的极限	22
1.3.1 函数极限的概念(22) 1.3.2 函数极限的性质(27) 习题 1.3(27)	
1.4 函数极限的运算法则	28
1.4.1 函数极限的四则运算法则(28) 1.4.2 复合函数的极限运算法则(32)	
习题 1.4(33)	
1.5 两个重要极限	33
1.5.1 极限存在准则(34) 1.5.2 两个重要极限(35) 习题 1.5(38)	
1.6 无穷小与无穷大 无穷小的比较	38
1.6.1 无穷小(38) 1.6.2 无穷大(39) 1.6.3 无穷小的性质(40)	
1.6.4 无穷小的阶(40) 1.6.5 等价无穷小的替代(41) 习题 1.6(43)	
1.7 函数的连续性	44
1.7.1 函数的连续性的概念(44) 1.7.2 函数的间断点及分类(46)	
1.7.3 初等函数的连续性(49) 1.7.4 闭区间上连续函数的性质(50)	
习题 1.7(52)	
第一章总习题	53
第一章自测题	55
数学文化 函数漫谈	58
数学建模 单利和复利模型	61
第二章 导数与微分	64
2.1 导数的概念	64
2.1.1 引例(64) 2.1.2 导数的定义(65) 2.1.3 导数的几何意义(69)	
2.1.4 可导与连续的关系(70) 习题 2.1(72)	
2.2 函数的四则运算的求导法则	73
习题 2.2(76)	

II 目 录

2.3 复合函数的求导法则 初等函数的求导问题	77
2.3.1 复合函数的求导法则(77) 2.3.2 初等函数的求导问题(79) 习题 2.3(80)	
2.4 高阶导数	81
习题 2.4(84)	
2.5 隐函数与参数式函数的导数	84
2.5.1 隐函数的导数(84) 2.5.2 参数式函数的导数(87) 习题 2.5(88)	
2.6 微分	89
2.6.1 微分的定义(89) 2.6.2 函数可微的充要条件及微分的计算表达式(90)	
2.6.3 微分的几何意义(92) 2.6.4 基本初等函数的微分公式与微分运算法则(92)	
2.6.5 微分在近似计算中的应用(96) 习题 2.6(97)	
第二章总习题	98
第二章自测题	100
数学文化 微积分的诞生	103
第三章 微分中值定理与导数的应用	108
3.1 微分中值定理	108
3.1.1 罗尔(Rolle)定理(108) 3.1.2 拉格朗日(Lagrange)中值定理(110)	
3.1.3 柯西(Cauchy)中值定理(112) 习题 3.1(113)	
3.2 洛必达法则	113
3.2.1 $\frac{0}{0}$ 型未定式(114) 3.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式(115)	
3.2.3 其他类型的未定式(116) 习题 3.2(118)	
3.3 函数的单调性与极值	119
3.3.1 函数的单调性(119) 3.3.2 函数的极值(121) 习题 3.3(125)	
3.4 函数的最大值与最小值	125
3.4.1 连续函数在闭区间上的最大值与最小值(125)	
3.4.2 实际问题中的最大值与最小值(127) 习题 3.4(128)	
3.5 曲线的凹凸性与拐点	129
习题 3.5(132)	
3.6 函数图形的描绘	132
习题 3.6(134)	
3.7 导数在经济学中的应用	134
3.7.1 边际分析(134) 3.7.2 弹性分析(138) 习题 3.7(141)	
第三章总习题	141
第三章自测题	144
数学文化 罗尔、拉格朗日与柯西	146
数学建模 最优价格模型	150
第四章 不定积分	152

4.1 不定积分的概念、性质与基本积分公式	152
4.1.1 原函数与不定积分的概念(152) 4.1.2 基本积分公式表(154)	
4.1.3 不定积分的性质(155) 4.1.4 直接积分法(156) 习题 4.1(157)	
4.2 第一类换元积分法	158
习题 4.2(165)	
4.3 第二类换元积分法	166
习题 4.3(170)	
4.4 分部积分法	170
习题 4.4(174)	
4.5 (简单)有理函数的积分	175
4.5.1 有理函数(175) 4.5.2 有理函数的积分(177) 习题 4.5(178)	
第四章总习题	178
第四章自测题	180
数学文化 数学危机	182
第五章 定积分及其应用	187
5.1 定积分的定义	187
5.1.1 引例(187) 5.1.2 定积分的定义(189) 5.1.3 函数可积的条件(190)	
5.1.4 定积分的几何意义(192) 习题 5.1(193)	
5.2 定积分的性质	193
习题 5.2(197)	
5.3 微积分基本公式	198
5.3.1 积分上限函数的定义及性质(198) 5.3.2 牛顿-莱布尼茨公式(201)	
习题 5.3(203)	
5.4 定积分的计算法	204
5.4.1 定积分的凑微分法(205) 5.4.2 定积分的第二类换元积分法(205)	
5.4.3 定积分的分部积分法(207) 5.4.4 定积分计算的几个简化公式(208)	
习题 5.4(212)	
5.5 反常积分	213
5.5.1 无穷区间上的反常积分(213) 5.5.2 无界函数的反常积分(216)	
习题 5.5(219)	
5.6 定积分的几何应用	219
5.6.1 定积分的微元法(219) 5.6.2 平面图形的面积(220)	
5.6.3 旋转体的体积(226) 习题 5.6(228)	
5.7 定积分在经济学中的应用	228
5.7.1 由边际函数求原经济函数(229) 5.7.2 由边际函数求最优问题(230)	
习题 5.7(231)	
第五章总习题	232

IV 目 录

第五章自测题	234
数学文化 数学与经济	236
数学建模 经济订货批量公式(EOQ 公式)模型	239
附录 I 极限的分析定义及若干结论的证明	242
附录 II 常用三角函数公式与其他常用公式	249
附录 III 常用极坐标方程的曲线	251
习题答案与提示	254
参考文献	271

第一章

函数、极限与连续

函数是数学的基本概念之一,是微积分研究的主要对象. 极限是微积分的理论基础,极限方法是研究函数的一种基本分析方法,掌握极限方法是学好微积分的基础. 连续是函数的一个重要性态. 本章将介绍函数、极限与函数的连续性等基本内容.

►► 1.1 函数

▷▷ 1.1.1 区间与邻域

在日常生活和经济活动中,会遇到各种不同的量. 有些量在变化过程中保持不变,我们称之为常量,通常用字母 a, b, c 等表示;有些量在某一变化过程中可取不同值,我们称之为变量,常用字母 x, y, z, t, u 等表示,其取值范围可以用集合来表示.

区间和点的邻域是常用的一类实数集.

1. 区间

设 a 和 b 为两个实数,且 $a < b$,实数集 $\{x | a < x < b\}$ 称为开区间,记为 (a, b) ,即

$$(a, b) = \{x | a < x < b\}.$$

实数集 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 称为闭区间,记为 $[a, b]$,即

$$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}.$$

类似地,

$$[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$$

与

$$(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$$

称为半开半闭区间. 这些区间称为有限区间, a 和 b 称为区间的端点. 在几何上, 它们都可以用数轴上长度有限的线段来表示, 如图 1-1-1(a)与(b)分别表示开区间 (a, b) 与闭区间 $[a, b]$.

引入记号 $+\infty$ (读作“正无穷大”)及 $-\infty$ (读作“负无穷大”), 可类似地表示无限区间. 例如,

$$(a, +\infty) = \{x | x > a\}$$

与

$$(-\infty, b] = \{x | x \leq b\}.$$

这两个无限区间在数轴上如图 1-1-1(c)与(d)所示.

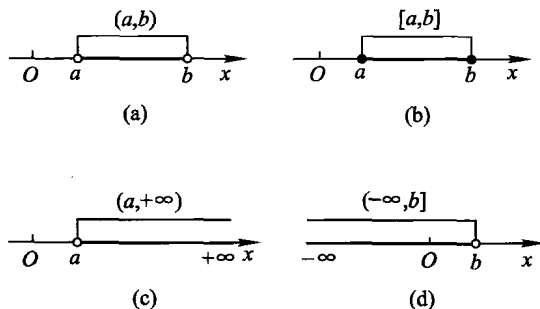


图 1-1-1

全体实数的集合 $\mathbf{R}$ 也可表示为无限区间 $(-\infty, +\infty)$.

当不需要特别辨明区间有限或无限、是否包含端点时, 我们将它简称为“区间”, 并常用 I 表示.

2. 邻域

设 δ 是任一正数, 则开区间 $(a-\delta, a+\delta)$ 称为点 a 的 δ 邻域, 记作 $U(a, \delta)$, 即

$$U(a, \delta) = (a-\delta, a+\delta) = \{x | a-\delta < x < a+\delta\}.$$

点 a 称为该邻域的中心, δ 称为该邻域的半径 (图 1-1-2).

由于 $a-\delta < x < a+\delta$ 可表示为 $|x-a| < \delta$,

因此

$$U(a, \delta) = \{x | |x-a| < \delta\}.$$

由此可知, 在几何上 $U(a, \delta)$ 表示: 与点 a 的距离小于 δ 的点 x 的全体.

如不强调邻域的半径, 则以点 a 为中心的邻域记作 $U(a)$.

有时用到的邻域需要把邻域的中心去掉, 点 a 的 δ 邻域 $U(a, \delta)$ 去掉中心 a 后, 称为点 a 的去心 δ 邻域, 记作 $\dot{U}(a, \delta)$, 即

$$\dot{U}(a, \delta) = (a-\delta, a) \cup (a, a+\delta)$$

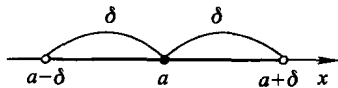


图 1-1-2

$$=\{x|0<|x-a|<\delta\}.$$

为了方便,开区间 $(a-\delta,a)$ 称为点 a 的左 δ 邻域,开区间 $(a,a+\delta)$ 称为点 a 的右 δ 邻域.

▷▷ 1.1.2 函数及其特性 反函数

1. 函数的概念

(1) 函数的定义

定义 1.1.1 设非空数集 $D \subset \mathbf{R}$, 若对每一个 $x \in D$, 按照一定的对应法则 f , 总有唯一的 $y \in \mathbf{R}$ 与之对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作

$$y=f(x), \quad x \in D,$$

其中, x 称为自变量, y 称为因变量, D 称为定义域, $f(x)$ 称为与 x 对应的函数值. 因变量 y 与自变量 x 之间的这种依赖关系, 通常称为函数关系. 当 x 取遍 D 中每一个数值时, 对应的函数值的全体称为值域, 记为 $f(D)$, 即

$$f(D)=\{y|y=f(x), x \in D\}.$$

表示对应法则的记号除了 f 外, 还往往可用其他英文字母或希腊字母来表示, 如“ g ”, “ F ”, “ φ ”, “ ψ ”等. 相应地, 函数可记为 $y=g(x)$, $y=F(x)$, $y=\varphi(x)$, $y=\psi(x)$ 等, 有时还直接用因变量的记号来表示对应法则, 如记函数为 $y=y(x)$. 在同一问题中, 需用不同的记号来表示不同的函数.

(2) 函数的要素

由函数的定义可知, 定义域 D 和对应法则 f 是构成函数的两个要素, 两个函数只有在定义域、对应关系都相同时, 才是同一函数.

在讨论函数时, 必须注意函数的定义域. 若讨论的是纯数学问题, 函数的定义域约定为使数学表达式有意义的自变量的取值范围, 此时定义域又称为自然定义域. 而在实际问题中, 函数的定义域要根据问题的实际意义来确定. 例如, 函数 $y=x^2$, 当在数学上作一般讨论时, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 而若把它看作是正方形的面积 y 与边长 x 的函数关系时, 定义域就为 $(0, +\infty)$.

例 1 求函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{\ln(5-x)}$ 的定义域.

解 要使表达式有意义, 必须满足

$$\begin{cases} x-2 \geqslant 0, \\ 5-x > 0, \\ 5-x \neq 1, \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} x \geqslant 2, \\ x < 5, \\ x \neq 4. \end{cases}$$

所以,函数的定义域为 $D=[2,4)\cup(4,5)$.

(3) 函数的表示法

函数的表示法通常有三种:表格法、图像法和解析法.

例 2 某一时期银行的人民币定期储蓄存期与年利率如下表所示:

存期	三个月	六个月	一年	两年	三年	五年
年利率%	2.25	2.50	2.75	3.55	4.15	4.55

该例表明了年利率与存期之间对应的函数关系,这种表示函数关系的方法

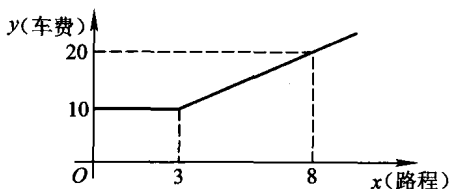


图 1-1-3

叫表格法.

例 3 某城市规定出租车收费标准如下:路程不超过 3 千米时,车费是 10 元,超过 3 千米的部分每千米加收 2 元,出租车车费与千米数的函数关系如图 1-1-3 表示.

这种表示函数关系的方法叫图像法.

表格法和图像法直观明了,而解析法简洁准确,易于运算,便于理论研究.例如, $y=\sqrt{x}$, $y=\sin 2x$ 都是用解析法来表示函数.在用解析法表示函数时,有时一个函数要用几个式子表示.这种在自变量的不同范围中用不同的数学式子来表示的函数,通常称为分段函数.例如,例 3 中,路程数 x 与费用 y 的函数关系也可用解析法表示为一个分段函数

$$y = \begin{cases} 10, & 0 < x \leq 3, \\ 10 + 2(x - 3), & x > 3, \end{cases}$$

它的定义域为 $(0, +\infty)$.

我们再来举几个分段函数的例子.

例 4 绝对值函数

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域 $D=(-\infty, +\infty)$, 值域 $f(D)=[0, +\infty)$, 图形如图 1-1-4 所示.

例 5 符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域 $D=(-\infty, +\infty)$, 值域 $f(D)=\{-1, 0, 1\}$, 图形如图 1-1-5 所示.

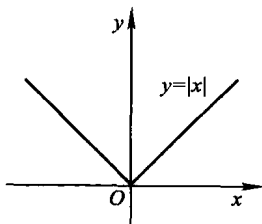


图 1-1-4