成人高考复习丛书

数学

SHU XUE

(理工农医类用)

广州市成人教育教学研究室编

广东高等教育出版社

·成人高考
复习丛书·

数学

梁金强　主　编
梁金强
陈竞芬　陈泽权　编　写

广东高等教育出版社

粤新登 09 号

成人高考复习丛书

数　学

梁金强　主编

*

广东高等教育出版社出版发行

广东省佛冈县印刷厂印刷

*

850×1168 毫米　1/32　10 印张　248 千字

1993 年 12 月第一版　1993 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—5000 册

ISBN7—5361—1298—X/O·43

定价：6.00 元

《成人高考复习丛书》编委会

前言

《成人高考复习丛书》包括《语文》、《政治》、《数学》(分文科和理工科)、《物理》、《化学》、《历史》、《地理》共七科八册，是适应成人高考考生的实际需要而编写的，由李道楷(《全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》起草人、审定人之一，全国成人高考试题库的供题者)主编。各分册的主编和编撰人员都是长期研究成人高考、对高考复习辅导经验丰富、具有高级职称的教师。

汇集了广州市成人教育教学研究室长期编写成人高考复习资料的成功经验。丛书既紧扣国家教委颁布的《全国各类成高等学校招生复习考试大纲》的要求，又从当前成人高考的实际需要出发，照顾成人学习的特点，强化应试能力的培养和复习的指导性，并在符合需要的前提下精减篇幅。各分册都用“考点分布”、“复习提要”、“解题示例”、“应试练习”(附参考答案)的结构体例，使丛书更鲜明地体现其针对性、实用性和指导性的特色。

本丛书适用作成人高考自学复习用书和复习辅导班教材。也可供成人高中学员、教师及其他有关的读者参考。

《数学》(理工农医类用)的内容严格按照考试大纲的要求和编排次序，全书分为十八章。“考点分布”根据考纲要求和历年成人高考的命题趋向，说明各章常考的知识点，给考生提供复习重点。

“复习提要”的选材以考试大纲为依据，力求简明扼要，每章最后是“本章知识结构图”，用树式的模式总结该章书知识结构的主线索，每部分知识展开讲授的范围，知识块之间联系等，进一步疏理所复习的知识，明确它们的联系和各部分知识的要点。

“解题示例”完全按照成人高考的题型和顺序精选了与考点分布相一致、覆盖面广、有代表性的 83 年至 93 年全国成人高考试题为例

题，也选用了普通高考82年至87年的部分较典型的试题。例题按选择、填空、计算、证明和应用等题目顺序安排，每一例题的解答都有解题思路，着重于启迪思路，并注意总结解题方法，着力于提高考生的应试能力。

“应试练习题”均挑选了一定数量的、有代表性、典型性的题目，以利于巩固各章的基本知识，提高考生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力。

本分册《数学》(理科)主编是梁金强(高级讲师，全国十二省市中专自学考试数学辅导教材编教材编者，广东省中专自学考试数学辅导教材主编)。参加编撰人员是：梁金强(执笔第一至第八章，全书统稿、定稿)，陈竞芬(讲师，执笔第九至第十三章)，陈泽权(高级教师，执笔第十四至第十八章)。

由于时间仓促和水平所限，本书难免有错漏或不妥之处，敬请读者指正。

广州市成人教育教学研究室

一九九四年一月

目　　录

第一篇 代　　数

第一章 数、代数式、方程和方程组

一、考点分布

（一）数

1. 有理数、实数的概念；数轴、相反数、绝对值、算术平方根的概念。

2. 熟练地进行有关数的运算。

（二）代数式

1. 整式、分式的概念；二次根式的有关概念。二次根式的性质。

2. 会进行有理式的加、减、乘、除、乘方的运算；会进行二次根式的化简、运算。

（三）方程

1. 方程的有关概念；会解一元一次方程；会解一元二次方程和可化为一元二次方程的分式方程和根式方程。

2. 一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系，会运用这些知识解决有关问题。

(四)方程组

1. 会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组。

2. 会解由一个二元一次方程组和一个二元二次方程组成的方程组;会解简单的两个二元二次方程组成的方程组。

说明:考纲要求熟练地进行数、式运算和解方程以及方程组;灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题。

二、复习提要

(一)数

1. 实数

有理数(有限小数或循环小数)与无理数(无限不循环小数)统称为实数。实数的分类如下:

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数(自然数)
      - 零
      - 负整数
    - 分数
      - 正分数
      - 负分数
  - 无理数
    - 正无理数
    - 负无理数

说明:实数集可以进一步扩展为复数集。

2. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴(如图 1－1)。

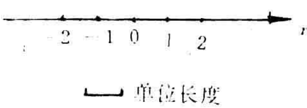

图 1－1

实数集合和数轴上的点集是一一对应的，即数轴上每一个点表示唯一的一个实数；反过来，每一个实数均可用数轴上唯一的一个点来表示。从数轴可看出，当水平右方向为正方向时，数轴上任一点对应的数总大于该点左边任一点所对应的实数。

3. 相反数

只有符号不同的两个数，叫做互为相反数，如数 a 与 $-a$ 互为相反数，零的相反数是零。

4. 绝对值

在数轴上表示这个数的点到原点的距离，叫做这个数的绝对值。

对于一个实数 a，当 $a>0$ 时，其绝对值是它本身；当 $a<0$ 时，其绝对值是它的相反数；当 $a=0$ 时，其绝对值是零。

即
$$|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}.$$

例如 $|2|=2$，$|-3|=-(-3)=3$，$|0|=0$ 等。

说明：实数的绝对值是一个非负数。

5. 实数的运算

(1)实数可进行加、减、乘、除、乘方运算，对非负实数还可进行开偶次方运算，任何实数都可以开奇次方。

(2)运算顺序。在同一式子，先乘方、开方，然后乘、除，最后加、减。若式子里有括号，由最里层的括号算起，逐层去掉括号。

(3)运算定律。

运算律	加法	乘法
交换律	$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
结合律	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a\cdot b)\cdot c=a(b\cdot c)$
分配律	$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$	

(二)式

1. 代数式

由运算符号（加、减、乘、除、乘方、开方）把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做代数式。

(1)代数式的值。用数值代替代数式里的字母，计算所得结果，叫做代数式的值。

(2)代数式的分类

- 代数式
  - 有理式
    - 整式
      - 单项式（如 $-5, a, ax^2, -\frac{a}{2}$ 等）
      - 多项式（如 x^2+y^2, ax^2+by^2-2xy 等）
    - 分式（如 $\frac{1}{x}, \frac{2x+1}{x^2-1}$ 等）
  - 无理式（如 $\sqrt{x^2+1}, \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x^2-x-1}}$ 等）

2. 整式

(1)整式的有关概念。由数与字母相乘形成的代数式叫单项式；几个单项式的代数和叫做多项式；单项式和多项式统称整式。

(2)整式的运算。

幂的运算法则

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$　　　$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m > n)$

$(a^m)^n = a^{mn}$　　　$(ab)^n = a^n b^n$

常用乘法公式

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$\pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$

$\pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$

①整式的加减、去括号、合并同类项。

例如　$x^2-2x+3-(2x^2-4x+7)$

$=x^2-2x+3-2x^2+4x-7$

$=-x^2+2x-4$

②整式的乘除。系数相乘除，相同字母的指数相加减。具体分述

如下：

单项式乘以单项式。系数的积作为积的系数，相同字母的指数和作为积里同一字母的指数，只有一个单项式里含有的字母，连同它的指数写在积里。

例如 $3a^2b^3c\cdot(-2a^3b^2x)$

$=[3\times(-2)](a^2\cdot a^3)(b^3\cdot b^2)\cdot c\cdot x$

$=-6a^5b^5cx$

多项式乘以多项式。先将一个多项式的每一项分别乘以另一个多项式，然后再相加。

例如 $(x-2)(3x+1)$

$=x\cdot(3x+1)+(-2)(3x+1)$

$=x\cdot 3x+x\cdot 1+(-2)\cdot 3x+(-2)\times 1$

$=3x^2+x-6x-2$

$=3x^2-5x-2$

单项式除以单项式。把系数、同底数幂分别相除，作为商的因式，只有被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的因式。

例如 $15a^4b^3c^2\div 3a^3b^2$

$=(15\div 3)(a^4\div a^3)(b^3\div b^2)c^2=5abc^2$

多项式除以单项式。把多项式的每一个项除以单项式，再把所得的商相加。

例如 $(15x^4-12x^3+9x^2)\div 3x^2$

$=(15x^4\div 3x^2)-(12x^3\div 3x^2)+(9x^2\div 3x^2)$

$=5x^2-4x+3$

多项式除以多项式。先把两个多项式都按同一字母降幂排列，若被除式缺项，留出空位，用竖式演算。

例如 $(1+3x^2-8x)\div(3x+1)$

$$
\begin{array}{r}
x-3 \\
3x+1 \overline{\smash{\big)}\,3x^2-8x+1} \\
\underline{3x^2+x} \\
-9x+1 \\
\underline{-9x-3} \\
4
\end{array}
$$

商为 $x-3$,余数为 4

3. 因式分解

把一个多项式化为几个整式的积,叫做因式分解。因式分解的方法有:提取公因式法;公式法;分组分解法;十字相乘法;求根公式法等。

4. 分式

(1)分式的概念。设 A、B 为两个整式,且 B 含有字母,则式子 $\dfrac{A}{B}$ 叫分式。

(2)分式的基本性质。

$\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\times M}{B\times M}=\dfrac{A\div M}{B\div M}$($M$ 为不等于零的整式)

(3)分式的运算。

$\dfrac{a}{b}\pm\dfrac{c}{d}=\dfrac{ad\pm bc}{bd}$;　　$\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{c}{d}=\dfrac{ac}{bd}$;

$\dfrac{a}{b}\div\dfrac{c}{d}=\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{d}{c}=\dfrac{ad}{bc}$

$(\dfrac{a}{b})^n=\dfrac{a^n}{b^n}$。

5. 二次根式

(1)二次根式的有关概念。式子 $\sqrt{a}$ $(a\geqslant 0)$ 叫做二次根式。正数 a 的正平方根叫做 a 的算术平方根,零的平方根是零。

$$(\sqrt{a})^2=a \quad (a\geqslant 0)$$

$$\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\geqslant 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

如果二次根式的被开方数的每一个因子的指数都小于 2,且被

开方数不含分母，则这个二次根式叫做最简二次根式。

被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式。

如 $3\sqrt{5a}$，$\frac{\sqrt{x}}{2}$，$\sqrt{x^2+1}$等都是最简二次根式。但$\sqrt{4x^2}$，$\sqrt{\frac{a}{2}}$，$\sqrt{12}$等都不是最简二次根式。

(2)二次根式的运算。

二次根式的加减。先把各根式化为最简二次根式，再合并同类根式。

二次根式乘除。根据二次根式性质进行

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab};\qquad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}。$$

(3)分母有理化。把分母中的根号化去，叫做分母有理化。

分母有理化的方法是用分母的有理化因式同乘以分子和分母。常见的互为有理化因式有$\sqrt{a}$与$\sqrt{a}$；$\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$与$\sqrt{a}\mp\sqrt{b}$；$a\pm\sqrt{b}$与$a\mp\sqrt{b}$；$\sqrt[3]{a}\pm\sqrt[3]{b}$与$\sqrt[3]{a^2}\mp\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{b^2}$。

说明：二次根式运算的最后结果必须化为最简二次根式。

(三)方程和方程组

1. 方程的基本概念

(1)方程及方程的解。含有未知数的等式叫做方程；使方程左右两边的值相等的未知数的值，叫做方程的解。

(2)同解原理。方程两边都加上(或都减去)同一个数或同一个整式，所得方程与原方程是同解方程。

方程的两边都乘以(或都除以)不等于零的同一个数，所得方程与原方程是同解方程。

2. 一元一次方程

(1)定义。形如 $ax+b=0(a\neq0)$的方程，叫做一元一次方程。

(2)解法。去分母，去括号，移项，合并同类项，方程两边都除以未知数的系数，化为 $x=c$ 的形式。

3. 一元二次方程

(1)定义。形如 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的方程,叫做一元二次方程。

(2)解法。因式分解法;配方法;公式法。求根公式:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}。$$

其中判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的符号确定方程的根的三种情况:

当 $\Delta>0$ 时,方程有两个不相等的实数根;当 $\Delta=0$ 时,方程有两个相等的实数根;当 $\Delta<0$ 时,方程没有实数根。

(3)根与系数的关系(韦达定理)。如果 x_1,x_2 是方程

$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的两个根,那么 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$,

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}。$$

韦达定理的逆定理亦成立。即

如果有两个数 x_1,x_2

$$x_1+x_2=p,$$
$$x_1\cdot x_2=q,$$

则 $x^2-px+g=0$ 是以 x_1,x_2 为根的一元二次方程。

4. 一次方程组

(1)定义。由几个一次方程组成并含有两个(或三个)未知数的方程组,叫做二(三)元一次方程组。

如 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2,\end{cases}$ $\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=d_1\\a_2x+b_2y+c_2z=d_2\\a_3x+b_3y+c_3z=d_3。\end{cases}$ 等

(2)解法。代入消元法;加减消元法。

二元一次方程组通过"消元"转化为只含一个未知数的一元一次方程,求得一个未知数后用回代的方法求另一个未知数。

三元一次方程组通过"消元"转化为二元一次方程组来解。

5. 简单的二元二次方程组

(1)定义。形如 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ 的方程叫二元二

次方程。

由一个二元二次方程和一个二元一次方程，或由两个二元二次方程组成的方程组，叫二元二次方程组。

(2)解法。

①由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的二元二次方程组的解法。通常是用代入消元法，由二元一次方程解出 x 或解出 y 代入二元二次方程，转化为求一个一元二次方程的解，然后回代求另一个未知数。

②由两个二元二次方程组成的二元二次方程组的解法。消元、降次，转化为一元二次或一元一次方程来解。只限于解几种特殊类型如下：用加减消元法可以消去某个未知数的；可以消去二次项的；至少有一个方程可以分解成一次方程的。

四、本章知识结构图

- 实数
  - 有关概念
    - 有理数、无理数、实数的定义
    - 数轴、相反数、绝对值的概念
    - 平方根、算术平方根的定义
  - 运算
    - 实数的加、减、乘、除运算
    - 实数的乘方、开方运算
- 代数式
  - 概念、性质
    - 整式定义
    - 分式定义
    - 二次根式定义
    - 二次根式性质
  - 运算
    - 有理式的加、减、乘、除、乘方运算
    - 二次根式的化简、运算

- 方程和方程组
  - 方程
    - 方程有关概念
    - 同解原理
    - 解一元一次方程、一元二次方程
    - 解可化为一元二次方程的分式方程、根式方程
    - 一元二次方程判别式、根与系数关系的应用
  - 方程组
    - 二元一次方程组的解法
    - 三元一次方程组的解法
    - 简单的二元二次方程组的解法

三、解题示例

〔例 1〕 选择题(每小题只有一个结论是正确的,把正确结论的代号写在题后括号内。)

如果 $a^2=b^2$,那么(　　)

(A)$a=b$　　(B)$a=-b$　　(C)$a=\pm b$　　(D)$a=b=0$

思路:由 $a^2=b^2$ 移项并分解因式得

$(a+b)(a-b)=0$,所以 $a=-b$ 或 $a=b$

答:(C)

注意:根据开平方定义,由题设两边开平方也可选出正确答案。

〔例 2〕 选择题(每小题只有一个结论是正确的,把正确结论的代号写在题后括号内)

$\sqrt{a-2\sqrt{ab}+b}$$(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$的值是(　　)

(A)$\sqrt{a}-\sqrt{b}$　　(B)$\sqrt{b}-\sqrt{a}$

(C)当 $a\geqslant b$ 时,$\sqrt{a}-\sqrt{b}$;当 $a<b$ 时,$\sqrt{b}-\sqrt{a}$

(D)$\sqrt{a}+\sqrt{b}$

思路:首先化简$\sqrt{a-2\sqrt{ab}+b}=\sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}$
$=|\sqrt{a}-\sqrt{b}|$,因为算术平方根是非负数,故开方后取绝对值,