



GAOKAOWULI  
ZUIHOUYITI  
高考物理



最后一题

主编 / 兰占清 刘伯梁



YZLI0890161001

突出知识讲解

注重思路分析

讲究技巧点拨

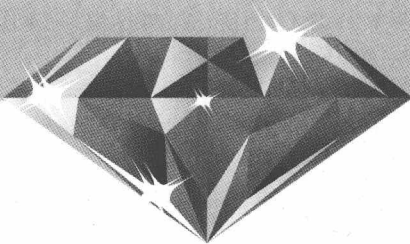
旨在能力提高



BOOK  
二天下一图二



GAOKAOWULI  
ZUIHOUYITI



# 高考物理 最后一题

主 编：兰占清 刘伯梁

编写人员：(按音序排列)

黄 浩 兰占清 李 俊

谭其东 杨会章 祖洪康



YZLI0890151001

重庆出版集团 重庆出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考物理最后一题/兰占清,刘伯梁主编. —重庆:重庆出版社,  
2008.1(2012.1再版)

ISBN 978-7-5366-9275-6

I. 高… II. ①兰…②刘… III. 物理课—高中—习题—升学  
参考资料 IV. G634.75

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第184767号

高考物理最后一题

GAOKAO WULI ZUIHOU YITI

主编 兰占清 刘伯梁

---

出版人:罗小卫

责任编辑:李雯

封面设计:ALLAN

版式设计:周永梅

---



重庆出版集团 出版  
重庆出版社

重庆长江二路205号 邮政编码:400016 <http://www.cqph.com>

重庆市科情印务有限公司印刷

重庆市天下图书有限责任公司发行 <http://www.21txbook.com>

重庆市渝北区财富大道19号财富中心财富三号B幢8楼

邮政编码:401121 电话:023-63659760,63658927

全国新华书店经销

---

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:11 字数:236千

版次:2012年1月第5版 印次:2012年1月第5次印刷

书号:ISBN 978-7-5366-9275-6

定价:22.00元

---

版权所有,侵权必究

# 前言

高考最后一题通常用来考查考生综合分析能力,鉴别考生内在潜力,决定考生能否上高考重点线。如何做好高考最后一题已经成为每位考生关注的焦点,为了满足广大考生的需求,我们特邀数名特级教师及长期从事高三教学的精英执笔编写了此套书,共分为数学、物理、化学三个分册。

本书收集了数十道最近几年全国各地高考中最具代表性的最后一题,体例科学、难度得当、知识性强、分析透彻,具体栏目如下:

**[原题再现]** 展示高考原题,让考生熟悉题目内容。

**知识点解读** 将考题所涉及的教材内容和知识要点进行梳理,对要点的内涵进行剖析,从知识的纵向和横向进行总结。

**思路点拨** 根据题目内容,恰当地设置疑问,启发考生思考,帮助考生准确理解题意,正确找出题目中的隐含条件、临界条件等关键因素。

**题目解答** 规范书写格式,培养考生的书面表达能力,提高得分率。

**[精例赏析]** 通过与高考原题知识结构相关的例题,拓展考生的视野,提升考生的综合、归纳、辨析等能力。

**[跟踪训练]** 通过与高考原题神似的题目,供考生进行模拟演练,强化考生对所学知识的实际应用能力。

我们希望通过此书的出版,能够帮助广大考生取得优异的成绩,进入理想的大学!

编者

2012年1月

# 目 录

目录

## 第一部分 力学

|                         |      |
|-------------------------|------|
| 题 1:2008 年全国高考 II ..... | (1)  |
| 题 2:2009 年天津高考 .....    | (8)  |
| 题 3:2011 年广东高考 .....    | (14) |
| 题 4:2009 年北京高考 .....    | (19) |
| 题 5:2011 年重庆高考 .....    | (26) |
| 题 6:2009 年重庆高考 .....    | (31) |
| 题 7:2011 年福建高考 .....    | (38) |
| 题 8:2009 年安徽高考 .....    | (43) |
| 题 9:2010 年福建高考 .....    | (50) |
| 题 10:2010 年重庆高考 .....   | (56) |

## 第二部分 力电综合

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| 题 11:2008 年上海高考 .....       | (62)  |
| 题 12:2009 年全国高考 I .....     | (73)  |
| 题 13:2008 年山东高考 .....       | (79)  |
| 题 14:2011 年全国高考(新课标卷) ..... | (88)  |
| 题 15:2011 年安徽高考 .....       | (94)  |
| 题 16:2011 年福建高考 .....       | (101) |
| 题 17:2008 年天津高考 .....       | (107) |
| 题 18:2008 年上海高考 .....       | (117) |
| 题 19:2009 年上海高考 .....       | (125) |
| 题 20:2011 年四川高考 .....       | (133) |
| 题 21:2010 年四川高考 .....       | (139) |
| 题 22:2010 年全国高考 I .....     | (145) |
| 题 23:2010 年全国高考 II .....    | (151) |
| 题 24:2010 年山东高考 .....       | (156) |

|                |       |
|----------------|-------|
| 跟踪训练参考答案 ..... | (162) |
|----------------|-------|

# 第一部分 力学

## 题 1: 2008 年全国高考 II



我国发射的“嫦娥一号”探月卫星沿近似于圆形的轨道绕月飞行. 为了获得月球表面全貌的信息, 要让卫星轨道平面发生缓慢变化. 卫星将获得的信息持续用微波信号发回地球. 设地球和月球的质量分别为  $M$  和  $m$ , 地球和月球的半径分别为  $R$  和  $R_1$ , 月球绕地球的轨道半径和卫星绕月球的轨道半径分别为  $r$  和  $r_1$ , 月球绕地球转动的周期为  $T$ . 假定在卫星绕月运行的一个周期内卫星轨道平面与地月连心线共面, 求在该周期内卫星发射的微波信号因月球遮挡而不能到达地球的时间 (用  $M, m, R, R_1, r, r_1$  和  $T$  表示, 忽略月球绕地球转动对遮挡时间的影响).

### ★ 知识点解读

#### 1. 万有引力定律

自然界中任何两个物体都是相互吸引的, 引力大小跟这两个物体的质量的乘积成正比, 跟它们的距离的二次方成反比. 即  $F = G \frac{mm'}{r^2}$ , 式中  $m, m'$  分别是两物体的质量,  $G$  为引力常量,  $r$  为两物体间的距离.

#### 2. 万有引力定律在天文学上的应用

行星绕恒星的旋转及卫星绕行星的旋转均可近似看成是匀速圆周运动, 其所需的向心力就是恒星与行星间、行星与卫星间的万有引力提供的. 因此, 我们可以用匀速圆周运动的知识求解天体的一些物理量. 所用表达式如下:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} = ma_n = mg_{\text{轨}} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = mr \frac{4\pi^2}{T^2}$$

其中,  $M$  为中心天体的质量,  $m$  为绕  $M$  运行的天体的质量,  $r$  为轨道半径,  $g_{\text{轨}}$  为所在轨道处的重力加速度.

### ★ 思路点拨

#### 1. 卫星绕月球运动的周期是多少?

答: 设探月卫星的质量为  $m_0$ , 引力常量为  $G$ , 根据万有引力定律有:

$$\text{对月球 } G \frac{Mm}{r^2} = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r \quad \text{对卫星 } G \frac{mm_0}{r_1^2} = m_0 \left( \frac{2\pi}{T_1} \right)^2 r_1$$

式中  $T_1$  是探月卫星绕月球转动的周期, 两式联立可求出  $T_1$ .

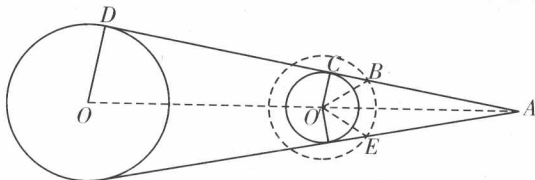


2. “忽略月球绕地球转动对遮挡时间的影响”是什么意思?

答:可以理解为:在卫星绕月球转动的一个周期时间内,地球和月球均处于静止状态.即只考虑卫星绕月球的转动.

3. 在卫星运动的哪段区域内“卫星发射的微波信号因月球遮挡而不能到达地球”?

答:如果把地球想象成光源,当卫星进入月球的本影区域时,光线不能到达.反之,卫星发出的微波信号也不能到达地球.那么这段时间就是“微波信号因月球遮挡而不能到达地球的时间”.情景图如下图所示.当卫星进入  $BE$  段时,它发出的微波信号不能到达地球.



### ★题目解答

解:如图, $O$  和  $O'$  分别表示地球和月球的中心.在卫星轨道平面上, $A$  是地月连心线  $OO'$  与地月球面的公切线  $ACD$  的交点, $D$ 、 $C$  和  $B$  分别是该公切线与地球表面、月球表面和卫星圆轨道的交点.根据对称性,过  $A$  点在另一侧作地月球面的公切线,交卫星轨道于  $E$  点.卫星在圆弧  $BE$  段运动时发出的信号会被遮挡.

设探月卫星的质量为  $m_0$ ,引力常量为  $G$ ,根据万有引力定律有:

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r \quad ①$$

$$G \frac{mm_0}{r_1^2} = m_0 \left( \frac{2\pi}{T_1} \right)^2 r_1 \quad ②$$

式中, $T_1$  是探月卫星绕月球转动的周期.由①②式得:

$$\left( \frac{T_1}{T} \right)^2 = \frac{M}{m} \left( \frac{r_1}{r} \right)^3 \quad ③$$

设卫星的微波信号被遮挡的时间为  $t$ ,由于卫星绕月做匀速圆周运动,应有:

$$\frac{t}{T_1} = \frac{2\angle BO'A}{2\pi} = \frac{\alpha - \beta}{\pi} \quad ④$$

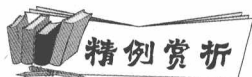
式中,  $\alpha = \angle CO'A$ ,  $\beta = \angle CO'B$ . 由几何关系得:

$$r \cos \alpha = R - R_1 \quad ⑤$$

$$r_1 \cos \beta = R_1 \quad ⑥$$

由③④⑤⑥式得:

$$t = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{Mr_1^3}{mr^3}} \left( \arccos \frac{R - R_1}{r} - \arccos \frac{R_1}{r_1} \right)$$



例1 土星周围有许多大小不等的岩石颗粒,其绕土星的运动可视为圆周运动.其中有两个

岩石颗粒  $A$  和  $B$  与土星中心距离分别为  $r_A = 8.0 \times 10^4 \text{ km}$  和  $r_B = 1.2 \times 10^5 \text{ km}$ . 忽略所有岩石颗粒间的相互作用. 求:

(1) 岩石颗粒  $A$  和  $B$  的线速度之比.

(2) 岩石颗粒  $A$  和  $B$  的周期之比.

(3) 土星探测器上有一物体, 在地球上重为  $10 \text{ N}$ , 推算出他在距土星中心  $3.2 \times 10^5 \text{ km}$  处受到土星的引力为  $0.38 \text{ N}$ . 已知地球半径为  $6.4 \times 10^3 \text{ km}$ , 请估算土星质量是地球质量的多少倍?

### ★思路点拨

1. 推出土星的卫星绕土星做圆周运动的线速度、周期与卫星到土星中心的距离(即轨道半径)的关系.

答: 根据牛顿第二定律和万有引力定律  $\frac{GM_0 m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$  得  $v = \sqrt{\frac{GM_0}{r}}$ , 即线速度与半径的平方根

成反比. 又知  $T = \frac{2\pi r}{v}$  可推出周期与半径的关系  $T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM_0}}$

2. 地球上物体受到万有引力和重力的关系.

答: 在考虑地球自转的情况下, 万有引力通常不等于重力. 应当是万有引力的一个分力作为物体随地球自转的向心力, 另一个分力就是物体受到的重力.

若不考虑地球的自转, 那么物体受到的万有引力就等于物体的重力. (本题不考虑地球的自转)

### ★题目解答

解: (1) 设土星质量为  $M_0$ , 颗粒质量为  $m$ , 颗粒距土星中心距离为  $r$ , 线速度为  $v$ . 根据牛顿第二定律和万有引力定律有  $\frac{GM_0 m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ , 解得:  $v = \sqrt{\frac{GM_0}{r}}$

对于  $A$ 、 $B$  两颗粒分别有:  $v_A = \sqrt{\frac{GM_0}{r_A}}$  和  $v_B = \sqrt{\frac{GM_0}{r_B}}$

得:  $\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

(2) 设颗粒绕土星做圆周运动的周期为  $T$ , 则:  $T = \frac{2\pi r}{v}$

对于  $A$ 、 $B$  两颗粒分别有:  $T_A = \frac{2\pi r_A}{v_A}$  和  $T_B = \frac{2\pi r_B}{v_B}$

得:  $\frac{T_A}{T_B} = \frac{2\sqrt{6}}{9}$

(3) 设地球质量为  $M$ , 地球半径为  $r_0$ , 地球上物体的重力可视为万有引力, 探测器上物体质量为  $m_0$ , 在地球表面重力为  $G_0$ , 距土星中心  $r'_0 = 3.2 \times 10^5 \text{ km}$  处的引力为  $G'_0$ , 根据万有引力定律, 有:

$$G_0 = \frac{GMm_0}{r_0^2}$$



$$G'_0 = \frac{GM_0 m_0}{r_0'^2}$$

$$\text{解得: } \frac{M_0}{M} = 95$$

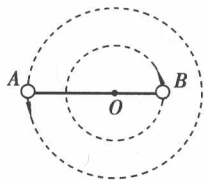
**例2** 神奇的黑洞是近代引力理论所预言的一种特殊天体,探寻黑洞的方案之一是观测双星系统的运动规律.天文学家观测河外星系大麦哲伦云时,发现了 LMCX-3 双星系统,它由可见星 A 和不可见的暗星 B 构成.两星均视为质点,不考虑其他天体的影响,A、B 围绕两者连线上的 O 点做匀速圆周运动,它们之间的距离保持不变,如图所示.引力常量为  $G$ ,由观测能够得到可见星 A 的速率  $v$  和运行周期  $T$ .

(1) 可见星 A 所受暗星 B 的引力  $F_A$  可等效为位于 O 点处质量为  $m'$  的星体(视为质点)对它的引力,设 A 和 B 的质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ ,试求  $m'$  (用  $m_1$ 、 $m_2$  表示).

(2) 求暗星 B 的质量  $m_2$  与可见星 A 的速率  $v$ 、运行周期  $T$  和质量  $m_1$  之间的关系式.

(3) 恒星演化到末期,如果其质量大于太阳质量  $m_s$  的 2 倍,它将有可能成为黑洞.若可见星 A 的速率  $v = 2.7 \times 10^5 \text{ m/s}$ ,运行周期  $T = 4.7\pi \times 10^4 \text{ s}$ ,质量  $m_1 = 6m_s$ ,试通过估算来判断暗星 B 有可能是黑洞.

$$(G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2, m_s = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg})$$



### ★思路点拨

1. A、B 做圆周运动的各物理量的大小有何关系?

答:它们做圆周运动的向心力大小相等,角速度相等,各自做圆周运动的轨道半径之和等于两者之间的距离.

2. A 做圆周运动的周期、速率、轨道半径间的关系是什么?

答:  $vT = 2\pi r_1$ . 其中  $v$  是 A 做圆周运动的速率,  $T$  是 A 做圆周运动的周期,  $r_1$  是 A 做圆周运动的轨道半径.

### ★题目解答

**解:** (1) 设 A、B 的圆轨道半径分别为  $r_1$ 、 $r_2$ ,由题意知,A、B 做匀速圆周运动的角速度相同,设其为  $\omega$ .由牛顿运动定律有:

$$F_A = m_1 \omega^2 r_1, F_B = m_2 \omega^2 r_2, F_A = F_B$$

设 A、B 之间的距离为  $r$ ,又  $r = r_1 + r_2$ ,由上述各式得:

$$r = \frac{m_1 + m_2}{m_2} r_1 \quad ①$$

由万有引力定律有:  $F_A = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ,将①代入得:

$$F_A = G \frac{m_1 m_2^3}{(m_1 + m_2)^2 r_1^2}$$

$$\text{令 } F_A = G \frac{m_1 m'}{r_1^2}, \text{比较可得: } m' = \frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} \quad ②$$

(2) 由牛顿第二定律有:

$$G \frac{m_1 m'}{r_1^2} = m_1 \frac{v^2}{r_1} \quad (3)$$

又由于可见星 A 的轨道半径:

$$r_1 = \frac{vT}{2\pi} \quad (4)$$

由②③④式解得:

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G} \quad (5)$$

(3) 将  $m_1 = 6m_s$  代入⑤式, 得:

$$\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G}$$

代入数据得:

$$\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2} = 3.5m_s \quad (6)$$

$m_2 = nm_s (n > 0)$ , 将其代入⑥式得:

$$\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2} = \frac{n}{(\frac{6}{n} + 1)^2} m_s = 3.5m_s \quad (7)$$

可见,  $\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2}$  的值随  $n$  的增大而增大, 试令  $n = 2$ , 得:

$$\frac{n}{(\frac{6}{n} + 1)^2} m_s = 0.125m_s < 3.5m_s \quad (8)$$

若使⑦式成立, 则  $n$  必大于 2, 即暗星 B 的质量  $m_2$  必大于  $2m_s$ , 由此得出结论: 暗星 B 有可能是黑洞.



### 跟踪训练 1

1. 宇航员在月球上做自由落体实验, 将某物体由距月球表面高  $h$  处释放, 经时间  $t$  后落到月球表面 (设月球半径为  $R$ ). 据上述信息推断, 飞船在月球表面附近绕月球做匀速圆周运动所必须具有的速率为多少?

2. 土星周围有美丽壮观的“光环”,组成环的颗粒是大小不等、线度从  $1\ \mu\text{m}$  到  $10\ \text{m}$  的岩石、尘埃,类似于卫星,它们与土星中心的距离从  $7.3 \times 10^4\ \text{km}$  延伸到  $1.4 \times 10^5\ \text{km}$ . 已知环的外缘颗粒绕土星做圆周运动的周期约为  $14\ \text{h}$ ,引力常量为  $6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ,则土星的质量约为多少?(估算时不考虑环中颗粒间的相互作用)

3. 我国成功发射了一颗绕月运行的探月卫星“嫦娥1号”. 设该卫星的轨道是圆形的,且贴近月球表面. 已知月球的质量约为地球质量的  $\frac{1}{81}$ ,月球的半径约为地球半径的  $\frac{1}{4}$ ,地球上的第一宇宙速度约为  $7.9\ \text{km/s}$ ,则该探月卫星绕月运行的速率约为多少?

4. 宇航员在地球表面以一定初速度竖直上抛一小球,经过时间  $t$  小球落回原处;若他在某星球表面以相同的初速度竖直上抛同一小球,需经过时间  $5t$  小球落回原处.(取地球表面重力加速度  $g = 10\ \text{m/s}^2$ ,空气阻力不计)

(1) 求该星球表面附近的重力加速度  $g'$ .

(2) 已知该星球的半径与地球半径之比为  $R_{\text{星}}:R_{\text{地}} = 1:4$ ,求该星球的质量与地球质量之比  $M_{\text{星}}:M_{\text{地}}$ .

5. 宇宙中存在一些离其他恒星较远的质量相等的三颗星组成的三星系统,通常可忽略其他星体对它们的引力作用. 已观测到稳定的三星系统存在两种基本的构成形式:一种是三颗星位于同一直线上,两颗星围绕中央星在同一半径为  $R$  的圆轨道上运行;另一种形式是三颗星位于等边三角形的三个顶点上,并沿外接于等边三角形的圆形轨道运行. 设每个星体的质量均为  $m$ .

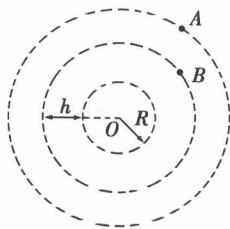
(1) 试求第一种形式下,星体运动的线速度和周期.

(2) 假设两种形式星体的运动周期相同,第二种形式下星体之间的距离应为多少?

6. 如图所示,  $A$  是地球同步卫星,另一卫星  $B$  的圆形轨道位于赤道平面内,离地面高度为  $h$ . 已知地球半径为  $R$ ,地球自转角速度为  $\omega_0$ ,地球表面的重力加速度为  $g$ ,  $O$  为地球中心.

(1) 求卫星  $B$  的运行周期.

(2) 如卫星  $B$  绕行方向与地球自转方向相同,某时刻  $A$ 、 $B$  两卫星相距最近( $O$ 、 $B$ 、 $A$  在同一直线上),则至少经过多长时间,他们能再一次相距最近?



7. 荡秋千是大家喜爱的一项体育活动. 随着科技的迅速发展,将来的某一天,同学们也许会在其他星球上享受荡秋千的乐趣. 假设你当时所在星球的质量为  $M$ 、半径为  $R$ ,可将人视为质点,秋千质量不计,摆长不变,摆角小于  $90^\circ$ ,引力常量为  $G$ . 那么:

(1) 该星球表面附近的重力加速度  $g_{\text{星}}$  等于多少?

(2) 若经过最低位置时的速度为  $v_0$ ,你能上升的最大高度是多少?

## 题 2: 2009 年天津高考



2008 年 12 月,天文学家们通过观测的数据确认了银河系中央的黑洞“人马座 A\*”的质量与太阳质量的倍数关系.研究发现,有一星体 S2 绕“人马座 A\*”做椭圆运动,其轨道长半轴为  $9.50 \times 10^2$  天文单位(地球公转轨道的半径为一个天文单位),“人马座 A\*”就处在该椭圆的一个焦点上,观测得到 S2 星的运行周期为 15.2 年.

(1)若将 S2 星的运行轨道视为半径  $r = 9.50 \times 10^2$  天文单位的圆轨道,试估算“人马座 A\*”的质量  $M_A$  是太阳质量  $M_s$  的多少倍(结果保留一位有效数字).

(2)黑洞的第二宇宙速度极大,处于黑洞表面的粒子即使以光速运动,其具有的动能也不足以克服黑洞对它的引力束缚.由于引力的作用,黑洞表面处质量为  $m$  的粒子具有势能为  $E_p = -G \frac{Mm}{R}$  (设粒子在离黑洞无限远处的势能为零),式中  $M$ 、 $R$  分别表示黑洞的质量和半径.已知引力常量  $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ ,光速  $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ ,太阳质量  $M_s = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$ ,太阳半径  $R_s = 7.0 \times 10^8 \text{ m}$ ,不考虑相对论效应,利用上问结果,在经典力学范围内求“人马座 A\*”的半径  $R_A$  与太阳半径  $R_s$  之比应小于多少(结果按四舍五入保留整数).

### ★ 知识解读

#### 1. 万有引力定律

#### 2. 万有引力定律在天文学上典型的应用

##### (1) 天体的质量与密度的估算

根据牛顿定律,只能求出中心天体的质量,不能求解环绕天体的质量.能够根据已知条件和已知常量,运用物理规律估算物理量,是高考对学生的要求.总之,应用万有引力定律是解决天体运动问题的关键.

##### (2) 普通卫星的运动问题

由万有引力定律得:  $a = G \frac{M}{r^2}$ ,  $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ,  $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ ,  $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$  得:

①所有运动学量都是  $r$  的函数,我们应该建立函数的思想.

②运动学量  $v$ 、 $a$ 、 $\omega$ 、 $f$  随着  $r$  的增加而减小,只有  $T$  随着  $r$  的增加而增加.

③任何卫星的环绕速度不大于  $7.9 \text{ km/s}$ ,运动周期不小于  $85 \text{ min}$ .

##### (3) 同步卫星的运动

通讯卫星即地球同步通讯卫星,它的特点是:与地球自转周期相同,角速度相同;与地球赤道同平面,在赤道的正上方;高度一定,绕地球做匀速圆周运动.

##### (4) 黑洞问题

黑洞是一种特殊的天体,它的质量、半径都很大,因此它对周围星体的引力特别大,任何物质(包括光子)都将被它吸入,这就是“黑洞”命名的缘由.黑洞是否真正存在,其运动特点和规律到

底怎么样,同学们可以上网查资料,充分考查研究.

### ★思路点拨

1. S2 星绕“人马座 A\*”做圆周运动的向心力由哪个力提供?

答: S2 星绕“人马座 A\*”做圆周运动的向心力由“人马座 A\*”对 S2 星的万有引力提供.

2. 如何理解“处于黑洞表面的粒子即使以光速运动,其具有的动能也不足以克服黑洞对它的引力束缚”?

答: 这句话表示在黑洞表面处即使以光速运动的粒子都无法克服黑洞对它的引力作用,也就是说粒子在黑洞的表面时,它的动能小于此时粒子所具有的黑洞对它的引力势能,即:  $\frac{1}{2}mc^2 < G \frac{Mm}{R}$ .

### ★题目解答

解: (1) S2 星绕“人马座 A\*”做圆周运动的向心力由“人马座 A\*”对 S2 星的万有引力提供, 设 S2 星的质量为  $m_{S2}$ , 角速度为  $\omega$ , 周期为  $T$ , 则:

$$G \frac{M_A m_{S2}}{r^2} = m_{S2} \omega^2 r \quad ①$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad ②$$

设地球质量为  $m_e$ , 公转轨道半径为  $r_e$ , 周期为  $T_e$ , 则:

$$G \frac{M_s m_e}{r_e^2} = m_e \omega^2 r_e \quad ③$$

综合上述三式得:

$$\frac{M_A}{M_s} = \left( \frac{r}{r_e} \right)^3 \left( \frac{T_e}{T} \right)^2$$

式中  $T_e = 1$  年

④

$r_e = 1$  天文单位

⑤

代入数据可得:

$$\frac{M_A}{M_s} = 4 \times 10^6 \quad ⑥$$

(2) 引力对粒子作用不到的地方即为无限远, 此时粒子的势能为零. “处于黑洞表面的粒子即使以光速运动, 其具有的动能也不足以克服黑洞对它的引力束缚”, 说明了黑洞表面处以光速运动的粒子在远离黑洞的过程中克服引力做功, 粒子在到达无限远之前, 其动能便减小为零, 此时势能仍为负值, 则其能量总和小于零, 则有:

$$\frac{1}{2}mc^2 - G \frac{Mm}{R} < 0 \quad ⑦$$

依题意可知:  $R = R_A$ ,  $M = M_A$

可得:

$$R_A < \frac{2GM_A}{c^2} \quad ⑧$$



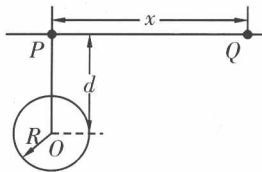
代入数据得:

$$R_A < 1.2 \times 10^{10} \text{ m} \quad (9)$$

$$\text{所以有: } \frac{R_A}{R_s} < 17 \quad (10)$$



**例 1** 如图,  $P$ 、 $Q$  为某地区水平地面上的两点, 在  $P$  点正下方一球形区域内储藏有石油, 假定区域周围岩石均匀分布, 密度为  $\rho$ , 石油密度远小于  $\rho$ , 可将上述球形区域视为空腔. 如果没有这一空腔, 则该地区重力加速度(正常值)沿竖直方向; 当存在空腔时, 该地区重力加速度的大小和方向较正常情况有微小偏离. 重力加速度在原竖直方向(即  $PO$  方向)上的投影相对于正常值的偏离叫做“重力加速度反常”. 为了探寻石油区域的位置和石油储量, 常利用  $P$  点附近重力加速度反常现象, 已知引力常数为  $G$ .



(1) 设球形空腔体积为  $V$ , 球心深度为  $d$  (远小于地球半径),  $\overline{PQ} = x$ , 求空腔所引起的  $Q$  点处的重力加速度反常.

(2) 若在水平地面上半径为  $L$  的范围内发现: 重力加速度反常值在  $\delta$  与  $k\delta$  ( $k > 1$ ) 之间变化, 且重力加速度反常的最大值出现在半径为  $L$  的范围的中心, 如果这种反常是由于地下存在某一球形空腔造成的, 试求此球形空腔球心的深度和空腔的体积.

### ★思路点拨

1. 物体在地表运动时, 它的重力加速度怎么表示?

答: 由公式  $\frac{GMm}{R^2} = mg$  可得  $g = \frac{GM}{R^2}$  ( $R$  为地球的半径).

2. 如何理解“重力加速度反常”的含义?

答: 就是说此处重力加速度的“改变”在  $PO$  方向上的投影.

### ★题目解答

(1) 如果将近地表的球形空腔填满密度为  $\rho$  的岩石, 则该地区重力加速度便恢复到正常值. 因此, 重力加速度反常是因为填充后的球形区域产生的附加引力  $G \frac{Mm}{r^2} = m\Delta g \cdots \cdots (1)$  引起的,

式中的  $m$  是  $Q$  点处某质点的质量,  $M$  是填充后球形区域的质量,  $M = \rho V$  (2)

而  $r$  是球形空腔中心  $O$  至  $Q$  点的距离  $r = \sqrt{d^2 + x^2}$  (3)

$\Delta g$  在数值上等于由于存在球形空腔所引起的  $Q$  点处重力加速度改变的大小.  $Q$  点处重力加速度改变的方向沿  $OQ$  方向, 重力加速度反常  $\Delta g'$  是这一改变在竖直方向上的投影

$$\Delta g' = \frac{d}{r} \Delta g \quad (4)$$

联立以上式子得:

$$\Delta g' = \frac{G\rho Vd}{(d^2 + x^2)^{3/2}} \quad (5)$$

(2)由⑤式得,重力加速度反常  $\Delta g'$  的最大值和最小值分别为:

$$(\Delta g')_{\max} = \frac{G\rho V}{d^2} \quad ⑥$$

$$(\Delta g')_{\min} = \frac{G\rho Vd}{(d^2 + L^2)^{3/2}} \quad ⑦$$

$$\text{由题设有: } (\Delta g')_{\max} = k\delta, (\Delta g')_{\min} = \delta \quad ⑧$$

联立以上式子得,地下球形空腔球心的深度和空腔的体积分别为:

$$d = \frac{L}{\sqrt{k^{2/3} - 1}}, V = \frac{L^2 k \delta}{G\rho(k^{2/3} - 1)}$$

**例2** 俄罗斯“和平号”空间站在人类航天史上写下了辉煌的篇章,因不能保障其继续运行,3月20号左右将坠入太平洋.设空间站的总质量为  $m$ ,在离地面高度为  $h$  的轨道上绕地球做匀速圆周运动.坠落时地面指挥系统使空间站在极短时间内向前喷出部分高速气体,使其速度瞬间变小,在万有引力作用下下坠.设喷出气体的质量为  $\frac{1}{100}m$ ,喷出速度为空间站原来速度的37倍,坠入过程中外力对空间站做功为  $W$ .求:

(1)空间站做圆周运动时的线速度.

(2)空间站落到太平洋表面时的速度.

(设地球表面的重力加速度为  $g$ ,地球半径为  $R$ )

### ★思路点拨

1. 推导空间站做圆周运动时的线速度与半径、地球表面的重力加速度和地球半径的关系.

答:根据牛顿第二定律和万有引力定律有  $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ ,得  $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ,即线速度与半径的平方根

成反比.又  $g = \frac{GM}{R^2}$ ,联立上式,就可以推出  $v = \sqrt{\frac{gR^2}{r}}$  ( $R$  为地球的半径,  $g$  是地球表面的加速度,  $r$  是空间站运动的轨道半径).

2. 如何理解“坠落时地面指挥系统使空间站在极短时间内向前喷出部分高速气体”这句话?

答:说明此时的空间站和喷出去的气体组成的系统,内力远远大于外力的作用,因此两者组成的系统动量守恒.

3. 空间站在下坠的过程中,外力做功导致了什么变化,这个过程可用什么规律列式?

答:外力做的功改变了空间站的动能,可用动能定理列式求解.

### ★题目解答

(1)设空间站做圆周运动的速度为  $v_1$ ,地球质量为  $M$ ,由牛顿第二定律得:

$$G \frac{Mm}{(h+R)^2} = m \frac{v_1^2}{(R+h)} \quad ①$$

$$\text{地表重力加速度为 } g, \text{ 则: } \frac{GM}{R^2} = g \quad ②$$

$$\text{由①②式得: } v_1 = \sqrt{\frac{gR^2}{(h+R)}} \quad ③$$

(2) 喷出气体后空间站速度变为  $v_2$ , 由动量守恒定律得:

$$mv_1 = \left(m - \frac{m}{100}\right)v_2 + \frac{37}{100}mv_1 \quad (4)$$

设空间站落到太平洋表面时速度为  $v_3$ , 由动能定理得:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{99m}{100}\right)v_3^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{99m}{100}\right)v_2^2 = W \quad (5)$$

$$\text{由③④⑤式得: } v_3 = \sqrt{\frac{49gR^2}{121(R+h)} + \frac{200W}{99m}} \quad (6)$$



## 跟踪训练 2

1. 我国首个月球探测计划“嫦娥工程”将分三个阶段实施, 大约用十年左右时间完成, 这极大地提高了同学们对月球的关注程度. 以下是某同学就有关月球的知识设计的两个问题, 请你解答:

(1) 若已知地球半径为  $R$ , 地球表面的重力加速度为  $g$ , 月球绕地球运动的周期为  $T$ , 且把月球绕地球的运动近似看做是匀速圆周运动. 试求出月球绕地球运动的轨道半径.

(2) 若某位宇航员随登月飞船登陆月球后, 在月球某水平表面上方  $h$  高处以速度  $v_0$  水平抛出一个球, 小球落回到月球表面的水平距离为  $s$ . 已知月球半径为  $R_{\text{月}}$ , 万有引力常量为  $G$ , 试求月球的质量  $M_{\text{月}}$ .

2. 中国首个月球探测计划“嫦娥工程”预计在 2017 年送机器人上月球, 实地采样送回地球, 为载人登月及月球基地选址做准备. 设想我国宇航员随“嫦娥”号登月飞船绕月球飞行, 飞船上备有以下实验仪器: A. 计时表一只, B. 弹簧秤一把, C. 已知质量为  $m$  的物体一个, D. 天平一只(附砝码一盒). 在飞船贴近月球表面时可近似看成绕月做匀速圆周运动, 宇航员测量出飞船在靠近月球表面的圆形轨道绕行  $N$  圈所用时间为  $t$ , 飞船的登月舱在月球上着陆后, 遥控机器人利用所携带的仪器又进行第二次测量, 测出所备物体的重力  $F$ . 科学家利用上述两次测量数据便可计算出月球的半径和质量. 若已知万有引力常量为  $G$ , 则: