

力学教程

(上)

李 复 编著

清华大学出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

力学教程

(上)

李 复 编著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是作者多年来在清华大学给物理系、基础科学班、电子工程系等本科生授课的基础上,吸取国内外同行的经验并结合自己教学研究的成果总结而成,包括牛顿力学和相对论力学两部分。

本书突出理论体系架构,对牛顿理论体系做了较深入的分析 and 讨论。本书强调非惯性系的意义和规律,加强了连续介质力学和波动力学两大部分。本书以爱因斯坦假设和狭义相对论为根据,系统讨论广义相对论的史瓦西场。教学中遇到的疑难问题书中都做了详尽的讨论。

本书可作为高等学校物理专业以及其他理、工专业本科生的教材或参考书,也可以供相关教师参考。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

力学教程.上/李复编著. --北京:清华大学出版社,2011.6

ISBN 978-7-302-26081-3

I. ①力… II. ①李… III. ①力学—高等学校—教材 IV. ①O3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 132510 号

责任编辑:朱红莲

责任校对:赵丽敏

责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京嘉实印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260

印 张:20.5

字 数:494 千字

版 次:2011 年 6 月第 1 版

印 次:2011 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:36.00 元

产品编号:043314-01

前 言

本书是基础物理学(普通物理学)中力学部分的教材,包括经典力学的牛顿力学系统和相对论力学基础。

物理学是研究物质世界组成、运动、变化的最普遍、最基本的规律的科学。物理学由物质的组成和物质之间的相互作用出发,解释自然现象,揭示自然的奥秘,研究自然的变化规律。物理学是整个自然科学的基础,基本的物理学定律、物理学原理是一切自然过程都遵循的。物理学的研究方法、实验手段也是整个自然科学领域的基本研究方法和实验手段。物理学家费曼指出:“物理学是最基本的、包罗万象的一门学科,它对整个科学的发展有深远的影响。事实上,物理学是与过去所谓的‘自然哲学’相当的现代名称,现代科学大多数就是从自然哲学中产生的。许多领域内的学生都发现自己正在学习物理学,这是因为它在所有的现象中起着基本的作用。”^①

物理学是理论与实验相结合的科学,物理思想、物理规律都来自物理实验。物理学不是抽象的思维游戏,也不是单纯的数学运算、公式推导,而是对客观世界运动规律的分析 and 研究。物理学来自客观世界,又要接受客观世界的检验。因此物理学的理论必须而且应该与日常生活、生产实践和科学研究相联系,所有重要问题都要符合实际,要重视物理量的量级和公式的应用条件。这是物理学最重要的特点。

力学曾是物理学中创立最早、成熟最早的部分,现已发展成为一门完整的与物理学并立的独立学科,而力学的基本原理仍然是物理学的重要基础。本书作为普通物理的第一部分,突出力学基础理论、深挖事物发展和变化的本质、强调对物理过程的分析、加强物理性质的图像化理解。

虽然经典力学是成熟的理论,取得了辉煌的成就,但绝不是完美无缺的,仍有局限性,在基本概念和理论体系上还存在一些疑难和不确定性,还有发展和改进的余地。

对基本原理的阐述和学习是很难的事情,需要花大工夫下大力气。正如 19 世纪末赫兹在《力学原理》的序言中写到:“我有这样的经验,要向肯动脑筋的听众阐明力学的真正基本的内容,而不会不时感到为难,不会一再激起歉意,不想尽快跨过原理部分而向他们讲述一些应用的例子,那是极端困难的一件事。”

本书着重在以下几个方面做了一些努力。

1. 对牛顿定律等基本原理、基本概念和基本方法做比较深入的讨论和分析。对其中一些疑难和争议提出自己的看法和意见。

^① R. P. 费曼. 费曼物理学讲义. (第一卷) 上海: 上海科学技术出版社, 21

2. 对惯性定律、惯性系、惯性力有一些新的体会和见解,导致这些内容都有较大改变,明确提出非惯性系相应的运动定律和运动定理。

3. 对经典力学教学中的重点和难点都着重分析、讨论。有些以前难以在基础力学中解释的重要问题如陀螺的章动等,也在基本原理的基础上做了简化讨论。

4. 质点和质点系的功能原理、动量定理、角动量定理的应用比牛顿力学要普遍和有效得多,而且贯穿于整个力学、物理学中,因此在教学中突出功能原理、动量定理、角动量定理。

5. 淡化刚体力学的地位,理顺刚体力学教学系统,精炼和加强刚体力学的内容。

刚体只是一个特殊的质点系,在刚体力学中并没有新的基本原理,只是质点系角动量定理、功能原理、动量定理的应用,因此没有单独作为一章。由于重新安排了教学系统和讨论方法,所以虽然在本书中刚体力学只占一节,但是不仅讨论了一般教材里的刚体力学内容,而且还增加了章动、刚体定点角动量 L 与角速度 ω 的关系、欧拉方程等介绍性内容。

6. 加强连续介质力学,增加了应力、应变、广义胡克定律、固体形变等。

在后续的理论力学课程中一般没有连续介质力学内容,因此本书对此适当加强。一般普通物理力学教材中很少涉及应力、应变、固体形变等,本书对此作认真讨论。

7. 加强振动和波动

在后续的理论力学课程中一般也没有振动和波动内容,因此本书对此适当加强。普通物理力学教材中一般只推导弹性棒内纵波波动方程。本书从应力、应变、广义胡克定律出发,对固体弹性波、流体声波的波动方程作认真的推导。水面波是少数可以直接观察的波动,本书对水面波进行了较全面的分析。

8. 广义相对论的物理基础

以等效原理和广义相对性原理为基础,以爱因斯坦关于钟、尺假设为根据,依靠狭义相对论知识,本书尝试用普通物理的语言和方式,系统、完整、定性和半定量地讨论了广义相对论的基本原理、史瓦西场时空、自由粒子的运动、常加速度内禀刚性加速系,介绍了大爆炸宇宙学。

9. 考虑与理论力学的联系、衔接或贯通,与理论力学作为一个整体通盘考虑,内容优化组合。整合的重点是将原来理论力学中的牛顿力学部分去掉,其主要内容分别融合到普物力学和分析力学中。

作为大学物理教材,应该而且必须为学生留有充分的自主学习空间,因此相对而言本书内容更广泛和深入。参考本书的同学,可以根据自己的目标、能力、兴趣、爱好以及能够利用的时间,阅读相应的部分。

书中融合了清华大学高炳坤教授关于惯性系的思想;“振动与波”一章重点参考了清华大学牟绪程教授的《波动与光学》(上册);特此表示感谢。

感谢陈泽民老师为组长的清华大学基础课工科多学时教学小组老师们的支持和帮助。

本书是我在清华大学多年教学的总结。教学相长是亘古不变的道理,书中也包含了学习我的课程的几千清华学子的聪明才智。

目 录

第 1 章 运动学	1
1.1 引言	1
1.1.1 质点模型	1
1.1.2 空间	2
1.1.3 时间	2
1.1.4 参考系和坐标系	3
1.2 矢量简介	3
1.2.1 矢量概念	3
1.2.2 矢量的合成与分解	5
1.2.3 矢量的乘法	7
1.2.4 矢量导数	12
1.2.5 矢量积分	16
1.2.6 矢量的大小变化率和方向变化率——矢量变化率的本征分矢量	17
1.2.7 空间变换下的矢量变换性质	21
* 1.2.8 判别是否是矢量——矢量的进一步讨论	22
1.3 质点运动学	24
1.3.1 速率	24
1.3.2 速度和加速度	24
1.3.3 一维运动问题	26
1.3.4 运动学三类基本问题	28
1.3.5 平面极坐标系、自然坐标系和球坐标系	29
1.3.6 路程的计算	34
1.4 相对运动和参考系的变换	35
1.4.1 运动的相对性、参考系变换	35
1.4.2 平动参考系的速度、加速度变换	35
1.4.3 匀角速度定轴转动参考系的速度、加速度变换	37
1.4.4 任意运动参考系的速度、加速度变换	40
1.4.5 两个物体的相对运动	43

1.5 实际物体的运动	45
1.5.1 连续介质	45
1.5.2 连续介质的运动	46
1.5.3 刚体的定轴转动	46
1.5.4 刚体的平面平行运动	48
习题	50
附录 1.1 证明矢积满足分配律	55
附录 1.2 证明无限小角位移 $d\vec{\phi}$ 是矢量	56
第 2 章 牛顿运动定律——质点动力学	58
2.1 牛顿运动定律	60
2.1.1 牛顿第一定律——惯性定律	60
2.1.2 牛顿第二定律	62
2.1.3 牛顿第三定律——作用与反作用定律	65
2.2 牛顿力学中的力	66
2.2.1 牛顿力学中力的概念	66
2.2.2 牛顿力学中力的来源	67
2.2.3 引力和重力	68
2.2.4 弹性力	68
2.2.5 摩擦力	69
2.2.6 电磁力	71
2.3 质点动力学问题——牛顿定律的应用	72
2.3.1 代数方程组型	72
2.3.2 微分方程(组)型	74
2.4 非惯性系中质点运动规律、惯性力	80
2.4.1 实际应用的参考系本质上都是非惯性系	80
2.4.2 非惯性系质点运动定律	82
2.4.3 平动非惯性系中惯性力	83
2.4.4 定轴匀角速度转动非惯性系中惯性离心力与科里奥利力	84
2.4.5 地球参考系中的惯性离心力和科里奥利力	86
2.4.6 从惯性力角度看非惯性系对惯性系的偏离	90
2.5 引潮力	91
2.5.1 潮汐	91
2.5.2 定性分析	91
2.5.3 引潮力的定量计算	92
2.5.4 引潮力的影响和启发	94
2.6 单位制与量纲、量纲分析	96
2.6.1 单位制与量纲	96
2.6.2 量纲空间、基本量变换	97
2.6.3 无量纲量、无量纲量的构成	99

2.6.4 π 定理	99
2.7 牛顿力学内在随机性介绍——非线性系统混沌行为的体现	102
2.7.1 牛顿力学是确定性理论	102
2.7.2 牛顿力学的内在随机性	102
习题	103
附录 2.1 《自然哲学之数学原理》第 1 版序言	108
附录 2.2 《自然哲学之数学原理》中八个定义和研究哲学的四条规则	110
附录 2.2.1 八个定义	110
附录 2.2.2 研究哲学的四条规则	110
附录 2.3 力与加速度成正比是牛顿第二定律的规定	111
附录 2.4 牛顿第二定律与惯性系	112
附录 2.5 质量的可加性	113
附录 2.6 最小作用量原理	113
第 3 章 万有引力定律	115
3.1 开普勒行星运动三定律	115
3.1.1 第谷·布拉赫的精确观测	115
3.1.2 开普勒发现行星运动定律	117
3.1.3 开普勒行星运动三定律	119
3.2 万有引力定律	120
3.2.1 牛顿定律是讨论行星运动的基础	120
3.2.2 太阳对行星的作用力	120
3.2.3 万有引力定律	122
3.2.4 惯性质量与引力质量、厄缶实验	124
3.3 引力场	126
3.3.1 引力场场强	126
3.3.2 物质的引力场	126
3.3.3 引力场图示——引力(场)线	129
3.3.4 引力场的通量定理	129
3.3.5 引力场的环路定理	134
3.3.6 引力场的势——引力势	135
3.3.7 引力场强与引力势的定量关系	138
习题	140
附录 3.1 质点对称性与质点引力场的性质及推广	141
第 4 章 动量	144
4.1 质点动量定理	144
4.1.1 质点动量定理	144
4.1.2 冲量	145

4.1.3	状态量和过程量	148
4.1.4	质点动量守恒定律	148
4.1.5	非惯性系中质点动量定理和动量守恒定律	149
4.2	质点系动量定理	149
4.2.1	质点系动量定理	150
4.2.2	质点系动量守恒定律	152
4.2.3	变质量体运动、火箭飞行原理	153
4.2.4	非惯性系中质点系动量定理和守恒定律	158
4.3	质心和质心运动方程	160
4.3.1	质心	160
4.3.2	质心运动定律	163
4.3.3	非惯性系中质心运动规律	165
4.3.4	质心参考系和质心坐标系	165
4.3.5	宇宙参考系即理想惯性系	167
	习题	168
第5章	功和能	174
5.1	动能、功、动能定理	175
5.1.1	动能	175
5.1.2	功、功率	176
5.1.3	动能定理	178
5.1.4	非惯性系中动能定理	180
5.1.5	质心系中动能定理及柯尼希定理	181
5.2	保守力与势能	182
5.2.1	一对相互作用力的合功与参考系无关	182
5.2.2	保守力	184
5.2.3	势能	187
5.2.4	几种常见的势能	188
5.2.5	点元系统的势能	190
5.2.6	由势能求保守力	192
5.2.7	势能分布图	193
5.2.8	等势面	196
5.2.9	保守系统与时间反演不变性	197
5.3	功能原理、机械能守恒	198
5.3.1	功能原理	198
5.3.2	机械能守恒	199
5.3.3	非惯性系中的功能原理	203
5.3.4	质心系中的功能原理	206
5.3.5	利用势能曲线和相图定性讨论质点运动	208

5.4 自由碰撞	211
5.4.1 碰撞	211
5.4.2 一维碰撞普遍解	212
5.4.3 正碰中动能损失和资用能——对心碰撞中的能量关系	213
5.4.4 二维碰撞	217
5.4.5 质心系中讨论碰撞	219
5.4.6 α 衰变和 β 衰变、中微子预言	223
习题	225
附录 5.1 能量守恒定律与牛顿第三定律	232
第 6 章 角动量 刚体	234
6.1 质点角动量和质点角动量定理	234
6.1.1 对点之矩——力矩和质点动量矩	234
6.1.2 对轴之矩——对轴力矩和对轴质点角动量	236
6.1.3 质点角动量定理	238
6.1.4 质点角动量守恒定律	239
6.1.5 非惯性系中质点角动量定理	241
6.2 质点系角动量定理	242
6.2.1 质点系角动量定理	242
6.2.2 质点系角动量守恒定律	246
6.2.3 非惯性系中质点系角动量定理	247
6.2.4 质心系中角动量定理	247
6.3 万有引力场中质点的运动	249
6.3.1 保守有心力场中质点运动的一般特点	249
6.3.2 用广义势能讨论质点径向运动	251
6.3.3 万有引力场中椭圆运动参量	253
6.3.4 万有引力场自由质点的运动轨道	255
6.3.5 两体问题和两体方法	257
6.4 刚体	262
6.4.1 定轴转动刚体的动量、角动量、动能——对轴转动惯量	262
6.4.2 定轴转动运动规律	265
6.4.3 刚体平面运动规律	270
6.4.4 刚体定点运动简介——陀螺运动规律	275
6.4.5 刚体对定点角动量 $L_{(O)}$ 与角速度 ω 的关系	279
6.4.6 刚体定点运动的动力学方程——欧拉方程	282
6.4.7 刚体上力系的简化	283
6.4.8 刚体平衡条件	286
习题	288
附录 6.1 相对惯性系平动的坐标框架	298

附录 6.2 对称陀螺螺旋进和章动的简化讨论	299
附录 6.3 对称性与守恒律	303
附录 6.3.1 对称性原理	303
附录 6.3.2 牛顿力学的讨论	304
习题答案	306

第 1 章

运 动 学

运动学研究如何确定物体的空间位置,如何描述物体的运动状态以及运动的内在规律性.

1.1 引 言

1.1.1 质点模型

一般情况下实际物体的运动很难描述.例如一个篮球在地上滚动,篮球的各个部分运动情况不一样,当篮球碰到墙壁时还要发生变形,无法简单地描述这个篮球的运动.先把这样复杂的问题搁置起来讨论最简单的情况:一个宏观上很小的颗粒,可以忽略不计它的大小近似看作一个几何点,同时也就忽略它的变形和转动.真正的几何点是没有大小的,而这里的小颗粒既有大小又有质量,只是近似看作几何点,是一种理想化的模型,称之为质点.

质点的位置就是该几何点的位置,由该点的空间坐标描述,进而讨论质点的运动规律.

在很多情况下,即使是一些大的物体,也可以看作质点.比如当物体作平动时,无论它多大,其各部分的运动完全相同,于是在讨论平动物体的运动时,可以用物体上的任意一点的运动来代表整个物体的运动,也就是说可以把物体看作一个质点.

对于实际物体,如前面提到的篮球,既有变形又有转动,球上各个部分运动各不相同,我们就在球上取一个体积微小的部分作为微元,这些微元就是上面定义的质点,因此任意物体都可以看作是由无数质点组成的.有了处理质点运动的方法,就可以想办法解决实际物体的运动问题.

由此可知,物理学研究问题都从最简单也是最基本的情况出发,找出基本规律,然后逐步解决复杂问题.

实际问题一般都是复杂的,在分析时要注意影响问题的主要因素和次要因素.当次要因素不影响所要求的精度时,次要因素就可以忽略;在对问题进行更深入研究时就要考虑次要因素的影响.一辆运动的汽车的轮子总在转动,因此严格讲运动的汽车不能当作质点.但是通常讨论汽车的运动时可以忽略车轮的转动,于是在车体平动时,把整辆汽车近似看作质点;更严格的讨论要把车体和车轮分开处理,车体看作质点,车轮不能当作质点.

本章主要讨论质点的运动规律.

1.1.2 空间

前面的讨论中用到了一些没有定义的概念,如空间等.在整个自然科学的开篇——力学的开头这是难以避免的.下面先从最简单、最直观的角度陆续讨论和说明一些重要的概念.随着学习的深入,对一些最基本、最重要的概念也会逐步加深理解.

时间和空间是最基本的物理量,对时间和空间的认识称为时空观.牛顿力学应用的是最简单、最直观的古典时空观.

按古典时空观,空间是自然界早已安排下的万事万物活动的舞台,与物质和时间无关.人们可以实实在在地感觉到空间:周围是房屋和树木,街上车水马龙,白天阳光普照,晚上抬头望去是神秘无边的星空…….按我们日常生活的经验,这个空间具有长、宽、高三种尺度,也就是通常所说是三维的,空间的几何学关系服从欧几里得几何.

空间的测量以长度测量为基础.长度的计量是将待测长度与长度基准比较而进行的.近代长度单位是 m(米).米的基准最早规定为通过巴黎的北极到赤道的子午线长的一千万分之一.这只是理论的长度.1875 年起,用保存在法国的米原器作为米的实物基准.1960 年第十一届国际计量大会上规定 1 米等于氪 86 原子橙色谱线在真空中波长的 $1\,650\,763.73$ 倍,实现了长度的自然基准,精度达到 4×10^{-9} .1983 年第十七届国际计量大会上规定 1 米等于光在真空中 $1/299\,792\,458$ 秒的时间间隔内所经过的路径长度.这个定义的特点是把真空中光速这个物理常数规定为 $299\,792\,458\text{ m/s}$,从而将长度基准与时间基准统一起来,使长度的计量精度等于时间的计量精度.

1.1.3 时间

什么是时间?时间是看不到摸不着的,也很难给时间下一个确切的定义.但是人们却能够感觉到时间的流逝.感觉到时间,实际上是感觉到世界上的事物发生了变化:大江东去,春去秋来,物是人非,沧海桑田.因此是事物的变化显示了时间的存在,而任意变化事物的变化情景,都可以用来标志时间.比如用麦苗出土、长高、抽穗、成熟等成长过程来表示时间历程,如这株麦苗从 1 寸长到 2 寸的时间内,下了三场雨,碰坏的汽车修好了,楼房又盖起一层……

为了能够复现时间间隔,一般选具有周期性的自然运动作为时间的基准.最早的计时仪器是“日晷”,利用太阳的影子来定时;以后有“沙漏”和“水漏”等利用储沙或储水的量来定时.以后利用钟表.到 20 世纪中期,原子钟成为主要的高精度的计时仪器,精度达到 $10^{-9} \sim 10^{-10}$.

地球的自转和绕太阳的公转以及月球绕地球的公转是人们最好利用的周期运动,分别定义了年、月、日的单位.现代基本的时间的单位是秒,按地球的自转来定义.人们是通过看太阳升起、落下来观测地球的自转,定义某地的太阳日为太阳连续两次经过该地子午面的时间间隔.由于地球自转的不均匀,所以用一年中的太阳日的平均值(称为平均太阳日)的 $1/86\,400$ 为 1 秒(s),精度为 10^{-7} .1956 年起改用地球的公转周期来规定秒,规定 1900 年的回归年的 $1/31\,556\,925.974\,7$ 为 1 秒,精度为 10^{-9} .以后在 1967 年第十三届国际计量大会上规定,1 秒是铯 133 原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射的 $9\,192\,631\,770$ 个周期的时间间隔.这样的时间标准称为原子时,精度为 $10^{-12} \sim 10^{-13}$.

1.1.4 参考系和坐标系

运动具有相对性. 站在地面上的观察者认为自己是静止不动的, 看到火车以及火车内靠着窗户坐着的旅客都在运动; 而在火车内靠着窗户坐着的旅客, 认为自己是静止不动的, 看到地面以及站在地面上的观察者在向后运动. 这就是运动的相对性, 也就是说, 对于同一个运动, 站在不同的“立场”上的人对该运动的描述不同. 因此要想确切地描述一个运动, 首先必须选好“立场”. 所谓“立场”实质是选定一些当作是不动的物体, 把这些物体称作**参照物**. 其他物体的位置是其相对于参照物的位置, 物体的运动也就是相对于参照物的运动. 把这样一些参照物构成的系统称为**参考系**.

为了在参考系中准确地描述物体的位置, 建立一个固定在参考系中的坐标系. 于是空间中每一点的位置就由该点的坐标表示. 一般来说, 一个参考系中可以建立多个不同的坐标系. 另一方面, 每个坐标系都可以代表它所固接的参考系的空间. 后面为了方便起见, 我们常常不再区分参考系和固定坐标系(通常用直角坐标系代表).

实际上, 脱离参考系笼统地谈论空间是没有意义的. 没有指明参照物的空间是虚幻的、不确切的、没有物理实义的. 只有确定了参照物, 即选定了参考系, 才真正确定了一个空间、一个具有实际意义的物理空间. 在这个空间里才可以真正确定物体的位置和运动以及它们的相互作用. 所以选择参考系绝不是可有可无的事情, 而是研究问题最基本的前提.

质点可以用空间中一点的坐标来描述它的位置. 一个物体由于具有大小, 它的位置一般不能用空间中一点的坐标来描述.

1.2 矢量简介

牛顿力学的主要物理量都是矢量, 主要的运动方程都是矢量的微分方程. 矢量在牛顿力学中具有重要的地位和作用, 因此经典力学的牛顿力学形式又称为“矢量力学”.

不能简单地把数学当作物理学的工具. 数学的许多部分本身也是自然规律. 物理学不但包含了物理概念、物理规律、物理方法, 也包含了它所应用的数学. 因此在学习物理学的过程中, 不能把物理与数学割裂开来, 而是应该当作一个整体来对待. 例如, 在经典物理中, 把物质都看作是连续的, 讨论时一般取一个微元来研究. 那么这个方法是数学上的微分方法还是物理上的微元方法呢? 实际上这是不必区分也无法区分的. 又如, 物理量是否是矢量要由物理量本身的内在性质决定, 并不是人为规定的; 反过来, 如果我们已知某个物理量是矢量, 那么它就具有矢量的一切性质.

所以, 虽然矢量主要是数学概念, 实际上与物理特别是与牛顿力学密不可分. 讨论矢量的性质, 也就是讨论牛顿力学中矢量物理量的性质. 在这一节中介绍与牛顿力学有关的一些矢量的内容. 为了完整起见, 除了矢量场以外, 矢量的内容大都集中在这一节.

1.2.1 矢量概念

1. 矢量定义

只有大小没有方向意义的物理量是标量, 例如温度、路程、功、压强、电流等.

既有大小也有方向意义的物理量一般都是矢量, 但是也有的不是矢量. 也就是说, 除了

具有大小和方向的意义之外,还需要其他的条件才是矢量. 下面通过一个简单的物理量——位移,引出矢量的概念和定义. 设某质点 t_1 时刻在 P_1 点、 t_2 时刻在 P_2 点,见图 1.2.1(a). 为描述在 $t_1 \sim t_2$ 这段时间内该质点位置的移动而引入位移.

位移大小 = P_1P_2 , 即 P_1 点到 P_2 点的距离.

向不同方向的位置移动显然是不同的,因此位移还具有方向的含义. 定义 $t_1 \sim t_2$ 这段时间内该质点位移的方向为 P_1 点指向 P_2 点.

为了形象地显示位移的大小和方向两方面的意义,用一个带有箭头的“有向线段”来代表位移,该“有向线段”的起点和终点分别是位移的起点和终点,记作 $\overrightarrow{P_1P_2}$.

位移的大小和方向是人为定义的. 这样定义的位移具有“加法”(“和”)的意义. 设 t 时刻($t_1 < t < t_2$)质点在 P 点,那么 $t_1 \sim t$ 和 $t \sim t_2$ 这两段时间内该质点的位移分别为 $\overrightarrow{P_1P}$ 和 $\overrightarrow{PP_2}$. 显然, $t_1 \sim t_2$ 这段时间内质点的位移 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 应该是 $t_1 \sim t$ 和 $t \sim t_2$ 这两段时间内该质点的位移 $\overrightarrow{P_1P}$ 、 $\overrightarrow{PP_2}$ 之和,记为

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{P_1P} + \overrightarrow{PP_2}$$

位移的“加法”是按图 1.2.1(a)所示的几何方法进行的,称为三角形法则;也可以等效为按图 1.2.1(b)所示的几何方法进行的,称为平行四边形法则. 上面的加法是先后进行的位移的加法. 还有同时进行的两个位移的加法: 设 $t_1 \sim t_2$ 内汽车相对地面的位移为 $\overrightarrow{P_1P'}$, 汽车上质点在车上的位移为 $\overrightarrow{P_1P''}$, 则质点实际位移(相对地面位移)应该是两位移之和,记为 $\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{P_1P'} + \overrightarrow{P_1P''}$, 见图 1.2.1(c), 也满足平行四边形法则.

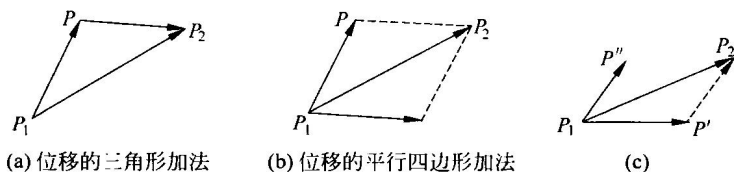


图 1.2.1 位移矢量

位移是典型矢量. 上面的讨论说明,位移除了具有大小和方向的意义外,还满足三角形法则的加法. 于是定义:

既有大小又具有方向意义,并且还具有按三角形法则进行的加法运算的量称为矢量.

以后会看到,只有定义了统一的加法,才可以进一步分析、研究和运用矢量,所以定义矢量的加法是必须的. 以后还要定义矢量的乘法.

矢量还有其他的定义方法,这里不再讨论.

2. 几何矢量和位置矢量

如果去掉前面附加给“有向线段”的位移的物理意义,有向线段 $\overrightarrow{AB}$ (图 1.2.2(a)) 本质上完全是由空间有序两点(起点 A 、终点 B)决定的具有大小和方向意义的量. 其大小为线段的长度,其方向为箭头所指的方向. 另一方面,如果给出有向线段 $\overrightarrow{AB}$, 就可以由起点 A 确定终点 B , 或者由终点 B 确定起点 A .

在图 1.2.2(b)中,以 A 为起点,由有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 得到终点 B ,再以 B 为起点由有向线段 $\overrightarrow{BC}$ 得到终点 C ,于是就可以得到以 A 为起点 C 为终点的“有向线段” $\overrightarrow{AC}$. 也就是有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BC}$ 共同作用的结果,得到了有向线段 $\overrightarrow{AC}$. 因此可以有理由地定义有向线段的加法:

有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BC}$ 相加得到有向线段 $\overrightarrow{AC}$,记为 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

由图 1.2.2(b)可知,这些“有向线段”的加法是按三角形法则进行的,因此这类有向线段就是矢量,称为几何矢量.几何矢量是最基本的矢量,甚至可以说是矢量的基础,主要的物理矢量都是由几何矢量构成的.

先选参考系.通常都选地球(地面)作为参考系.以后当没有指明参考系时,都是默认为地球参考系.在参考系中建立直角坐标系 $O-xyz$,见图 1.2.3.为描述参考系空间中任意点 P 的位置,从坐标系原点 O 为起点画几何矢量 $\overrightarrow{OP}$ 记为 $\boldsymbol{r}$,称为位置矢量,简称位矢或矢径.于是 P 点位置就由位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 确定, P 与位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 一一对应.坐标系转动成为新的坐标系时,作为实体的矢量 $\boldsymbol{r}$ 不变.

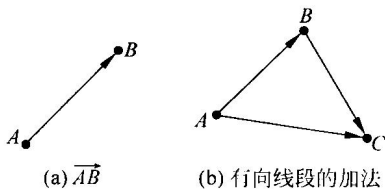


图 1.2.2 几何矢量

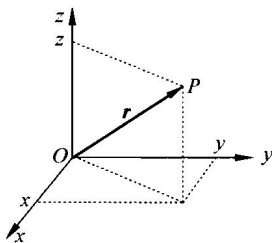


图 1.2.3 位置矢量 $\boldsymbol{r}$

由于位置矢量的起点是坐标系的原点,所以当坐标系移动后位置矢量要发生改变.而一般的矢量作为一个实体,不受坐标系转动和移动的影响.

位置矢量是最重要的几何矢量.

3. 矢量表示

(1) 矢量写法

在书面描述中矢量用黑斜体字表示,如矢量 $\boldsymbol{A}$;在手写时矢量要在其表示符号上加个箭头,如 $\vec{A}$.

矢量的大小又称为矢量的模.矢量 $\boldsymbol{A}$ 的大小(或模)记为 $|\boldsymbol{A}|$.常常用 A 表示矢量 $\boldsymbol{A}$ 的模,即 $A = |\boldsymbol{A}|$.单位矢量就是模为1的矢量,本书将矢量 $\boldsymbol{A}$ 的单位矢量记为 $\hat{\boldsymbol{A}}$.

(2) 矢量图示(几何表示)——“有向线段”

在力学中常常画出简图来形象地分析问题.在图中,任何矢量都可以用“有向线段”来代表.“有向线段”与矢量的对应关系是:“有向线段”的长度等于矢量的大小,“有向线段”的箭头指向矢量的方向.“有向线段”也称作矢量的几何表示.但是应该了解,用“有向线段”作为一般矢量的图形表示时,这些“有向线段”就不再具有几何矢量的意义了.

1.2.2 矢量的合成与分解

1. 矢量的合成与分解

矢量的加法又叫矢量的合成.矢量加法满足交换律和结合律.矢量加法交换律:

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} + \boldsymbol{A} \quad (1.2.1)$$

矢量加法结合律:

$$(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) + \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}) \quad (1.2.2)$$

若干个矢量相加采用三角形法则比较简单. 如图 1.2.4, 将 n 个矢量 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 首尾相接, 从第一个矢量的首出发, 指向最后一个矢量的尾的矢量 A 就是这 n 个矢量的和

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

反过来, 一个矢量 A 也可以等效为若干个矢量 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 之和, 称为矢量的分解, 矢量 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 称为矢量 A 的分矢量. 图 1.2.5 中矢量 A 分解为 A_1, A_2 两个分矢量之和.

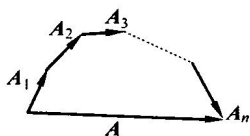


图 1.2.4 多个矢量合成的三角形法则

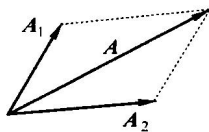


图 1.2.5 矢量 A 分解为 A_1, A_2 两个分矢量之和

由几何做图可知, 如果不加限制的话, 将矢量 A 分解为 A_1, A_2 两个分量之和的方式可以有无数种. 如果预先确定了一个分量 A_1 , 或者是预先确定了各个分量的方向, 那么矢量 A 的分解只有一种结果.

2. 矢量的减法与负矢量

设 $A+B=C$, 可以改写为

$$B = C - A \quad (1.2.3)$$

由图 1.2.6(a)和(b)可知, 已知矢量 C 和 A , 可以由三角形法则得到矢量 B , 矢量 B 就是矢量 C 和 A 的差, 由矢量 C 和 A 得到 B 的计算就是矢量的减法($C-A$). 矢量 C 和 A 的减法还可以改写为

$$B = C - A = C + (-A)$$

即 C 减 A 等于 C 加 $(-A)$. 由图 1.2.6(c)所示, $(-A)$ 相当于将矢量 A 的箭头的方向反过来. 称 $(-A)$ 为矢量 A 的负矢量. 一个矢量的负矢量, 是与原矢量大小相等、方向相反的一个矢量.

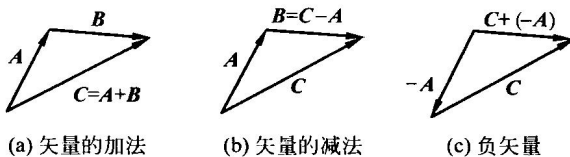


图 1.2.6 矢量的加、减法和负矢量

由负矢量可以定义矢量的减法: 矢量 C 减矢量 A , 等于矢量 C 加上负矢量 $(-A)$.

例 1.2.1 一个质点沿抛物线作平面运动. 已知 t_1 时刻质点在 $P_1(2, 7)$, t_2 时刻质点到达 $P_2(5, 2)$. 请在二维直角坐标系中标出 P_1, P_2 两点, 画出 t_1, t_2 时刻质点的位置矢量 r_1, r_2 以及 $t_1 \sim t_2$ 时间内质点的位移.

解: 如图 1.2.7 所示, 建立二维的直角坐标系 $O-xy$. 找到 P_1, P_2 两点, 画出 t_1, t_2 时刻质点的位置矢量 r_1, r_2 .

由定义, $t_1 \sim t_2$ 时间内质点的位移为 $\overrightarrow{P_1 P_2}$. 由图 1.2.7 可知

$$r_1 + \overrightarrow{P_1 P_2} = r_2$$