



gaozhong shuxue tizu jingbian



高中数学题组 精编

第三册

算法
计数
概率统计

浙江教育出版社



高中数学题组精编

GAOZHONG SHUXUE TIZU JINGBIAN

第三册

算法
计数
概率统计

图书在版编目(CIP)数据

高中数学题组精编. 第三册 / 石泉主编. —杭州:
浙江教育出版社, 2010.6

ISBN 978-7-5338-8524-3

I. ①高… II. ①石… III. ①数学课—高中—
习题 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 097077 号

责任编辑 胡 星

责任校对 徐 岩

封面设计 曾国兴

责任印务 陈 沁



高中数学题组精编

第三册

主 编 石 泉

编 写 甘大旺 王希年

出版发行 浙江教育出版社

(杭州市天目山路 40 号 邮编: 310013)

图文制作 杭州富春电子印务有限公司

印 刷 富阳美术印刷有限公司

开 本 880×1230 1/32

印 张 8.125

字 数 227 500

印 数 1-13 000

版 次 2010 年 6 月第 1 版

印 次 2010 年 6 月第 1 次印刷

标准书号 ISBN 978-7-5338-8524-3

定 价 14.60 元

联系电话: 0571-85170300-80928

e-mail: zjjy@zjcb.com 网址: www.zjeph.com



栏目设置及使用指南

典例精解

根据高考的考点布局谋篇,选择经典高考题、模拟题等,选择题、填空题给出解析,解答题给出规范的解题步骤。通过题目的变式引伸,使每个知识模块的基础知识、基本方法、基本题型实现网络化、结构化。

方法点拨

从不同角度、不同方面揭示题目的本质,使学生根据不同的情况积极思索,想出解决的办法,培养思维的灵活性。

典题精练

A组考查由例题引伸出的其他重要解题方法、知识点等,一般难度。
B组精心设置原创题、改编题等,引导学生以题双题,触类旁通。

借题发挥

以例题为载体,将题目的条件加强、条件弱化、结论开放,或变换结论后得到新题,并配以同一类题目的题目,力求达到做一题、会一片、懂一法、长一智的目的。

提示

根据变式难易程度分析解题方法,或给出答案。

综合练习

综合已经学过的知识,精选题目,体现章内各个知识点之间的联系,以少而多。

互动探究

精心设计和选择所要探究的问题,引导学生从多角度、多方面观察分析问题,能够运用有关知识对同一问题提出多种多样的设想和解决的方法,鼓励学生提出富有创意的见解。

第一章 算法初步

第一节 程序框图

一、算法的概念与顺序结构框图

典例精解

例1 如图1-1,已知 $A(4,3)$, $B(-1,2)$, $C(3,-1)$,利用三角形的面积公式求 $\triangle ABC$ 的面积。

【借题发挥】

变式2 对于题设的 $\triangle ABC$,运用海伦—秦九韶公式,设计求 $\triangle ABC$ 面积的算法。

解 第一步,求得 $a=5$, $b=\sqrt{17}$, $c=\sqrt{26}$ 。

【方法点拨】

(1) 如果 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标是已知(易求)的,那么用面积割补

典题精练

A 组

1. 写出解方程 $(x^2+3x+2)^2+(x^2+x-2)^2=0$ 的一种算法。

B 组

2. 画出求3个并联电阻 a, b, c 的总电阻 R 的程序框图。

综合练习

1. 如图是一个算法的程序框图,当输入 $x=-19$ 时,输出的 $y=$

【互动探究】

对于任意的 n 个不相等的实数 ($n \geq 4$),试设计出将这些实数从小到大排列的一个程序框图。



浙教社打造了“精编”品牌,“精编”品牌塑造了浙教社的教辅形象。长期以来,浙教社的“精编”风靡大江南北,“精编”传奇演绎了无数学子的精彩人生。本次全新震撼推出的《高中题组精编》共5门学科19个品种,分别为数学、物理、化学、生物和地理,秉承老“精编”的编写理念,沿袭老“精编”的编写风格,在内容和形式上都有很大的创新。

编写依据 本系列以普通高中各学科课程标准和高考考纲为主要编写依据,摒弃了按课时编排、与教科书模块及章节简单同步的常规做法,追求一种大同步,即按照学科课程标准和学科知识体系,对各学科教科书的内容予以适当整合,完美地再现了各学科知识的系统性和连贯性,营造一种理想的高效率的教学、复习氛围。

设计理念 (1) 立足课标,与各学科教科书形成有效补充。教科书追求普适性的特性决定了它难以兼顾到学习者个体的特殊性,这是两难的事情。本系列经过精心设计,专门致力于弥补教科书的这一“不足”,以满足不同地区、不同层次学生学习的需要,消除学情与教科书之间的断层、错位现象。

(2) 题组呈现,方法引领,建构知识。如果一本教辅图书在设计上仅仅满足于简单地提供给读者阅读、模仿和练习,读者知一隅不以三隅反,粗浅地了解一些解题技巧,那么它的功能局限性就太大了。本系列在设计上突出选题的经典性、联系性、发散性,强调原创性、时代性,所设置的“典例精解”、“典题精练”栏目,通过方法引领,使读者举一反三,洞悉这些题目及其变式的来龙去脉、变化奥妙,了解教师命题、高考命题的立意和真谛,日积月累,逐渐建构起个体独一无二的方法知识体系,任凭学海风浪险恶,无往而不胜。

特色聚焦 (1) 引入“题组”概念,以题组形式呈现。

例题及其引申出的子题与练习题捆绑出现,形成题组。题组根据解题规律来选题,围绕重要的方法和知识点编排;同一题组的题目的编排由单一到综合,符合学生的认知规律。学生根据完成题组的情况可以实时准确地了解自己对知识的掌握情况。

(2) 体现联系,以少御多。选择经典高考题、模拟题等作为母题,在精辟讲解的基础上拓展、提高和深化,发散、延伸到子题,并通过解题方法和技巧的迁移,触类旁通,使每个知识模块的基础知识、基本题型和基本方法实现网络化、结构化,体现章节内各个知识点之间的联系,达到以一当十、以少御多的目的。

(3) 规范解题步骤。本系列严格按照高考评分标准,从文字叙述、方程式、演算过程、答案和书写等几个方面给出规范的解题步骤,引导学生养成规范解题的习惯。

(4) 联系生活,提高知识运用能力,培养创新思维 and 创新能力。本系列在选编习题的过程中非常强调学科知识与生产、生活以及科学技术发展的联系,体现了新课程改革的方向和要求,使学生通过练习,真切地感受到科学知识并非高深莫测、枯燥乏味,它来源于五彩缤纷的生活、生产实践,又反过来造福人类、推动生产力的发展。人类需要科技,科技改变世界。学习的过程也是个体心智成长的过程,使用本书,让知识成为提升学习者人格魅力的强大动力。

读者定位 本系列读者对象定位于高中各年级中、高层次(非竞赛)的学生,也可作为教师教学的补充材料。掌握本书所有内容和方法的读者高考得分率基本能达到 85% 以上。

浙江教育出版社

2010 年 5 月

目 录



第一章 算法初步		1
第一节	程序框图	1
	一、算法的概念与顺序结构框图	1
	二、条件结构框图	8
	三、循环结构框图	16
	综合练习	26
第二节	基本算法语句、算案例	29
	一、基本算法语句	29
	二、算案例	37
	综合练习	42
第二章 统计基础		44
第一节	抽 样	44
第二节	用样本的数据特征估计总体的数据特征	55
第三节	变量间的相关关系	68
第三章 概 率		77
第一节	随机事件、概率的意义和基本性质	77
第二节	古典概型	85
第三节	几何概型	96

第四章 计数、二项式定理	107
第一节 两个原理、排列与组合	107
一、分类加法和分步乘法计数原理	107
二、排 列	114
三、组 合	119
四、排列与组合的混杂问题	125
五、侧重于排列、组合的概率问题	130
综合练习	135
第二节 二项式定理及其应用	137
一、二项式定理	137
二、杨辉三角、两种系数	142
综合练习	149
第五章 随机变量及其分布	150
第一节 随机变量	150
第二节 概率、期望与方差	160
一、条件概率、事件的相互独立性	160
二、独立重复试验与二项分布	173
三、随机变量的期望与方差	185
综合练习	199
第三节 正态分布	202
参考答案	210

第一章 算法初步

第一节 程序框图

一、算法的概念与顺序结构框图

典例精解

例 1 如图 1-1, 已知 $A(4, 3)$, $B(-1, 2)$, $C(3, -1)$, 利用三角形的面积公式 $S = \frac{1}{2}ah$, 设计一个求 $\triangle ABC$ 面积的算法.

解 先求出 $\triangle ABC$ 的一边 BC 的长度 a 和相应的高 h_A , 再代入公式 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ah_A$ 求出面积. 据此设计其算法如下:

第一步, 求 $a = |BC| = \sqrt{(-1-3)^2 + (2+1)^2} = 5$.

第二步, 求直线 BC 的方程: $3x + 4y - 5 = 0$.

第三步, 求点 A 到直线 BC 的距离:

$$h_A = \frac{|3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{19}{5}.$$

第四步, 算出 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_A = \frac{19}{2}$.

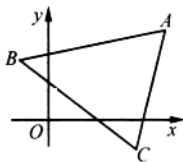


图 1-1

回顾 (1) 在上述算法中, 可以把第一步放在第三步的后面, 即先求 h_A , 再求 a , 最后求 $S_{\triangle ABC}$.



(2) 整体上,还可以运用公式 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bh_B$, 或 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ch_C$.

【借题发挥】

变式 1 对于题设中的 $\triangle ABC$, 运用三角形面积的两边夹角公式 $S = \frac{1}{2}ab\sin C$, 设计求 $\triangle ABC$ 面积的算法.

● 第一步, 求得 $a=5, b=\sqrt{17}$.

第二步, 求得 $\cos C = \frac{\vec{CA} \cdot \vec{CB}}{b \cdot a} = \frac{8}{5\sqrt{17}}$.

第三步, 求得 $\sin C = \frac{19}{5\sqrt{17}}$.

第四步, 算出 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C = \frac{19}{2}$.

变式 2 对于题设的 $\triangle ABC$, 运用海伦—秦九韶公式, 设计求 $\triangle ABC$ 面积的算法.

● 第一步, 求得 $a=5, b=\sqrt{17}, c=\sqrt{26}$.

第二步, 求得 $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+\sqrt{17}+\sqrt{26}}{2}$.

第三步, 算出 $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{19}{2}$.

变式 3 对于题设的 $\triangle ABC$, 运用面积割补法, 设计求 $\triangle ABC$ 面积的算法.

● 第一步, 取 $D(4, -1), E(-1, -1)$ 两点.

第二步, 连结 AD, DE, EB , 得到直角梯形 $ADEB$, 如图 1-2 所示.

第三步, 计算出 $S_{\triangle ABC} = S_{\text{梯形}ADEB} - S_{\text{Rt}\triangle BEC} -$

$$S_{\text{Rt}\triangle ADC} = \frac{35}{2} - 6 - 2 = \frac{19}{2}.$$

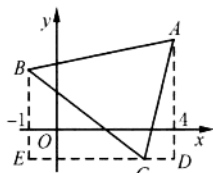


图 1-2

【方法点拨】

(1) 如果 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标是已知(易求)的, 那么用面积割补法求 $\triangle ABC$ 的面积, 明显优于底高公式、两边夹角公式、海伦—秦九韶公式.

(2) 一般地, 若 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$, 则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |x_1(y_2 -$

$$y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|.$$

例2 某县出租车的计费规则是:出租车行驶 2 km 以下,计费器显示 6 元;以后每增加 1 km,出租车的计费器就自动增加 1.8 元.试设计计算该县出租车车费的算法.

解 该县出租车车费 y (元)是关于载客行驶的里程 x (km)的分段函数:

$$y = f(x) = \begin{cases} 6 & (0 < x \leq 2), \\ 6 + 1.8 \times [x - 2] & (x > 2). \end{cases}$$

根据上述分段函数,设计车费的算法如下:

第一步,输入行驶里程 x (km).

第二步,判断 $x \leq 2$ 是否成立.若是,则输出 $y = 6$ (元);否则,输出 $y = 6 + 1.8 \times [x - 2]$ (元).

回顾 这是一道实际应用题,不能凭感觉错误地认为 $f(2.8) = 6 + 1.8 = 7.8$ (元),实际上还可将此函数写成 $f(x) = \begin{cases} 6 & (0 < x < 3), \\ 6 + 1.8 \times [x - 2] & (x \geq 3). \end{cases}$ 其中, $[]$ 是高斯记号.

【借题发挥】

变式1 某居民小区每月向住户收取卫生费的方法是:3 人以下的住户,每户每月收取卫生费 3 元;超过 3 人的住户,每超出 1 人每月就加收 0.6 元.试设计该小区住户每月交纳卫生费的算法.

解 该小区住户每月交纳卫生费 y (元)关于各住户人数 x (人)的分段函数是 $y = f(x) = \begin{cases} 3 & (x = 1, 2, 3), \\ 3 + 0.6 \times (x - 3) & (\text{整数 } x \geq 4). \end{cases}$

根据此分段函数,设计卫生费的算法如下:

第一步,输入住户的人数 x .

第二步,判断 $x \leq 3$ 是否成立.若是,则输出 $y = 3$ (元);否则,输出 $y = 3 + 0.6 \times (x - 3)$ (元).

变式2 已知函数 $y = \begin{cases} \frac{3}{x+2} & (x < -2), \\ x^2 - 1 & (|x| \leq 2), \\ 5 - x & (x > 2). \end{cases}$ 设计求此函数值的算法.



第一步,输入自变量 x .

第二步,判断 $x > -2$ 是否成立.若是,转入第三步;否则,输出 $y = \frac{3}{x+2}$.

第三步,判断 $x \leq 2$ 是否成立.若是,输出 $y = x^2 - 1$;否则,输出 $y = 5 - x$.

变式 3 已知求某函数值的算法如下:

第一步,输入自变量 x .

第二步,判断 $x \geq -3$ 是否成立.若是,转入第三步;否则,输出 $y = 6$.

第三步,判断 $x \geq 1$ 是否成立.若是,转入第四步;否则,输出 $y = x - 2$.

第四步,判断 $x \geq 4$ 是否成立.若是,输出 $y = \sqrt{x}$;否则,输出 $y = x^2 - 5$.

根据上述算法,写出此函数的解析式.

$$y = \begin{cases} 6 & (x < -3), \\ x - 2 & (-3 \leq x < 1), \\ x^2 - 5 & (1 \leq x < 4), \\ \sqrt{x} & (x \geq 4). \end{cases}$$

【方法点拨】

设计分段函数的求值算法,要注意局部解析式与局部定义域的对应性;对于分隔为三段以上的分段函数的求值,可以用“转入”下一步来细化算法步骤.

例 3 如图 1-3,已知直角三角形两条直角边的边长分别是 a 和 b ,设计一个计算该三角形内切圆面积的算法,并画出程序框图.

解 设 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 的长度为 c ,内切圆半径为 r ,则由圆的切线长定理和正方形的性质,得 $a + b - c = 2r$,则 $r = \frac{1}{2}(a + b - c)$,其中 $c^2 = a^2 + b^2$.

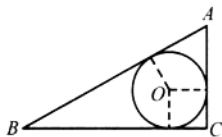


图 1-3

算法步骤如下:

第一步,输入直角三角形的两条直角边的边长 a, b .

第二步,计算斜边 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

第三步,计算内切圆半径 $r = \frac{1}{2}(a + b - c)$.

第四步,计算内切圆面积 $S=\pi r^2$.

第五步,输出 S .

程序框图如图 1-4 所示.

回顾 (1) 顺序结构算法的程序框图是由起止框

▭ (把矩形的 4 个角变成小圆弧), 输入、输出框 ▱ (平行四边形), 处理(执行)框 ▭ (矩形) 通过流程线“↓”连接而成的.

(2) 本例中第一、二个执行框可以合并成一个执行框

$$r = \frac{1}{2}(a+b-\sqrt{a^2+b^2})$$

【借题发挥】

变式 1 已知某工厂第一季度 1,2,3 月份的用水量分别为 a, b, c , 画出计算该工厂第一季度月平均用水量的程序框图.

程序框图如图 1-5 所示.

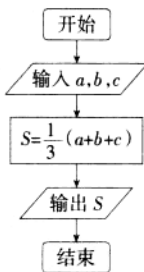


图 1-5

变式 2 如图 1-6, 已知圆的半径为 r , 画出计算该圆的内接正三角形的面积的程序框图.

圆内接正三角形的高 $h = \frac{3}{2}r$, 边长 $a = 2r\cos 30^\circ = \sqrt{3}r$, 则面积 $S = \frac{3}{4}\sqrt{3}r^2$, 程序框图如图 1-7 所示.

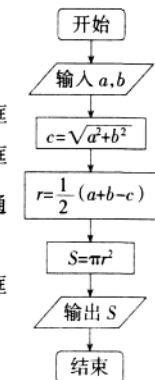


图 1-4

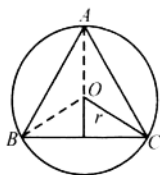


图 1-6

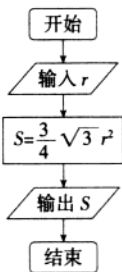


图 1-7

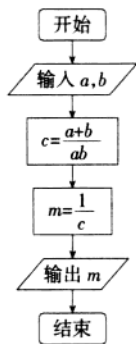


图 1-8

变式 3 图 1-8 所示的程序框图表示由两个正数变量 a, b 计算出 m 的一个算法, 试解释此算法的一个物理背景.

● 由于 $c = \frac{a+b}{ab}$, 则 $\frac{1}{m} = c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

所以, 此算法的一个物理背景是计算两个并联电阻 a, b 的总电阻 m .

【方法点拨】

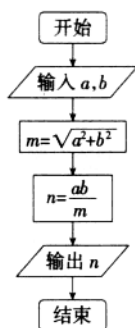
(1) 在顺序结构算法的程序框图中, 起止框在开头和结尾处各画一个; 多数情况下, 输入、输出框在次前、次后的位置上; 执行框在中间部位.

(2) 画执行框是重点, 关键是要熟悉相关的数量关系式.

典题精练

A 组

1. 写出解方程 $(x^2+3x+2)^2+(x^2+x-2)^2=0$ 的一种算法.
2. 将抛物线 $y=-2x^2+3x-4$ 平移到新抛物线 $y=f(x)$ 的位置, 使新抛物线的顶点坐标是 $(5, -6)$, 写出求 $f(x)$ 表达式的一个算法.
3. 设 $a \neq 0$, 写出解关于 x 的不等式 $ax \geq b$ 的一个算法.
4. 写出解绝对值方程 $1+|x-2|=|x-3|$ 的一个算法.
5. 已知一个算法的程序框图如图所示, 试解释此算法的一个含义:
 _____; 当输入 $a=2, b=4$ 时, 输出 $n=$ _____.



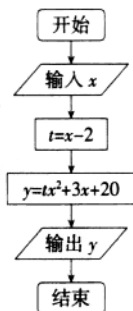
(第5题)

6. 设 $AB \neq 0$, 画出求直线 $Ax + By + C = 0$ 在 x 轴、 y 轴上截距的程序框图.

B 组

7. 画出求 3 个并联电阻 a, b, c 的总电阻 R 的程序框图.

8. 已知一个算法的程序框图如图所示, 当输出 $y = -2$ 时, 输入的实数 x 为何值?



(第8题)

9. 写出解关于 x 的不等式 $ax < b$ 的一个算法.



二、条件结构框图

典例精解

例1 画出本节“一、算法的概念与顺序结构框图”例2(第3页)中出租车车费算法的程序框图.

解法1 算法分析及步骤见例2,程序框图如图1-9所示.

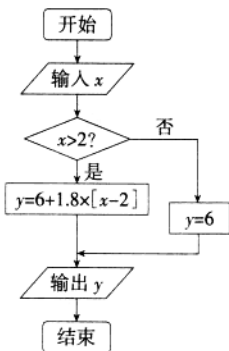


图 1-9

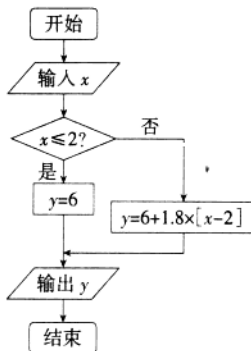


图 1-10

解法2 算法分析及步骤见例2,程序框图如图1-10所示.

回顾 (1) 条件结构算法的框图比顺序结构算法的框图增加了判断框(菱形),可促进我们培养分类讨论的数学思想.

(2) 解法1和解法2判断框内的内容相反,于是由“是”、“否”所牵引的执行框就要交换.

(3) 根据高斯记号的性质,可把式子 $6 + 1.8 \times [x - 2]$ 化简为另外一个等式 $2.4 + 1.8 \times [x]$.

【借题发挥】

变式1 (2009·上海高考改编题)某算法的程序框图如图1-11所示,则输出量 y 与输入量 x 满足的关系式是_____.

$$y = \begin{cases} x^2 - 3 & (x > -2), \\ 2^x & (x \leq -2). \end{cases}$$

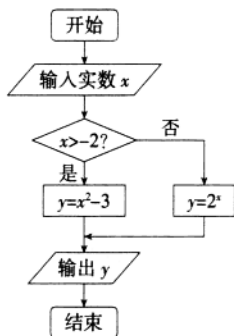


图 1-11

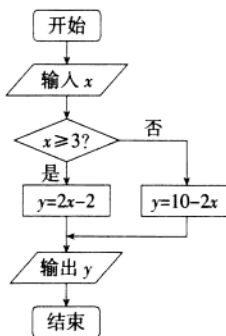


图 1-12

变式 2 画出求函数 $y=2|x-3|+4$ 的值的程序框图.

● $y = \begin{cases} 2x-2 & (x \geq 3), \\ 10-2x & (x < 3). \end{cases}$ 程序框图如图 1-12 所示.

变式 3 图 1-13 是某个算法的流程图, 已知输出的 y 的值的范围是 $[2, +\infty)$, 则输入的 x 的值的范围是_____.

● $y = \begin{cases} 1-x & (x < 1), \\ \sqrt{x-1} & (x \geq 1). \end{cases}$ 可利用不等式

组或图象法, 解得输入的 x 的值的取值范围是 $(-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$.

【方法点拨】

在条件结构算法的程序框图中, 判断框内的内容不是唯一的, 替换了判断框内的内容, 就要交换后继并列的执行框.

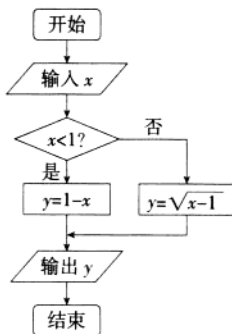


图 1-13

例 2 图 1-14 是计算函数 $y = \begin{cases} 4-x & (x < -2), \\ 4^x & (-2 \leq x < 3), \\ x^2-1 & (x \geq 3) \end{cases}$ 的值的程序框图,

其中的三个执行框①, ②, ③应分别填写_____、_____、_____.