

初中数理化生

公式定理

策划总监 阳晨

图解

主 编

贺双桂
曾 刚
阳文凤
周筱芳

CHUZHONGSHULIHUASHENG
GONGSHIDINGLI
TUIJIE



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社



初中数理化生 公式定理 图解

主 编
贺双桂
曾 刚
阳文凤
周筱芳



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社

· 桂林 ·

图书在版编目(CIP)数据

初中数理化生公式定理图解 / 贺双桂等主编. —桂林:
广西师范大学出版社, 2009.7
ISBN 978-7-5633-8332-0

I. 初… II. 贺… III. ①理科(教育)—公式—初中—
教学参考资料②理科(教育)—定律—初中—教学参考
资料 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 088825 号

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市中华路 22 号 邮政编码: 541001)
(网址: <http://www.bbtpress.com>)

出版人: 何林夏

全国新华书店经销

广西师范大学印刷厂印刷

(广西桂林市临桂县金山路 168 号 邮政编码: 541100)

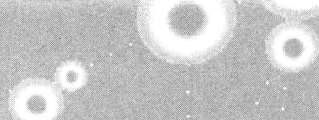
开本: 890 mm × 1 240 mm 1/32

印张: 10 字数: 468 千字

2009 年 7 月第 1 版 2009 年 7 月第 1 次印刷

印数: 00 001~30 000 册 定价: 18.50 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系调换。

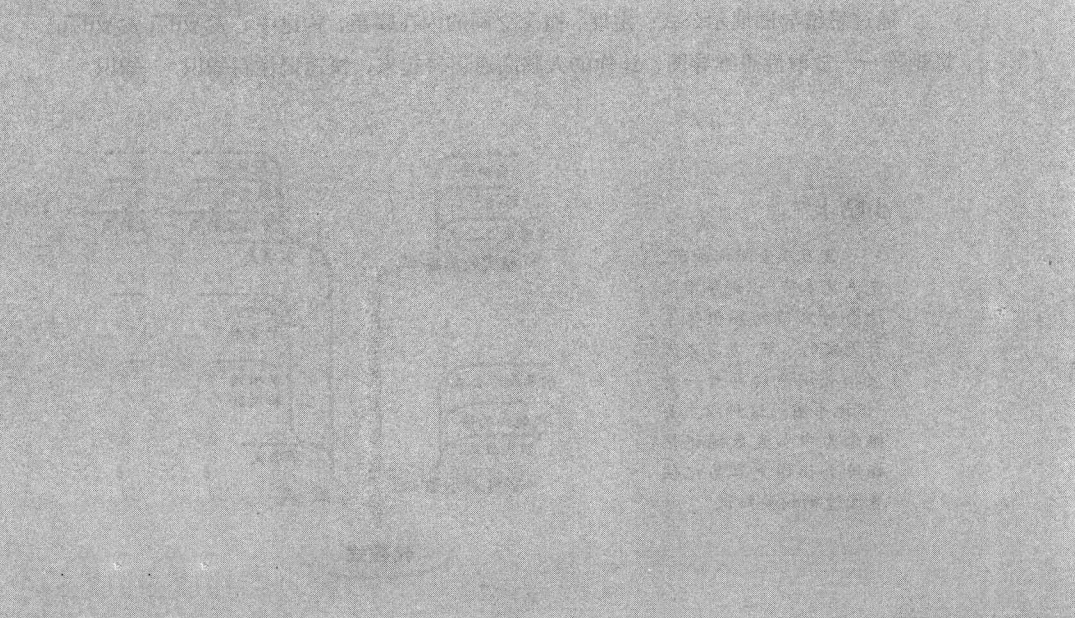


道以通大開——集齊萬全人得
 乘遊立身無高點——國戶集福合則財
 念聖利則無憂力——其利皆重福松竹
 線點千變——得非 聚源 而全竟郊多同
 慶而慶衣——寶合 幸拜財源金財
 往別財財直理——財源笑財味示財財更富財

Do Excellent Job Truly



1. 德商
 2. 德商
 3. 德商
 4. 德商
 5. 德商
 6. 德商
 7. 德商
 8. 德商
 9. 德商
 10. 德商
 11. 德商
 12. 德商
 13. 德商
 14. 德商
 15. 德商
 16. 德商
 17. 德商
 18. 德商
 19. 德商
 20. 德商
 21. 德商
 22. 德商
 23. 德商
 24. 德商
 25. 德商
 26. 德商
 27. 德商
 28. 德商
 29. 德商
 30. 德商
 31. 德商
 32. 德商
 33. 德商
 34. 德商
 35. 德商
 36. 德商
 37. 德商
 38. 德商
 39. 德商
 40. 德商
 41. 德商
 42. 德商
 43. 德商
 44. 德商
 45. 德商
 46. 德商
 47. 德商
 48. 德商
 49. 德商
 50. 德商
 51. 德商
 52. 德商
 53. 德商
 54. 德商
 55. 德商
 56. 德商
 57. 德商
 58. 德商
 59. 德商
 60. 德商
 61. 德商
 62. 德商
 63. 德商
 64. 德商
 65. 德商
 66. 德商
 67. 德商
 68. 德商
 69. 德商
 70. 德商
 71. 德商
 72. 德商
 73. 德商
 74. 德商
 75. 德商
 76. 德商
 77. 德商
 78. 德商
 79. 德商
 80. 德商
 81. 德商
 82. 德商
 83. 德商
 84. 德商
 85. 德商
 86. 德商
 87. 德商
 88. 德商
 89. 德商
 90. 德商
 91. 德商
 92. 德商
 93. 德商
 94. 德商
 95. 德商
 96. 德商
 97. 德商
 98. 德商
 99. 德商
 100. 德商



本书特色

- 引入发散思维——开拓大脑功能
- 构建概念思维导图——提高理解记忆效率
- 针对新课程标准——体现新课标理念
- 词条收录全面、系统、准确——便于理解
- 词条编排科学、合理——方便查阅
- 增加应用提示和相关链接——拓宽知识视野

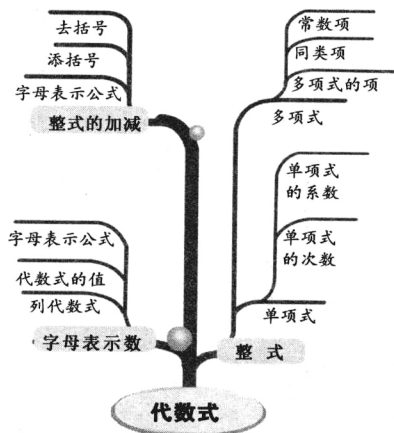
阅读提示

识记导图——把握全局★★★

通过思维导图展示公式、定理、概念之间的内在联系，构建中心发散的记忆矩阵——放射性思维导图，让你的大脑高速运转起来，快速记住新知识。

小贴士

复习或查阅词条前，先浏览本节“识记导图”，你会对本节的知识体系有大概的了解；复习或阅读相关词条后再看一看“识记导图”，这种以主要概念为中心发散的记忆矩阵会让你更容易记住查阅过的相关知识。



概念图解——掌握要领★★★

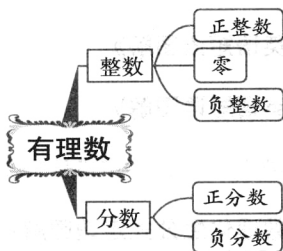
按知识模块,分词条全面梳理,准确阐述公式、定理和概念.在重要词条下面设计“应用提示”和“相关链接”两个小栏目作补充说明.

● 应用提示:指出理解、记忆要点和在实际应用尤其是解题中的关键,认真阅读,能提高对公式、定理、概念的深层次理解.

● 相关链接:揭示公式、定理、概念与相关知识之间的联系,认真阅读,能拓展知识视野.

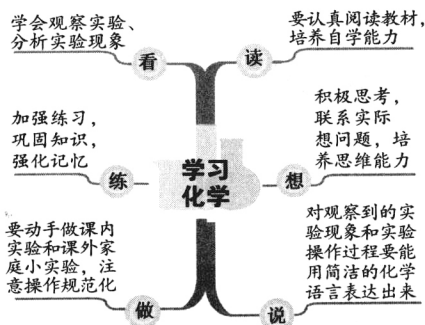
小贴士

将部分词条内容以图形的方式呈现,更完美地展现知识的内在联系,知识之间的联系一目了然.



考学方略——致胜法宝★★★

针对重要概念、重点知识,结合理解记忆的特点和学习要求,用思维导图展示学习方法和记忆诀窍.



小贴士

阅读完本节内容后,看一看“考学方略”所介绍的学习方法或记忆诀窍,你能悟出一些新启示,掌握学习的致胜法宝.

附录★★★

在每一部分末用图、表的形式,分类归纳本学科的主要公式、定理及计算过程中经常使用的数据和重要的知识(如重要的化学反应类型、化学方程式)等.

《高中英语语法图解》

《高中英语短语图解》

《高中数理化生公式定理图解》

修订说明

从1997年首次出版到本次修订,《初中数理化生公式定理图解》问世十多年了。十多年来,我们紧跟我国课程与教材改革的步伐,对本书进行不断修订、完善。我们这种努力得到读者的认可:本书累计印数已逾百万。本次修订,在保持其传统风格和优势的基础上,针对新课标的要求和课标版教材的特点,融入新课标理念,对词条和举例作了全面更新;引入了先进的思维方法——思维导图,将单一的知识梳理变为知识梳理与学习方法指导相结合。总体上看,修订后的本书具有以下三大特点:

词条选录全面、系统 本书按学科分编为数学、物理、化学、生物四个部分,按知识模块编写,收入新课程标准规定的全部必学和选学内容;在辞条编排上,按学科体系、内容特点和知识内在规律,根据“强干去枝”的原则,将基本概念、规律、公式、定理整理成系统、有序的词条,方便读者查阅。

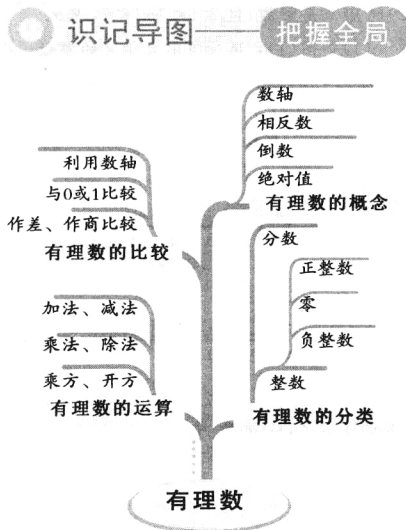
重点词条附加应用提示与相关链接 本书对重点词条配以“应用提示”和“相关链接”,进行深入浅出的辨析与应用点拨,揭示公式、定理、概念与实际应用的内在联系,启迪读者思维;对相关概念、规律、公式、定理进行图解、表解比较,分类归纳,更有利于读者对知识的理解和记忆。

用思维导图梳理知识 思维导图是英国著名的心理学家、教育学家托尼·巴赞(Tony Buzan)创造的组织性思维工具,是一种有效的学习记忆策略。它可以把知识按逻辑、类别、结构组织起来,形成一个内在相互关联的知识矩阵系,因此既是一种思维工具,又是一种把书“由厚读到薄”的学习记忆方法。在本书修订时,我们引入了这种有效的方法,设计“识记导图”和“考学方略”来构建知识体系,归纳学习方法,目的是使读者在阅读中对知识的理解和记忆变得更轻松、更快捷、更牢固。

用图形化的方式呈现词条 在部分词条中,我们运用了思维导图的方法,将内容以图形的形式呈现出来,目的是使读者能迅速、有效地把握知识的内在联系,从而更好地理解 and 记忆词条内容。

I 数与代数

一、有理数



概念图解——掌握要领

1. 有理数的概念

【正数】比0大的数叫做正数。

【负数】在正数前面加上“-”(读作“负”号)的数叫做负数。

相关链接 <<<<

①自然数包括0和正整数。②负数都小于0。③0既不是正数，也不是负数。④正数前面可以加上“+”(读作“正”号)，也可以省略。

【整数】正整数、0、负整数统称整数。

【分数】正分数、负分数统称分数。

相关链接 <<<<

整数可以看作是分母为1的分数，这时分数包括整数。

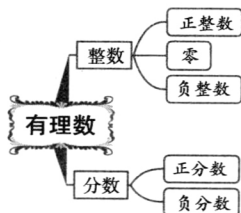
【有理数】整数和分数统称有理数。

相关链接 <<<<

任何一个有理数 q ，都可以写成分数 $\frac{m}{n}$

的形式，即 $q = \frac{m}{n}$ ，且 $n \neq 0$ ， m, n 互质， m, n 都是整数。

【有理数分类系统表】



例 把下列各数分别填到表示正整数集合、正分数集合、负整数集合、负分数集合、整数集合、有理数集合的大括号里。

$$-0.73, 101, 2\frac{2}{3}, -3.\dot{3}, 0, -13.$$

解 正整数集合: $\{101, \dots\}$,

正分数集合: $\{2\frac{2}{3}, \dots\}$,

负整数集合: $\{-13, \dots\}$,

负分数集合: $\{-0.73, -3.\dot{3}, \dots\}$,

整数集合: $\{101, 0, -13, \dots\}$,

有理数集合: $\{-0.73, 101, 2\frac{2}{3}, -3.\dot{3}, 0, -13\}$.

【数轴】 通常用一条直线上的点表示数, 这条直线叫做数轴. 它满足: ①在直线上任取一个点表示数 0, 这个点叫原点. ②通常规定直线上从原点向右(或上)为正方向, 向左(或下)为负方向. ③选取适当的长度为单位长度. 所有的有理数都可以用数轴上的点表示.

相关链接 <<<

①从原点出发朝正方向的射线上的点对应正数, 相反方向的射线上的点对应负数, 原点对应零. ②在数轴上表示的两个数, 右边的数总比左边的数大. ③正数都大于 0, 负数都小于 0; 正数大于一切负数.

【相反数】 只有符号不同的两个数, 其中一个就是另一个的相反数.

例 表示下列各数的相反数, 并化简:

$$-5, +0, +(-2.5), -(-\frac{3}{2}), -(+\frac{1}{4}).$$

解 -5 的相反数是 $-(-5) = +5 = 5$; $+0$ 的相反数是 $-(+0) = -0 = 0$; $+(-2.5)$ 的相反

$$\text{数是 } -[+(-2.5)] = -(-2.5) = +2.5 =$$

$$2.5; -(-\frac{3}{2}) \text{ 的相反数是 } -[-(-\frac{3}{2})]$$

$$= +(-\frac{3}{2}) = -\frac{3}{2}; -(+\frac{1}{4}) \text{ 的相反数是}$$

$$-[-(+\frac{1}{4})] = +(+\frac{1}{4}) = +\frac{1}{4} = \frac{1}{4}.$$

说明 只要是偶数个“-”号, 多重符号的化简结果就是正数; 而当“-”号有奇数个时, 多重符号的化简结果就是负数.

【绝对值】 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离. 数 a 的绝对值记作 $|a|$.

相关链接 <<<

①一个正数的绝对值是它本身. ②一个负数的绝对值是它的相反数. ③ 0 的绝对值是 0, 即

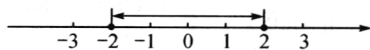
$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

例 (1) 求绝对值不大于 2 的整数;

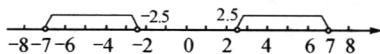
(2) 已知 x 是整数, 且 $2.5 < |x| < 7$, 求 x .

解 (1) 如图(1), 绝对值不大于 2 的整数, 就是与原点的距离小于或等于 2 的整数, 这些整数是 $-2, -1, 0, 1, 2$.

(2) 如图(2), 适合条件的 x 是 $-6, -5, -4, -3$ 或 $3, 4, 5, 6$.



(1)



(2)

【负数大小的比较】 两个负数比较大小, 绝对值大的反而小.

例 比较 $-\frac{2}{3}$ 与 $-\frac{3}{5}$ 的大小.

$$\begin{aligned} \text{解 } \because \left| -\frac{2}{3} \right| &= \frac{2}{3} = \frac{10}{15}, \\ \left| -\frac{3}{5} \right| &= \frac{3}{5} = \frac{9}{15}, \frac{10}{15} > \frac{9}{15}, \end{aligned}$$

$$\therefore -\frac{2}{3} < -\frac{3}{5}.$$

2. 有理数的运算

【有理数加法法则】

有理数 加法法则

- (1) 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加
- (2) 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值
- (3) 一个数和0相加，仍得这个数
- (4) 互为相反数的两个数相加得0

【加法交换律】 $a+b=b+a$.

【加法结合律】 $(a+b)+c=a+(b+c)$.

例 有一批食品罐头，标准质量为每听454克。现抽取10听样品进行检测，结果如下表(单位：克)。

听号	1	2	3	4	5
质量	444	459	454	459	454
听号	6	7	8	9	10
质量	454	449	454	459	464

这10听罐头的总质量是多少？

解 把超过标准质量的克数用正数表示，不足的用负数表示，列出10听罐头与标准质量的差值表(单位：克)。

听号	1	2	3	4	5
与标准质量的差值	-10	+5	0	+5	0
听号	6	7	8	9	10
与标准质量的差值	0	-5	0	+5	+10

10听罐头与标准质量的差值的和为
 $(-10+5+0+5+0+0+(-5)+0+5+10)$
 $=[(-10)+10]+[(-5)+5]+5+5=10$
 (克). 因此,10听罐头的总质量为 $454 \times 10 + 10 = 4\,540 + 10 = 4\,550$ (克).

【有理数减法法则】 减去一个数，等于加上这个数的相反数，即 $a-b=a+(-b)$.

【代数和】 在一个加减混合运算式里，有加法也有减法，根据有理数的减法法则把减法都转化为加法，式子就成为几个正数或负数的和。几个正数或负数的和，有时也叫做代数和。

【运算符号与性质符号】 目前所学的“+”“-”“ $\times$ ”“ $\div$ ”(加、减、乘、除)叫做运算符号，而“+”(正)、“-”(负)又可叫做性质符号。

相关链接

按上述说法： $3-5+7+9$ 可读作“正3、负5、正7、正9的和”，也可读作“3减5加7加9”。

【有理数加减混合运算的步骤】

- (1) 把算式中的减法都转化为加法。
- (2) 省略加号与括号。
- (3) 进行运算(尽可能利用运算律简化计算)。

例 计算： $2\frac{3}{4}-(-8\frac{1}{2})+(-2\frac{1}{4})+0.25-1.5-2.75$.

解 原式 $=2\frac{3}{4}+8\frac{1}{2}-2\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}-2\frac{3}{4}$
 $=2\frac{3}{4}-2\frac{3}{4}+8\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}-2\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$
 $=0+7-2=5$.

【有理数乘法法则】

有理数 乘法法则

- (1) 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘
- (2) 任何数同0相乘，都得0
- (3) 几个不等于0的数相乘，积的符号由负因数的个数决定，当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正
- (4) 几个数相乘，有一个因数为0时，积为0

相关链接

在做乘法运算时，先确定积的符号，再确定积的绝对值。

【乘法交换律】 $ab=ba$.

【乘法结合律】 $(ab)c=a(bc)$.

【分配律】 $a(b+c)=ab+ac$.

【倒数】 乘积为1的两个数互为倒数. 一般地, 若 $a \cdot \frac{1}{a} = 1 (a \neq 0)$, 则 $a (a \neq 0)$ 的倒数是 $\frac{1}{a}$. 0 没有倒数.

【有理数除法法则】

有理数 除法法则

(1) 除以一个数等于乘上这个数的倒数, 可表示为 $a \div b = a \cdot \frac{1}{b} (b \neq 0)$

(2) 两数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除

(3) 0 除以任何一个不等于0的数, 都得0

想一想 除数能为0吗?

例 计算:

$$(1) (-81) \div 2 \frac{1}{4} \times \frac{4}{9} \div \left(-\frac{1}{16}\right);$$

$$(2) \left(-78 \frac{39}{40}\right) \div (+78).$$

解 (1) 原式 $= 81 \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} \times 16 = 256$.

$$\begin{aligned}(2) \text{ 原式} &= -78 \frac{39}{40} \div 78 \\ &= -\left(78 + \frac{39}{40}\right) \times \frac{1}{78} \\ &= -\left(1 + \frac{1}{80}\right) = -1 \frac{1}{80}.\end{aligned}$$

说明 含带分数的有理数的乘除法, 应把带分数化成假分数, 再相乘除. 另外, 乘和除是同级运算, 应按从左到右的顺序进行.

【乘方】 求 n 个相同因数的积的运算叫做乘方. 乘方的结果叫做幂, 相同的因数叫做底数, 相同因数的个数叫做指数. 如在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数, a^n 读作 a 的 n 次方. a^n 看作是 a 的 n 次方的结果时, 也可以读作 a 的 n 次幂.

相关链接 <<<<

① 一个数可以看作这个数本身的一次方, 即 $a = a^1$. 指数 1 通常不写.

② 习惯上把 a^2 (a 的二次方) 叫做 a 的平方, a^3 (a 的三次方) 叫做 a 的立方.

③ 正数的任何次幂都是正数; 负数的奇次幂是负数, 偶次幂是正数.

④ 表示分数和负数的乘方时, 底数要加括号, 以免误解.

【有理数的运算顺序】 先算乘方, 再算乘除, 最后算加减. 如果有括号, 就先算括号里面的, 同级运算, 从左到右进行.

例 计算:

$$\left\{1 + \left[\frac{1}{16} - (-0.75)^3\right] \times (-2)^4\right\} \div \left(-\frac{1}{16} - \frac{3}{4} - 0.5\right).$$

解 原式

$$\begin{aligned}&= \left\{1 + \left[\frac{1}{16} - \left(-\frac{3}{4}\right)^3\right] \times (-2)^4\right\} \div \\&\quad \left(-\frac{1}{16} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \text{ (化小数为分数)} \\&= \left\{1 + \left[\frac{1}{16} - \left(-\frac{27}{64}\right)\right] \times 16\right\} \div \left(-\frac{1}{16} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \text{ (计算乘方)} \\&= \left[1 + \left(1 + \frac{27}{4}\right)\right] \div \left(-\frac{21}{16}\right) \text{ (运用乘法分配律, 并求出除数小括号内的和)} \\&= \left(\frac{35}{4}\right) \times \left(-\frac{16}{21}\right) \text{ (计算小、中括号内的和, 并变除法为乘法)} \\&= -6 \frac{2}{3}. \text{ (计算乘法, 化简, 得结果)}\end{aligned}$$

说明 在进行有理数的混合运算时, 常采取以下方法: ① 带分数乘方或乘除前应先化成假分数. ② 小数与分数混合运算时, 常统一为分数. ③ 利用倒数将除法转化为乘法等.

【近似数】 接近准确数而不等于准确数的数叫做这个数的近似数, 也叫近似值.

【精确度】 表示近似数精确的程度 (精确到什么数位) 叫做精确度.

相关链接 <<<<

① 一个近似数四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位. 例如, $3 \frac{1}{3} = 3.333\ 33\cdots$, 结果取 3, 就叫做精确到个位; 取 3.3, 就叫做精确到十分位 (或精确到 0.1); 取

3.33,就叫做精确到百分位(或精确到0.01).

【有效数字】 在一个近似数中,从左边第一个不是0的数字起,到末位数字止,所有的数字,都叫做这个近似数的有效数字.

例 用四舍五入法,按照括号要求对下列各数取近似值:

- (1)0.851 49(精确到千分位);
(2)27.7(精确到个位);
(3)2.789 3(保留三个有效数字).

解 (1)0.851 49 $\approx$ 0.851;

(2)27.7 $\approx$ 28;

(3)2.789 3 $\approx$ 2.79.

相关链接 ◀◀◀

关于有效数字,要注意从左边第一个不是0的数字算起,中间的0以及末尾的0都是有效数字.

【科学记数法】 把一个数 N 写成 $a \times 10^n$ (其中 $1 \leq a < 10$, n 为整数)的形式,叫做科学记数法.

相关链接 ◀◀◀

科学记数法的关键是确定 a 和 n .当 $N \geq 1$ 时, n 为原数 N 的整数位个数减1,如3 250.2记为 $3.250 2 \times 10^3$;当 $N < 1$ 时, n 是一个负整数,它的绝对值等于原数左起第一个非零数前零的个数,如0.002 05记为 2.05×10^{-3} .

数学方略

致胜法宝

0的相反数是它本身;数轴上表示互为相反数的点位于原点的两侧,且与原点的距离相等

有理数问题

求一个数的倒数,就是用1去除以这个数

比较有理数大小:
①利用数轴进行比较;②直接比较

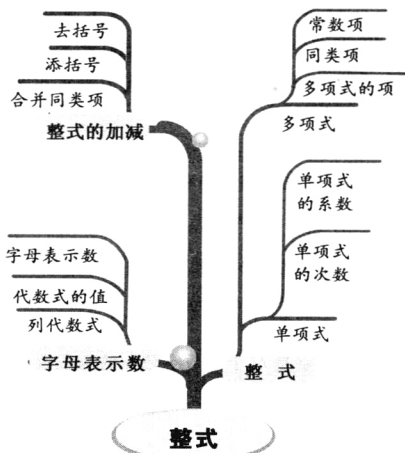
数轴的三要素:原点、正方向、单位长度,缺一不可

同级运算:按从左到右的顺序进行

二、整式

识记导图

把握全局



概念图解

掌握要领

1. 字母表示数

【代数式】 用基本运算符号把数及表示数的字母连接而成的式子叫做代数式.

相关链接 ◀◀◀

①基本运算符号包括加、减、乘、除、乘方、开方六种.②字母可以表示任意数;字母表示的数在具体情景中有具体意义,字母还能表示数量关系的变化规律;有关数的运算律也适用于代数式.③单独一个数字或者一个字母也是代数式,如5, a 等.④等号和不等号只是关系符号,不是运算符号,所以含等号和不等号的式子不是代数式.⑤代数式的规范写法: $a \times b$ 通常写作 $a \cdot b$ 或 ab ; $1 \div a$ 通常写作 $\frac{1}{a}$;数字通常写在字母前面,如 $a \times 3$ 通常写作 $3a$;带分数一般写成假分数,如 $1\frac{1}{5} \times a$ 通常写作 $\frac{6}{5}a$.

例 指出下列各式中,哪些是代数式,哪些不是代数式.

(1) $2a$, (2) $s=ab$, (3) $2n-1$, (4) $x+1>0$,
(5) 0 , (6) b , (7) $a+b=b+a$, (8) $(x^2-2xy+3y^2)(x-y)$.

解 (1) $2a$, (3) $2n-1$, (5) 0 , (6) b , (8) $(x^2-2xy+3y^2)(x-y)$ 都是代数式. (2) $s=ab$,
(4) $x+1>0$, (7) $a+b=b+a$ 都不是代数式.

【列代数式】 把问题中与数量有关的词语, 用含有数、字母和运算符号的式子表示出来, 就是列代数式.

例 用代数式表示:

(1) a 除以 b 的商与 c 的和;

(2) x^2 的 $\frac{3}{2}$ 倍与 y^2 的差;

(3) 比 a 的平方与 b 的和的倒数小 3 的数;

(4) 某产品产量由 m 千克增长 10%, 所达到的
千克数;

(5) 个位数字是 b , 十位数字是 a 的两位数;

(6) 三个连续偶数, 中间一个数是 $2n$, 其余的
两个数.

解 (1) $\frac{a}{b}+c$; (2) $\frac{3}{2}x^2-y^2$;

(3) $\frac{1}{a^2+b}-3$; (4) $(1+10\%)m$;

(5) $10a+b$; (6) $2n-2, 2n+2$.

【代数式的值】 用具体数值代替代数式中的字母, 按代数式指明的运算, 计算后所得的结果, 叫做代数式的值. 如当 $n=15$ 时, 代数式 $2n+10$ 的值是 $2 \times 15 + 10 = 40$.

相关链接

(1) 代数式的值在它的字母表示的数值确定后, 它的值也唯一确定, 并且随字母表示的数值不同而变化.

(2) 求代数式的值的解题步骤是: ①指出代数式中的字母所取的值; ②抄写原代数式; ③把字母的值代入代数式中; ④按规定的运算顺序进行计算.

例 当 $a=-1, b=2, c=3$ 时, 求下列各代数式的值.

(1) $\frac{bc}{a}$; (2) $(a^2+b^2-c^2)^2$; (3) $\frac{3a+2b-c}{a-4b}$.

分析 求代数式在 $a=-1, b=2, c=3$ 时的值, 就是把代数式中的字母 a, b, c 分别用 $-1, 2, 3$ 代替, 按原来的运算顺序进行运算即可.

解 (1) $\frac{bc}{a} = \frac{2 \times 3}{-1} = -6$.

(2) $(a^2+b^2-c^2)^2 = [(-1)^2+2^2-3^2]^2$
 $= (-4)^2 = 16$.

(3) $\frac{3a+2b-c}{a-4b} = \frac{3 \times (-1) + 2 \times 2 - 3}{-1 - 4 \times 2}$
 $= \frac{-2}{-9} = \frac{2}{9}$.

【公式】 一些常用的、基本的数量关系的等式叫做公式, 它们有两重含义: ①它们都是含有字母代数式的等式. ②所含字母都表示确切的量.

应用提示

学习公式要弄清的三个问题: ①关于求公式中的未知量的值. ②通过已知的公式推导新的公式. ③由实际问题归纳数学公式.

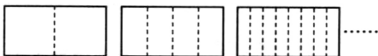
例 1 已知圆的周长 C 为 15.7 cm, 求它的半径 R . (π 取 3.14)

解 $\because C=2\pi R$,

$\therefore R = \frac{C}{2\pi}$. 当 $C=15.7$ cm 时,

$R = \frac{C}{2\pi} = \frac{15.7}{2 \times 3.14} = 2.5$ (cm).

例 2 将一张长方形的纸对折, 如图所示, 可以得到一条折痕(图中虚线), 继续对折, 对折时每次折痕与上次的折痕保持平行, 连续对折 3 次后, 可以得到 7 条折痕. 那么对折 4 次可以得到多少条折痕? 如果对折 n 次, 可以得到多少条折痕?



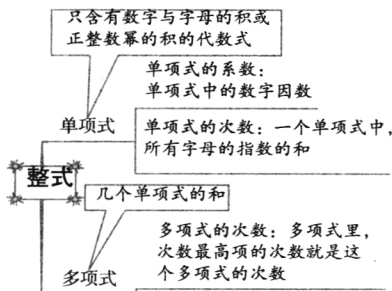
第一次对折 第二次对折 第三次对折

解 对折 4 次可以得到 15 条折痕, 如果对折 n 次, 可以得到 $2^n - 1$ 条折痕, 规律见下表.

对折次数	折痕条数	关系
1	1	$2^1 - 1 = 1$
2	$1 + 2 = 3$	$2^2 - 1 = 3$
3	$1 + 2 + 4 = 7$	$2^3 - 1 = 7$
4	$1 + 2 + 4 + 8 = 15$	$2^4 - 1 = 15$
...	...	...
n	$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{n-1}$ $= 2^n - 1$	$2^n - 1$

2. 整式

【整式】 单项式和多项式统称整式。



相关链接

①单独一个字母或一个数字也是单项式。②单项式不含加减运算。③单项式中分母不含字母。④多项式中的各项包括它前面的符号。⑤在多项式中，每个单项式叫做多项式的项，不含字母的项叫做常数项。⑥一个多项式中含有几个项，就叫做几项式。如 $3x^2 - 5x - 1$ 是三项式。

【降幂排列】 把一个多项式按某一个字母的指数从大到小的顺序排列起来，叫做把多项式按这个字母降幂排列。如 $x^3 - 5x^2 + 4x - 7$ 是按 x 的降幂排列。

【升幂排列】 把一个多项式按某一个字母的指数从小到大的顺序排列起来，叫做把多项式按这个字母升幂排列。如 $-7 + 4x - 5x^2 + x^3$ 是按 x 的升幂排列。

例 在下列各式中，哪些是整式？哪些是单项式？哪些是多项式？

$$\frac{2}{5}x, -\frac{5a^3}{8}, a, 0, 4x + 13, a^2 + b + 7, \frac{m+n}{5a}, \frac{5}{\pi}.$$

解 $\frac{2}{5}x, -\frac{5a^3}{8}, a, 0, \frac{5}{\pi}$ 是整式，也是单项式；
 $4x + 13, a^2 + b + 7$ 是整式，也是多项式。

【同类项】 所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的项叫做同类项。

相关链接

同类项只需具备字母相同，并且相同字母的指数分别相同两个条件，与字母的顺序无关。几个常数项也是同类项。

例 下列各组中：

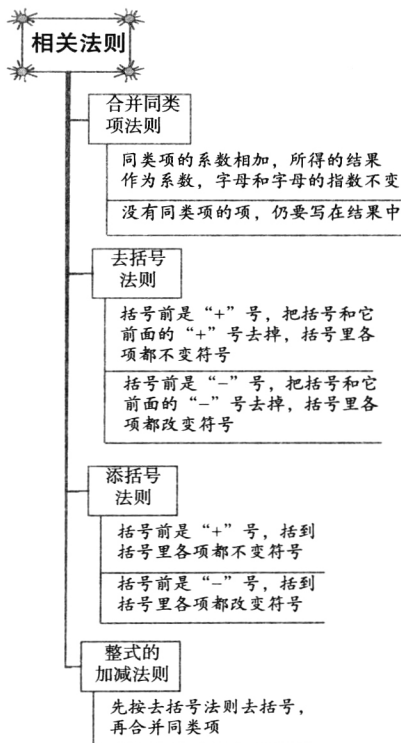
- (1) x^2y 与 xy^2 , (2) $-m^3n^2$ 与 $3n^2m^3$,
 (3) $4ab$ 与 $4a^2b^2$, (4) $-6a^3b^2c$ 与 cb^2a^3 ,
 (5) 4^3 与 5^2 , 分别是同类项的是()。

- A. (1)(2)(5) B. (1)(3)
 C. (2)(3) D. (2)(4)(5)

解 由同类项的意义知，正确选项为 D。

【合并同类项】 把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项。

【相关法则】



例1 合并下式中的同类项:

$$0.25xy - \frac{3}{4}x^2y^2 - \frac{1}{3}xy^2 - \frac{1}{4}xy - \frac{2}{3}xy^2 + \frac{1}{4}x^2y^2 - \frac{1}{3}y.$$

解 原式

$$\begin{aligned} &= 0.25xy - \frac{1}{4}xy - \frac{3}{4}x^2y^2 + \frac{1}{4}x^2y^2 - \frac{1}{3}xy^2 - \frac{2}{3}xy^2 - \frac{1}{3}y \\ &= \left(0.25 - \frac{1}{4}\right)xy + \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)x^2y^2 + \left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right)xy^2 - \frac{1}{3}y \\ &= 0 + \left(-\frac{1}{2}x^2y^2\right) + (-1)xy^2 - \frac{1}{3}y \\ &= -\frac{1}{2}x^2y^2 - xy^2 - \frac{1}{3}y. \end{aligned}$$

例2 化简:

$$3a - \{2c - [3a - 2(c - b) + (a + 6b)] - b\}.$$

解 原式

$$\begin{aligned} &= 3a - 2c + 3a - 2c + 2b + a + 6b + b \\ &= 7a - 4c + 9b. \end{aligned}$$

说明 化简多项式时,如果含有多重括号,一般有下列三种化简方法:

- (1) 按由里向外逐层去掉括号,并注意每去一层括号就及时合并一次同类项,这样能简化运算.
- (2) 按由外向里逐层去括号,但这时要注意将内层括号看成一项来处理.
- (3) 里外同时去掉括号,这时括号内各项的符号由该项前面的“-”号的个数来决定.当“-”号有奇数个时,该项前面写“-”号;当“-”号有偶数个时,该项前面写“+”号.这种方法可以一次去掉所有括号,提高计算速度.

例3 有两个多项式: $A = 2a^2 - 4a + 1$, $B = 2(a^2 - 2a) + 3$,当 a 取任意有理数时,请比较 A 与 B 的大小.

解 $\because A - B$

$$\begin{aligned} &= (2a^2 - 4a + 1) - [2(a^2 - 2a) + 3] \\ &= (2a^2 - 4a + 1) - (2a^2 - 4a + 3) \\ &= 2a^2 - 4a + 1 - 2a^2 + 4a - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (2a^2 - 2a^2) - (4a - 4a) + (1 - 3) \\ &= -2 < 0, \\ \therefore A - B &< 0. \\ \therefore A &< B. \end{aligned}$$

【与图形有关的代数式求值问题】 在求某些不规则几何图形的面积时,直接利用公式有时不能得到结果,而常常将它分解为几个规则图形的和、差、倍、分求解,这样的问题我们称为与图形有关的代数式求值问题.

例 用代数式表示图中阴影部分的面积,并根据下列条件求出阴影部分的面积(π 取3.14).

(1) $a = 10$; (2) $a = 50$.

解 $S_{\text{阴影}} = a^2 - \frac{1}{4}\pi a^2.$

(1) $a = 10$ 时,

$$S_{\text{阴影}} = a^2 - \frac{1}{4}\pi a^2$$

$$\approx 10^2 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 10^2$$

$$= 100 - 78.5 = 21.5.$$

(2) $a = 50$ 时,

$$S_{\text{阴影}} = a^2 - \frac{1}{4}\pi a^2 \approx 50^2 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 50^2$$

$$= 2500 - 1962.5$$

$$= 537.5.$$



考学方略——致胜法宝

代数式的值随字母取值的变化而变化,所以必须给出条件才能求代数式的值

列代数式的步骤
①抓住关键词;
②明确运算顺序;
③正确使用括号

使用运算律:

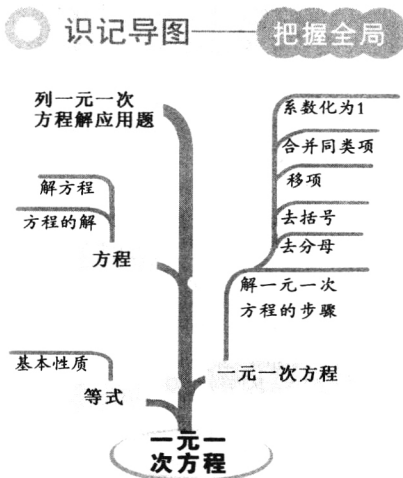
①互为相反数的两个数先结合;
②凑整结合等

整式问题

认识多项式:
几个单项式的和叫多项式,组成多项式的每个单项式的项

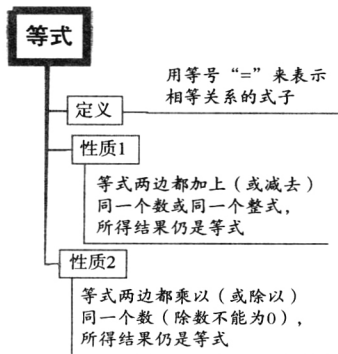
识别同类项:
字母完全相同,相同字母的次数相同

三、一元一次方程



概念图解——掌握要领

【等式】



【简易方程】 方程 $ax+b=c$ (a, b, c 是常数) 叫做简易方程. 如 $6x+2=14$, $2x-4=12$, $10=3x+1$ 等都是简易方程.

【方程】 含有未知数的等式叫做方程.

【方程的解】 使方程左、右两边的值相等的未知数的值, 叫做方程的解. 只有一个未知数的方程的解, 也叫做方程的根.

例1 判断下列各式是不是方程, 并说明理

由:

(1) $3+5=4+4$, (2) $2a+3b$, (3) $x+2y=5$,

(4) $3+(-2)=8-|7|$, (5) $\frac{1}{2}x+6=3x-5$.

解 (1)不是方程. 因为它是不含未知数的等式.

(2)不是方程. 因为它不是等式, 它是一个代数式.

(3)是方程, 它是含有未知数 x, y 的等式.

(4)不是方程. 因为它是不含未知数的等式.

(5)是方程, 它是含有未知数 x 的等式.

说明 方程的概念有两点: ①是等式; ②含有未知数. 二者缺一不可.

例2 (1)在 $-2, -1, 0, 1, 2$ 各数中, 哪个是方程 $5x+7=4x+6$ 的解?

(2)方程 $5x+7x=8x+4x$ 有解吗? 若有, 它的解是什么?

(3)方程 $5x+7=5x+6$ 有解吗?

解 (1)将 -1 代入 $5x+7$, 得 $5 \times (-1) + 7 = 2$; 将 -1 代入 $4x+6$, 得 $4 \times (-1) + 6 = 2$. -1 能使方程两边的值相等, 所以 -1 是方程 $5x+7=4x+6$ 的解. 同理可得, 其他数不是方程的解.

(2)可以看出, 任何数都能使方程两边的值相等, 所以任何数都是方程 $5x+7x=8x+4x$ 的解, 即这个方程的解有无数个. 这个等式实际上是恒等式, 所以我们将方程 $5x+7x=8x+4x$ 叫做“恒等方程”.

(3)可以看出, 任何数都不能使方程两边的值相等, 所以这个方程无解. 这个等式实际上是“矛盾等式”, 所以我们也把方程 $5x+7=5x+6$ 叫做“矛盾方程”.

【解方程】 求方程的解的过程, 叫做解方程. 解方程有时找不到它的解, 叫做方程无解. 确定方程无解的过程也叫做解方程.

【一元一次方程】 只含有一个未知数, 并且未知数的次数是 1, 系数不等于 0 的方程叫做一元一次方程. 它的标准形式为 $ax+b=0$ ($a \neq 0$).

【移项】 把等式一边的某项变号后移到另一边, 叫做移项.