

高等学校教材

几何量公差与检测

学习指导

第二版

范真 毛卫平 刘桂玲 主编
戈晓岚 主审



化学工业出版社

高等学校教材

几何量公差与检测学习指导

第二版

范 真 毛卫平 刘桂玲 主编
戈晓岚 主审



化学工业出版社

· 北京 ·

本书是为高等院校机械类专业学生学习《几何量公差与检测》(互换性与测量技术基础)课程而编写的教学辅导书，目的是指导和帮助学生明确本课程应掌握的内容；通过重难点分析，加深对课程重点和基本内容的理解；通过例题分析，帮助学生掌握正确的解题思路和方法。本书可供机械类本、专科学生使用，也可供相关人员参考。

全书共分两部分，第一部分为几何量公差与检测学习指导，第二部分为模拟试题，根据试卷覆盖内容的不同，分 A、B、C 三种。为方便使用，本书习题均附有参考答案。

图书在版编目 (CIP) 数据

几何量公差与检测学习指导/范真，毛卫平，刘桂玲

主编. —2 版. —北京：化学工业出版社，2011. 8

高等学校教材

ISBN 978-7-122-11576-8

I. 几… II. ①范…②毛…③刘… III. ①机械元件-尺寸公差-高等学校-教学参考资料②机械元件-测量-高等学校-教学参考资料 IV. TG801

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 117834 号

责任编辑：程树珍

文字编辑：张燕文

责任校对：战河红

装帧设计：韩 飞

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011）

印 装：三河市延风印装厂

787mm×1092mm 1/16 印张 9 1/4 字数 232 千字 2011 年 8 月北京第 2 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686）售后服务：010-64518899

网 址：<http://www.cip.com.cn>

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定 价：20.00 元

版权所有 违者必究

第二版前言

《几何量公差与检测》(互换性与测量技术基础)课程是高等院校机械类各专业的一门重要的技术基础课。随着科学技术的发展，近一两年我国对互换性基础国家标准作了大量的修订，为配合新国标的宣贯，同时满足课程教学的需要，帮助学生正确理解公差配合的基本概念，提高精度设计的能力以及工程应用能力，我们修订了本学习指导。

本学习指导共分两部分，第一部分为几何量公差与检测学习指导。内容包括绪论，几何量测量基础，孔、轴公差与配合，几何公差与检测，表面粗糙度轮廓，滚动轴承的公差与配合，孔与轴的检测，圆锥公差与检测，圆柱螺纹公差与检测，键和花键公差配合，圆柱齿轮公差与检测，尺寸链共12章。采用学习要点、重难点分析、习题分析与例解、复习思考题及习题、自测题以及参考答案的结构编写。对各章中的重点内容、较难理解的概念等作了分析和解释，有的还通过实例加以说明。结合课程的课堂教学及实验教学，基本能满足课外作业、复习及自学的需要。第二部分为模拟试题。内容包括是非题、选择题、填空题、计算题、简答题、形位公差标注与改错题等，帮助学生自我检验掌握本课程知识的程度。另外，根据不同专业对该课程要求的不同，编写了三种模拟试题A(两套)、B(三套)、C(三套)，供参考。为方便使用，附录给出了全部模拟试题的参考答案。

本学习指导在编写时力求做到通俗易懂，全书采用了最新的公差国家标准。

本书可供高等院校机械类本、专科学生使用，也可供相关人员参考。

本书由范真、毛卫平、刘桂玲主编，参加编写的人员还有王志、吴勃、叶霞、殷敏等。全书由范真统稿，由戈晓岚教授主审。编写过程中得到了相关专家和老师的帮助，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，加以时间仓促，书中难免存在不妥之处，欢迎广大读者批评指正。

编者

2011年5月

第一版前言

“几何量公差与检测”课程是高等院校机械类各专业的一门重要的技术基础课。为配合该课程教学的需要，帮助学生正确理解课程中的基本概念，巩固所学的基本知识，提高分析问题和解决问题的能力，根据课程教学的基本要求，结合编者多年教学经验，编写了本学习指导。

本学习指导共分两部分。第一部分为几何量公差与检测课程学习指导，包括绪论，几何量测量基础，孔、轴公差与配合，形状和位置公差与检测，表面粗糙度轮廓，滚动轴承的公差与配合，孔与轴的检测，圆锥公差与检测，圆柱螺纹公差与检测，键和花键公差配合，圆柱齿轮公差与检测，尺寸链共 12 章。采用学习要点、重难点分析、习题分析与例解、复习思考题及习题、自测题以及参考答案的结构编写。对各章中的重点内容、较难理解的概念等作了进一步的分析和解释，有的还通过实例加以说明。结合课程的课堂教学及实验教学，本学习指导基本能满足课外作业、复习及自学的需要。第二部分为模拟试题，内容包括是非题、选择题、填空题、计算题、简答题、形位公差标注与改错题等，帮助学生自我检验掌握本课程知识的程度。另外，根据不同专业对该课程要求的不同，将模拟试题分为 A (两套)、B (三套)、C (三套)三种，分别对应较多学时、较少学时和少学时等不同学时的教学要求，供参考选用。为方便使用，附录给出了全部模拟试题的参考答案。

本学习指导在编写时力求做到通俗易懂，全书采用了最新的公差国家标准。

本书可供高等院校机械类本、专科学生使用，也可供相关人员参考。

本书由范真（第 1 章，第 4 章，第 5 章，第 6 章，第 10 章）、毛卫平（第 2 章，第 3 章，第 7 章，第 8 章，第 9 章，第 12 章）、刘桂玲（第 11 章）编写。全书由戈晓岚主审。江苏大学机械学院机制系与机电系的老师对本书的编写给予了帮助，在此一并表示感谢。

由于编者的水平有限，加之时间仓促，书中难免存在不妥之处，欢迎广大读者批评指正。

编者

2006 年 4 月

目 录

第一部分 几何量公差与检测学习指导

1 绪论	3
1.1 学习要点	3
1.2 重难点分析	3
1.3 习题分析与例解	4
1.4 复习思考题及习题	5
1.5 自测题	5
1.6 参考答案	6
2 几何量测量基础	8
2.1 学习要点	8
2.2 重难点分析	8
2.3 习题分析与例解	10
2.4 复习思考题及习题	12
2.5 自测题	13
2.6 参考答案	13
3 孔、轴公差与配合	17
3.1 学习要点	17
3.2 重难点分析	17
3.3 习题分析与例解	18
3.4 复习思考题及习题	21
3.5 自测题	22
3.6 参考答案	23
4 几何公差与检测	27
4.1 学习要点	27
4.2 重难点分析	27
4.3 习题分析与例解	31
4.4 复习思考题及习题	37
4.5 自测题	41
4.6 参考答案	45
5 表面粗糙度轮廓	52
5.1 学习要点	52
5.2 重难点分析	52
5.3 习题分析与例解	52
5.4 复习思考题及习题	53
5.5 自测题	54
5.6 参考答案	56

6 滚动轴承的公差与配合	59
6.1 学习要点	59
6.2 重难点分析	59
6.3 习题分析与例解	60
6.4 复习思考题及习题	61
6.5 自测题	62
6.6 参考答案	63
7 孔与轴的检测	65
7.1 学习要点	65
7.2 重难点分析	65
7.3 习题分析与例解	66
7.4 复习思考题及习题	68
7.5 自测题	69
7.6 参考答案	69
8 圆锥公差与检测	72
8.1 学习要点	72
8.2 重难点分析	72
8.3 习题分析与例解	73
8.4 复习思考题及习题	73
8.5 自测题	74
8.6 参考答案	74
9 圆柱螺纹公差与检测	76
9.1 学习要点	76
9.2 重难点分析	76
9.3 习题分析与例解	77
9.4 复习思考题及习题	78
9.5 自测题	78
9.6 参考答案	79
10 键和花键公差配合	81
10.1 学习要点	81
10.2 重难点分析	81
10.3 习题分析与例解	81
10.4 复习思考题及习题	84
10.5 自测题	85
10.6 参考答案	86
11 圆柱齿轮公差与检测	89
11.1 学习要点	89
11.2 重难点分析	89
11.3 习题分析与例解	91
11.4 复习思考题及习题	94
11.5 自测题	94
11.6 参考答案	96
12 尺寸链	98
12.1 学习要点	98

12.2 重难点分析	98
12.3 习题分析与例解	100
12.4 复习思考题及习题	103
12.5 自测题	104
12.6 参考答案	105

第二部分 模拟试题

1 试卷一 (A1)	111
2 试卷二 (A2)	114
3 试卷三 (B1)	117
4 试卷四 (B2)	120
5 试卷五 (B3)	122
6 试卷六 (C1)	125
7 试卷七 (C2)	128
8 试卷八 (C3)	131

附录 模拟试题参考答案

参考文献



第一部分

几何量公差与检测学习指导

1

绪论

1.1 学习要点

- ① 掌握互换性的概念。
- ② 了解互换性生产的特点、意义。
- ③ 了解标准、标准化的意义。
- ④ 明确互换性与公差、标准化、检测的关系。
- ⑤ 掌握优先数系的概念及实质。
- ⑥ 了解几何量检测的意义。

1.2 重难点分析

本章重点是有关互换性的概念、意义。难点是互换性的条件及与标准化的关系；优先数及优先数系的正确应用。

互换性是现代工业生产的基本原则。

零部件的互换性包括几何参数（尺寸、形状、方向、位置和表面粗糙度等）、力学性能（强度、硬度等）、化学性能、物理性能等方面。互换性又常分为满足装配要求的几何参数互换和满足使用要求的功能互换。前者为可装配性，后者为装配后满足特定功能要求的特性。本课程仅讨论几何参数（几何量）的互换性。

零部件的几何参数互换性，可以归纳为三个阶段的要求：装配前，不需选择；装配时，不需修配；装配后，可以满足预定的使用要求。

在一批产品规格相同的零部件中，任取一件，不需要经过任何挑选或修配，就能装配到机器上，并能满足装配技术要求和零部件的使用性能，零部件的这种性质就称为互换性。

互换性有不同的分类方法。

按方法和程度分，互换性可分为完全互换性和不完全互换性两类。不完全互换性又可分为分组互换和调整互换等。

按部位或范围分，对独立的标准部件或机构，互换性可分为内互换性和外互换性。部件或机构内部组成零件间的互换性称内互换性；部件或机构与其相配合件间的互换性称外互换性。

互换性不只是大量生产的要求，即使是小批量，甚至单件生产，也可按互换性原则进行。因为互换的要求不仅仅对生产过程发生影响，它已涉及产品的使用、维护、保养等各个领域。

标准化是保证互换性的重要手段，是互换性生产的基础。标准化是在生产实践和理论分

析的基础上，对产品的各种技术性能进行统一、简化、选优和协调等工作。先进的标准不仅是生产实践的总结，更应对生产的发展和提高起到积极的促进作用。

按标准规定的要求，采用适当工艺制造的产品，需经检查合格，才能实现互换的要求。因此生产过程中的质量检查是保证互换性的不可缺少的重要环节。零件几何精度的检查（包括尺寸、形状、方向、位置和表面粗糙度等）在其质量检查中占有重要的地位。

互换性原则被广泛采用，给产品的设计、制造和使用等各个方面带来了极大的经济效益，而设计、制造水平和使用要求的不断提高，又促进了互换性原则的进一步发展。

机械产品设计和标准制定时，要和数值打交道。优先数系是工程设计和工业生产中常用的一种数值制度。国家标准 GB/T 321—2005《优先数和优先数系》规定以十进制几何级数作为优先数系，并规定了五个系列，分别用系列符号 R5、R10、R20、R40 和 R80 表示，称为 Rr 系列。前四个是基本系列，R80 为补充系列。Rr 系列的公比 $q_r = \sqrt[5]{10}$ 。为使优先数系具有更广泛的适应性，从基本系列中，每逢 p 项留取一个优先数，生成新的系列，称为派生系列，以符号 Rr/p 表示，派生系列的公比 $q_{r/p} = q_r^p = (\sqrt[5]{10})^p$ 。优先数和优先数系可对工业生产的不同部门和领域的各种技术参数进行协调、简化和统一。

互换性在提高产品质量和产品可靠性、提高经济效益等方面均具有重大意义。互换性原则已成为现代制造业中一个普遍遵守的原则。互换性生产对我国现代化生产具有十分重要的意义，但是互换性原则也不是任何情况下都适用，有时只有采取单个配制才符合经济原则，这时零件虽不能互换，但也有公差和检测的要求。

几何量检测是组织互换性生产不可缺少的重要措施。检测的目的不仅仅在于判断工件是否合格，还可以根据检测结果，分析产生废品的原因，以便设法减少废品，进而消除废品。

1.3 习题分析与例解

【例 1.1-1】 采用优先数系有何意义？R5、R10、R20、R40、R80、R20/3 系列是什么含义？写出 R20/3 中优先数从 1~100 的常用值。

解 优先数系的应用十分广泛，它可以对各种尺寸、参数系列化，对各种质量指标分级。它对保证各种工业产品的品种、规格、系列的合理化分挡，各种技术参数协调、简化、统一具有十分重要的意义。

R5、R10、R20、R40、R80、R20/3 均为优先数系，是十进制等比数列。R5、R10、R20、R40 为优先数系中的基本系列，其公比分别为

$$R5: q_5 = \sqrt[5]{10} \approx 1.6$$

$$R10: q_{10} = \sqrt[10]{10} \approx 1.25$$

$$R20: q_{20} = \sqrt[20]{10} \approx 1.12$$

$$R40: q_{40} = \sqrt[40]{10} \approx 1.06$$

R80 为优先数系中的补充系列，其公比为

$$q_{80} = \sqrt[80]{10} \approx 1.03$$

R20/3 为优先数系中的派生系列，它是从 R20 中每逢 3 项选取一个优先数组成的新的系列，其目的是扩大优先数系的适应性。其公比为

$$q_{20}^3 = (\sqrt[20]{10})^3 \approx 1.4$$

R20/3 中从 1~100 的常用值：1.00, 1.40, 2.00, 2.80, 4.00, 5.60, 8.00, 11.20, 16.00, 22.40, 31.50, 45.00, 63.00, 90.00。

1.4 复习思考题及习题

- 1-1 什么是互换性？互换性按程度分哪几类？
- 1-2 互换性与可装配性有何不同？
- 1-3 在机械制造中按互换性组织生产有什么优越性？
- 1-4 试列举若干具有互换性的产品，分析它们在使用、维护等方面的优越性。
- 1-5 设计零件而绘制图样时，几何参数的互换性用什么保证？
- 1-6 完全互换与不完全互换有何区别？试举例说明。
- 1-7 什么是标准、标准化？有何作用？标准化与互换性生产有何联系？
- 1-8 什么是优先数系？它有何特点？我国采用什么数列作为优先数系？
- 1-9 为什么要制定《优先数和优先数系》国家标准？
- 1-10 优先数系的基本系列有哪几种？它们的代号各表示什么含义？什么是优先数系的派生数系？
- 1-11 选用优先数系的基本系列时应遵守什么规则？
- 1-12 几何量检测的目的与作用是什么？
- 1-13 试写出 R10/3 在 1~10 范围内，首项分别为 1.00、1.25、1.60 时的派生数系。
- 1-14 下面两组数据分别属于哪个优先数系？
 - ① 电动机转速（单位为 r/min）：375, 750, 1500, 3000 等。
 - ② 摆臂钻床的主参数（最大钻孔直径，单位为 mm）：25, 40, 63, 80, 100, 125 等。

1.5 自测题

- 1-1 判断下列概念是否正确
 - ① 不需选择、调整和修配，就能互相替换装配的零件就是具有互换性的零件。（ ）
 - ② 为使零件的几何参数具有互换性，必须把零件的加工误差控制在给定的范围内。（ ）
 - ③ 不完全互换性是指一批零件中，一部分零件具有互换性，而另一部分零件必须经过修配才有互换性。（ ）
- 1-2 选择题
 - ① 保证互换性生产的基础是（ ）。
 - a. 标准化
 - b. 生产现代化
 - c. 大批量生产
 - d. 协作化生产
 - ② 优先数系中 R40/5 系列是（ ）。
 - a. 补充系列
 - b. 基本系列
 - c. 等差系列
 - d. 派生系列
- 1-3 填空题
 - ① 根据零部件互换程度的不同，互换性可分为_____和_____。
 - ② 实行专业化协作生产必须采用_____原则。
 - ③ 对厂际协作，应采用_____互换法；而厂内生产的零部件的装配，可以采用_____互换法。

互换法。

④ GB/T 321—2005 规定 _____ 数列作为优先数系；R5 系列中的优先数，每增加 _____ 个数，则数值增加 10 倍。

1-4 试写出下列基本系列和派生系列中自 1 以后的 5 个优先数的常用值：R10, R10/2, R20/5, R5/3。

1.6 参考答案

1.6.1 复习思考题及习题

1-1 装配时，在制成的同一规格零部件中任取一件，若不需经过任何挑选或修配，就能与其他零部件安装在一起而组成一台机器，并能达到规定的使用功能要求，零部件的这种性质就称为互换性。

互换性按程度分两类，完全互换与不完全互换。

1-2 互换性包含在可装配性中，机器装配方法有互换法、选择法、修配法和调整法。互换性只是获得装配精度的一种方法。

1-3 互换性有利于组织专业化生产，有利于采用先进工艺和高效率的专用设备以及采用计算机辅助制造，有利于实现加工过程和装配过程机械化、自动化，从而可以提高劳动生产率，提高产品质量，降低生产成本。装配时，由于零部件有互换性，不需辅助加工和修配，故能减轻装配工的劳动量，缩短装配周期，且可使装配工作按流水作业方式进行，使装配的生产率大大提高。

加工时，由于规定了公差，同一机器上的各个零部件可以同时分别加工。螺钉、螺母和滚动轴承等标准件还可集中由专门的车间或工厂来单独生产。由于产品单一，数量多，分工细，可采用高生产率的专用设备，乃至采用计算机辅助加工。这样，产量和质量必会得到提高，成本会显著降低。由此可见，互换性也是生产专业化与技术协作的一个基本条件。

1-4 自行车、手表、汽车、家用电器等零部件都具有互换性，在使用中一旦发现它们的零部件损坏了，在修理部门可应用互换性原理迅速、方便地将另一新的备件更换上，从而使其很快恢复正常工作。它可大大节省维修费用和时间，提高机器的使用价值。

1-5 设计零件而绘制图样时，几何参数的互换性用公差来保证。

1-6 完全互换性简称互换性，以零部件装配或更换时不需要挑选或修配为条件。滚动轴承内圈与轴、滚动轴承外圈与孔的配合，装配或更换时不需要挑选或修配，则它们具有完全互换性。

不完全互换性也称有限互换性，在零部件装配时允许有附加条件的选择或调整。对于不完全互换性可以采用分组装配法、调整法等来实现。内燃机中气缸与活塞采用的是分组装配法，亦即不完全互换法。

1-7 标准是指为了在一定的范围内获得最佳秩序，对活动或其结果规定共同的和重复使用的规则、导则或特性的文件。该文件应以科学、技术和经验的综合成果为基础，以促进最佳社会效益为目的，经协商一致制定并经一个公认机构的批准。

标准化是指为了在一定的范围内获得最佳秩序，对实际的或潜在的问题制定共同的和重复使用的规则的活动。标准化工作包括制定标准、发布标准、组织实施标准和对标准的实施进行监督的全部活动过程。标准化的重要意义在于改进产品、过程和服务的适用性，防止贸

易壁垒，促进技术合作。

标准化是互换性生产的基础。

1-8 优先数系是工程设计和工业生产中常用的一种数值制度。它有以下特点：数列中两相邻数的相对差为常数；任意两项的理论值经计算后仍为一个优先数的理论值；优先数系具有相关性，如 R5 包含在 R10 中等。

我国采用十进制等比数列作为优先数系。

1-9 制定《优先数和优先数系》国家标准可对各个部门和领域中遇到的各种技术参数进行分级，用理想的、统一的数系来协调各部门的生产。达到既满足工业生产的需要，又科学、经济的目的。促进国民经济更快更稳发展。

1-10 优先数系的基本系列有 R5、R10、R20 和 R40 四种，它们的代号表示数系的公比分别为 $q_5 = \sqrt[5]{10} \approx 1.6$ 、 $q_{10} = \sqrt[10]{10} \approx 1.25$ 、 $q_{20} = \sqrt[20]{10} \approx 1.12$ 和 $q_{40} = \sqrt[40]{10} \approx 1.06$ 。优先数系的派生系列是在 Rr 系列中，每逢 p 项选取一个优先数，组成新的系列，以符号 Rr/p 表示。

1-11 选用优先数系的基本系列时，应遵守先疏后密的规则，即按 R5、R10、R20、R40 的顺序选用；当基本系列不能满足要求时，可选用派生系列，应优先选用公比较大和延伸项含有项值 1 的派生系列；根据经济性和需要量等不同条件，还可分段选用最合适的系列，以复合系列的形式来组成最佳系列。

1-12 几何量检测的目的：一是判断工件是否合格，二是根据检测的结果，分析产生废品的原因。其作用是保证零部件的互换性，保证产品的质量。

1-13 $R10/3$ 在 $1 \sim 10$ 范围内，首项为 1.00 时的派生数系为 1.00, 2.00, 4.00, 8.00；首项为 1.25 时的派生数系为 1.25, 2.50, 5.00, 10.0；首项为 1.60 时的派生数系为 1.6, 3.15, 6.30。

1-14 分别属于派生数系 $R40/12$ 和 $R20/4$ 。

1.6.2 自测题

1-1 ①×。②√。③×。

1-2 ①a。②d。

1-3 ①完全互换，不完全互换。②互换性。③完全互换，不完全互换。④十进制等比，5。

1-4 $R10$: 1.00, 1.25, 1.60, 2.00, 2.50; $R10/2$: 1.00, 1.60, 2.50, 4.00, 6.30; $R20/5$: 1.00, 1.80, 3.15, 5.60, 10.0; $R5/3$: 1.00, 4.00, 16.00, 63.00, 250.00。

2 几何量测量基础

2.1 学习要点

- ① 分清“检验”和“测量”两个不同概念。
- ② 明确测量过程应包括被测对象、计量单位、测量方法和测量精度四要素。
- ③ 了解长度基准和长度量值传递系统及其重要的量值传递媒介——量块。
- ④ 熟悉各种计量器具的分类及主要度量指标。
- ⑤ 掌握各种测量方法的特征。
- ⑥ 理解测量误差的概念、来源及其分类。
- ⑦ 掌握各种测量误差和数据处理的基本方法，能正确地表达测量结果。

2.2 重难点分析

本章的重点是度量指标与测量误差。难点是测量结果的处理。

长度的基本单位是 m，机械制造中常用的单位是 mm。为了保证量值的统一，规定了 m 的定义并建立了长度量值传递系统。生产中使用两种实体基准：量块和线纹尺。量块按制造精度分“级”和按检定精度分“等”。选用量块时，应根据测量的精度要求来确定“等”或“级”的量块，量块按“等”使用比按“级”使用的测量精度高。利用量块研合性特点，可将成套配置的量块组合使用。量块的组合原则——用最少数量的量块组成所需要的尺寸，以减少量块的组合误差。组合方法是从消去所需工作尺寸的最小尾数开始逐一选取。

计量器具的主要度量指标有刻度间距、分度值（或分辨力）、示值范围、测量范围、示值误差、修正值、不确定度等，要注意它们的区别和联系。

一般来说，计量器具的分度值愈小（或分辨力愈高）、示值误差愈小都表示其测量精度愈高。同一类型的量具或量仪的示值误差大小并不相同，但都应在某一规定的范围之内。分度值（或分辨力）相同的仪器，其测量精度却不一定相同。例如，机械比较仪和光学比较仪的分度值均为 0.001mm，但后者的精度却比前者高。

测量方法可按不同特征进行分类，一般可分为直接测量和间接测量、绝对测量和相对测量、接触测量和非接触测量、单项测量和绝对测量等。

测量误差可用绝对误差和相对误差表示。绝对误差是指被测几何量的量值与其真值之差即 $\delta = x - x_0$ ；相对误差是指绝对误差（取绝对值）与真值之比，即 $f = |\delta| / x_0 \approx |\delta| / x$ 。测量误差主要是由计量器具误差、方法误差、环境误差、人为误差造成的，根据产生的原因及影响规律，可以控制和减少。测量误差按性质可分为系统误差、随机误差和粗大误差，在一定的条件下，各类误差之间可以相互转化。对某项具体误差而言，在此条件下为系统误差，

而在另一条件下可为随机误差，反之亦然。

随机误差的主要特征是：对某一次测量来说，误差具有不确定性；对一系列重复测量来说，误差具有统计规律性。大量测量实践表明，随机误差的基本特性是单峰性、对称性、有界性和抵偿性。实践还表明，多数随机测量误差服从正态分布规律。服从正态分布的随机误差需用三个参数指标来评定，即平均值 \bar{x} 、标准偏差 σ 和测量极限误差 δ_{lim} 。

若测量过程中仅存在随机误差，则多次测得值的平均值 \bar{x} 是真值的最可信值（相对真值），即应以 \bar{x} 作为测量结果；若测量过程中，既存在系统误差，又存在随机误差，则多次测得值的平均值 \bar{x} 经修正后是真值的最可信值。

标准偏差 σ 是随机误差的分散性指标。对测量误差来说，可从两个方面理解其含义：一系列测得值对真值的分散性指标；以任一次测得值作为测量结果时，真值可能存在的分散性指标。

测量极限误差 δ_{lim} 是在一定置信概率条件下的测量误差的界限值。将置信概率取为99.73%，则测量极限误差 $\delta_{lim} = \pm 3\sigma$ 。

理论证明，单次测量的标准偏差 σ 与多次测量的平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 之间的关系为 $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$ ，所以，测量结果应表示为

$$\text{单次测量时: } x_e = x_i \pm 3\sigma = x_i \pm \delta_{lim}$$

$$\text{多次测量时: } x_e = \bar{x} \pm 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} \pm \delta_{lim(\bar{x})}$$

式中 x_e ——真值；

x_i ——任一次的测得值；

\bar{x} ——多次测量的算术平均值。

在一般情况下，为了简化对测量结果的处理，大多数采用等精度测量方法，根据拉伊达准则判断有无粗大误差以及通过残差观察法判断有无系统误差。另外，直接测量和间接测量的误差合成方法不同，相应地，测量结果的表示方法也不同。

关于误差合成应注意以下问题。

① 随机误差的特性是：在一定条件之下，误差的大小和符号具有随机性（即可大可小，可正可负），不能事先确定，但是，多次重复测量时，误差具有统计规律性。随机误差以误差极限表示。

已定系统误差的特征是：在一定条件下多次重复测量时，误差的大小和符号始终不变，且事先已经确定。已定系统误差以代数值表示。

未定系统误差的特征是：在一定条件下，误差的大小和符号是确定的，但却是未知的。在给定条件下，往往只能确定其界限值。例如，用某一块2级量块调零作相对测量时，量块中心长度的实际偏差所引起的误差对任一次测量来说，都是确定不变的。但按级使用时，它又是未知的，仅仅知道它不会超过某一界限（中心长度的极限偏差）。因此，未定系统误差也用极限误差表示。

系统误差和随机误差将随给定条件的变化而互相转化。例如，用某一级量块调零作比较测量时，若每测量一次都调换一个同级别的量块，则量块的制造偏差所引起的测量误差为随机误差。

② 计算误差传递系数。在间接测量中，各实测几何量 x_i 的误差对于被测几何量 y 的误差（合成分总的误差）的影响是不同的。因此，必须求出各实测几何量 x_i 的误差传递系数，

即根据函数关系，求出被测几何量 y 对各实测几何量 x_i 的偏导数 $C_i = \partial y / \partial x_i$ ，注意误差传递系数是代数值。

③ 合成规律。已定系统误差按代数和规律合成：

$$\Delta y = \sum_{i=1}^m C_i \Delta x_i$$

随机误差和未定系统误差按平方和规律合成：

$$\delta_{\text{lim}(y)} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^m C_i^2 \delta_{\text{lim}(x_i)}^2}$$

2.3 习题分析与例解

【例 1.2-1】 现有 83 块一套的量块，当需要组成 87.985mm 尺寸时，试选择适当尺寸的量块。

解 选择量块尺寸如下：

	87.985	
—)	1.005	第一块量块
	86.98	
—)	1.48	第二块量块
	85.5	
—)	5.5	第三块量块
	80	第四块量块

则四块量块尺寸分别为 1.005mm、1.48mm、5.5mm、80mm。

【例 1.2-2】 测量某轴直径，得到一系列等精度测量值（mm）为：25.0360，25.0365，25.0362，25.0364，25.0367，25.0363，25.0366，25.0363，25.0366，25.0364，求测量结果。

解 列表 1.2-1 计算如下。

表 1.2-1 例 1.2-2 计算表

测量序号	测得值 x_i/mm	残差 $v_i = x_i - \bar{x}/\mu\text{m}$	残差的平方 $v_i^2/\mu\text{m}^2$
1	25.0360	-0.4	0.16
2	25.0365	+0.1	0.01
3	25.0362	-0.2	0.04
4	25.0364	0	0
5	25.0367	+0.3	0.09
6	25.0363	-0.1	0.01
7	25.0366	+0.2	0.04
8	25.0363	-0.1	0.01
9	25.0366	+0.2	0.04
10	25.0364	0	0
	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 25.0364$	$\sum_{i=1}^n v_i = 0$	$\sum_{i=1}^n v_i^2 = 0.40$