

国家精品课程配套教材

21世纪高等学校计算机规划教材

21st Century University Planned Textbooks of Computer Science

数字电路逻辑设计

Digital Circuit Logic Design

欧阳星明 编著

- 集理论知识与实际应用于一体
- 集传统方法与现代技术于一体
- 集教学经验与研究成果于一体
- 集培养创新思维、动手能力和解决问题能力于一体



名家系列



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

国家精品课程配套教材

21世纪高等学校计算机规划教材

21st Century University Planned Textbooks of Computer Science

数字电路 逻辑设计

Digital Circuit Logic Design

欧阳星明 编著



名家系列

人民邮电出版社

北京

图书在版编目 (C I P) 数据

数字电路逻辑设计 / 欧阳星明编著. -- 北京: 人民邮电出版社, 2011. 2
21世纪高等学校计算机规划教材
ISBN 978-7-115-23983-9

I. ①数… II. ①欧… III. ①数字电路—逻辑设计—高等学校—教材 IV. ①TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第209195号

内 容 提 要

本书系统介绍了数字电路逻辑设计的基本知识、基本理论、基本器件和基本方法, 详细介绍了各种逻辑电路的分析、设计与实现的全过程。全书分为8章, 内容包括基本知识、逻辑代数基础、集成逻辑门、组合逻辑电路、集成触发器、时序逻辑电路、可编程逻辑器件和综合应用举例。各章均附有思考题和练习题。

本书的特点是论述严谨、概念准确、文句精练、题例丰富, 理论知识与实际应用结合紧密, 内容取舍兼顾相关知识的成熟性和先进性。本书可作为高等学校本科“数字电路逻辑设计”课程教材, 亦可供信息学科专业技术人员参考。

21 世纪高等学校计算机规划教材 数字电路逻辑设计

-
- ◆ 编 著 欧阳星明
责任编辑 邹文波
 - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
中国铁道出版社印刷厂印刷
 - ◆ 开本: 787×1092 1/16
印张: 17.25 2011年2月第1版
字数: 454千字 2011年2月北京第1次印刷

ISBN 978-7-115-23983-9

定价: 32.00元

读者服务热线: (010)67170985 印装质量热线: (010)67129223
反盗版热线: (010)67171154

前 言

随着信息技术的飞速发展, 各行各业对信息学科人才的需求越来越大。如何为社会培养更多的具有创新能力和解决实际问题能力的高素质信息学科人才, 是目前高等教育的重要任务之一。

“数字电路逻辑设计”是高等院校电气信息类专业学生必修的一门重要专业技术基础课。设置本课程的主要目的是使学生了解数字系统逻辑电路分析与设计的基本知识与理论, 熟悉各种不同规模的逻辑器件, 掌握各类逻辑电路分析与设计的基本方法, 为数字计算机和其他数字系统的硬件分析与设计奠定坚实的基础。本书是根据普通高等院校电气信息类本科层次的教学要求, 遵照“数字电路逻辑设计”课程教学大纲的规定, 从传授知识和培养能力的目标出发, 结合本课程的特点、要点、难点以及作者长期从事教学与科研积累的知识和经验编写的。全书强调理论与实践的紧密结合, 在逻辑电路分析与设计过程中, 通过运用自主开发的虚拟实验教学平台 IVDLEP, 实现了从理论方案到工程实施直至仿真验证的一气呵成。

本书编写力求内容完整实用, 论述深入浅出、通俗易懂, 便于阅读理解。全书共分 8 章, 内容可归纳为 4 部分。第 1 部分(第 1 章、第 2 章)主要介绍数字系统逻辑设计的基本知识和基本理论; 第 2 部分(第 3 章~第 6 章)主要介绍基本逻辑器件, 并以中、小规模集成电路为基础, 详细讨论了组合逻辑电路和时序逻辑电路分析与设计的方法; 第 3 部分(第 7 章)介绍了大规模可编程逻辑器件及其在逻辑设计中的应用, 包括低密度可编程逻辑器件、高密度可编程逻辑器件以及最新的 ISP 技术等内容; 第 4 部分(第 8 章)综合运用本课程所学知识, 结合实际应用进行实际问题设计举例, 旨在进一步将理论知识与实际应用紧密结合, 达到学以致用目的。

考虑到数字电路逻辑设计是一门实践性很强的课程, 教学安排中, 除课堂理论教学外, 应安排一定学时的实验教学和一定数量的课外作业。根据不同专业的实际需求和教学计划, 建议理论教学与实验教学总学时可以在 64~72 学时之间选择, 其中含实验教学 8~12 学时。任课教师可以根据具体教学安排对教材内容进行适当取舍。需要说明的是, 由于有关采用硬件描述语言以及 PLD 开发软件进行数字系统设计的方法均已有专门的教科书, 考虑到课程范围、教学时数和教材篇幅的关系, 本教材中未予介绍, 必要时读者可阅读相关书籍, 或者在相应选修课程中学习。

本书由欧阳星明执笔。阿里先生对书稿进行了认真、详细的审阅, 并提出了许多极为宝贵的意见。小贝和燕家对书中的全部图、表, 以及习题和模拟试题进行了认真校对和处理。在本书编写过程中, 得到了许多老师、同事、朋友和亲人的支持、关心和帮助。在此书出版之际, 我向他们表示衷心感谢!

数字技术的发展日新月异，随着教育事业的发展和教学改革的不深入，在教材使用过程中一定会存在许多不尽人意的地方。此外，由于编者水平有限，书中缺点、错误难免，敬请广大读者批评指正。

欧阳星明

2010年11月于武汉华中科技大学

目 录

第 1 章 基本知识1	思考题与练习题..... 50
1.1 数字系统概述.....1	第 3 章 集成逻辑门 52
1.1.1 数字系统的基本概念.....1	3.1 数字集成电路的分类..... 52
1.1.2 数字电路的分类.....3	3.1.1 按采用的半导体器件分类..... 52
1.1.3 研究内容与方法.....3	3.1.2 按集成电路规模分类..... 53
1.2 数制及其转换.....4	3.1.3 按设计方法和功能定义分类..... 53
1.2.1 进位计数制.....4	3.2 半导体器件的开关特性..... 54
1.2.2 数制转换.....7	3.2.1 晶体二极管的开关特性..... 54
1.3 带符号数的代码表示.....10	3.2.2 晶体三极管的开关特性..... 57
1.3.1 原码.....11	3.3 逻辑门电路..... 60
1.3.2 反码.....11	3.3.1 简单逻辑门..... 60
1.3.3 补码.....12	3.3.2 TTL 集成逻辑门..... 63
1.4 几种常用的编码.....14	3.3.3 CMOS 集成逻辑门..... 72
1.4.1 二—十进制编码.....14	3.3.4 正逻辑和负逻辑..... 73
1.4.2 简单可靠性编码.....16	3.4 逻辑函数的实现..... 75
1.4.3 字符编码.....19	3.4.1 用与非门实现逻辑函数..... 75
本章小结.....20	3.4.2 用或非门实现逻辑函数..... 76
思考题与练习题.....20	3.4.3 用与或非门实现逻辑函数..... 77
第 2 章 逻辑代数基础22	3.4.4 用异或门实现逻辑函数..... 78
2.1 逻辑代数的基本概念.....22	本章小结..... 78
2.1.1 变量和运算.....23	思考题与练习题..... 79
2.1.2 逻辑函数.....26	第 4 章 组合逻辑电路 81
2.1.3 复合逻辑.....28	4.1 组合逻辑电路分析..... 81
2.2 逻辑代数的定理和规则.....30	4.1.1 分析的一般步骤..... 82
2.2.1 基本定理.....30	4.1.2 分析举例..... 82
2.2.2 重要规则.....31	4.2 组合逻辑电路设计..... 87
2.3 逻辑函数表达式的形式与变换.....33	4.2.1 设计的一般步骤..... 87
2.3.1 逻辑函数表达式的基本形式.....33	4.2.2 设计举例..... 87
2.3.2 逻辑函数表达式的标准形式.....33	4.2.3 几个实际问题的处理..... 89
2.3.3 逻辑函数表达式的转换.....36	4.3 组合逻辑电路中的竞争与险象..... 97
2.4 逻辑函数化简.....38	4.3.1 竞争现象与险象的产生..... 98
2.4.1 代数化简法.....38	4.3.2 险象的判断..... 100
2.4.2 卡诺图化简法.....40	4.3.3 险象的处理方法..... 102
本章小结.....50	4.4 常用中规模组合逻辑器件..... 104

4.4.1 二进制并行加法器	104	本章小结	195
4.4.2 译码器与编码器	109	思考题与练习题	195
4.4.3 多路选择器和多路分配器	114		
本章小结	119	第 7 章 可编程逻辑器件	199
思考题与练习题	120	7.1 PLD 概述	199
第 5 章 集成触发器	122	7.1.1 PLD 的发展	199
5.1 基本 RS 触发器	122	7.1.2 PLD 的一般结构	200
5.1.1 与非门构成的基本 RS 触发器	123	7.1.3 PLD 的电路表示法	200
5.1.2 或非门构成的基本 RS 触发器	126	7.1.4 PLD 的分类	202
5.2 简单钟控触发器	128	7.2 低密度可编程逻辑器件	202
5.2.1 钟控 RS 触发器	128	7.2.1 可编程只读存储器	202
5.2.2 钟控 D 触发器	130	7.2.2 可编程逻辑阵列	208
5.2.3 钟控 JK 触发器	131	7.2.3 可编程阵列逻辑	210
5.2.4 钟控 T 触发器	133	7.2.4 通用阵列逻辑	211
5.3 主从钟控触发器	135	7.3 高密度可编程逻辑器件	214
5.3.1 主从 RS 触发器	136	7.3.1 器件的类型	214
5.3.2 主从 JK 触发器	137	7.3.2 器件的基本结构	215
5.3.3 常用主从触发器芯片	138	7.3.3 典型器件	216
5.4 边沿钟控触发器	139	7.4 在系统编程技术简介	221
5.4.1 维持—阻塞 D 触发器	139	7.4.1 ISP 技术的主要特点	221
5.4.2 常用边沿触发器芯片	141	7.4.2 编程原理与接口电路	222
本章小结	143	7.4.3 开发与设计流程	224
思考题与练习题	143	本章小结	227
第 6 章 时序逻辑电路	145	思考题与练习题	227
6.1 时序逻辑电路概述	145	第 8 章 综合应用举例	229
6.1.1 时序逻辑电路的结构	145	8.1 汽车尾灯控制器设计	229
6.1.2 时序逻辑电路的分类	146	8.1.1 设计要求	229
6.2 同步时序逻辑电路	147	8.1.2 功能描述	229
6.2.1 描述方法	148	8.1.3 电路设计	230
6.2.2 电路分析	150	8.1.4 功能仿真	233
6.2.3 电路设计	157	8.2 智力竞赛抢答器设计	233
6.3 异步时序逻辑电路	176	8.2.1 设计要求	233
6.3.1 特点与类型	176	8.2.2 功能描述	234
6.3.2 电路分析	177	8.2.3 电路设计	234
6.3.3 电路设计	182	8.2.4 功能仿真	235
6.4 常用中规模时序逻辑器件	185	8.3 简单交通灯控制器设计	236
6.4.1 计数器	185	8.3.1 设计要求	236
6.4.2 寄存器	191	8.3.2 功能描述	237
		8.3.3 电路设计	238

8.3.4 功能仿真·····	240	模拟测试 ·····	246
8.4 电子密码锁设计·····	241	模拟试题一·····	246
8.4.1 设计要求·····	241	模拟试题二·····	251
8.4.2 功能描述·····	241	模拟试题一参考答案·····	258
8.4.3 电路设计·····	242	模拟试题二参考答案·····	263
8.4.4 功能仿真·····	242	参考文献 ·····	268
本章小结·····	244		
思考题与练习题·····	244		

第 1 章

基本知识

众所周知，我们正处在一个信息的时代！如何对各种信息进行描述、存储、处理和传递呢？人类迄今找到的一种最佳方式是数字化。21 世纪，人们对诸如数字控制、数字通信、数字计算、数字城市、数字流域、数字地球等术语已不再陌生。相应地，形形色色、大大小小的数字系统随处可见，可以说数字系统已经成为各个领域，乃至人们日常生活不可缺少的重要组成部分。你想探秘数字系统，了解那些构成各类数字设备，使其无所不能的神奇硬件是如何工作的吗？请从基本知识开始，掌握数字电路逻辑设计的有关方法，逐步走进数字系统设计领域！

本章在对数字系统基本概念作简单介绍的基础上，重点讨论数字系统中数据的表示形式。

1.1 数字系统概述

1.1.1 数字系统的基本概念

究竟什么是数字系统呢？在我们对它进行深入研究之前，有必要建立以下几个基本概念。

1. 数字信号

在自然界中，存在各种不同的物理量。按其变化规律可以分为两种类型：一类是连续量，另一类是离散量。

所谓连续量是指在时间上和数值上均作连续变化的物理量，例如，温度、压力、流量、速度以及声音等。在工程应用中为了处理和传送的方便，通常用某一种连续量去模拟另一种连续量，如用电流的变化模拟温度的变化等。因此，人们习惯将连续量又称为模拟量，将表示模拟量的信号称为模拟信号。例如，图 1.1 (a) 所示为模拟信号正弦波形样例；图 1.1 (b) 所示为模拟信号调幅波形样例。

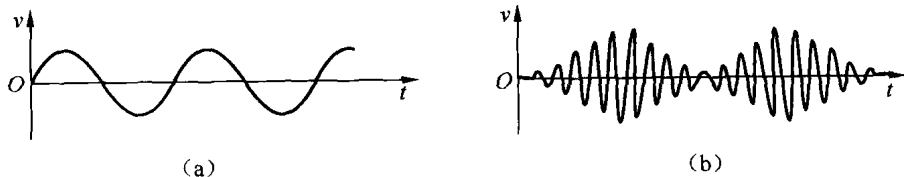


图 1.1 模拟信号波形样例

另一类物理量的变化在时间上和数值上都是不连续的，或者说离散的，其数量大小和增减变化都是某一个最小单位的整数倍，小于最小单位的数值不存在物理意义。例如，钟表上显示的时间、学生成绩记录、工厂产品统计、电路开关的状态等。这类物理量的变化可以用不同的数字反映，所以称为**数字量**。表示数字量的信号称为**数字信号**。若数字信号只由0和1两种数值表示，则称为**二值数字信号**。例如，图1.2(a)所示为数字信号周期性波形样例；图1.2(b)所示为数字信号非周期性波形样例。

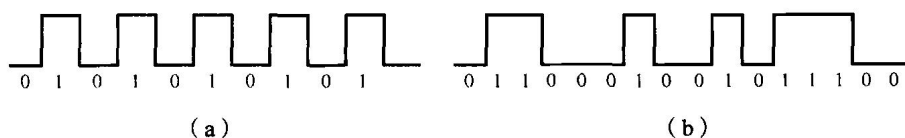


图 1.2 数字信号波形样例

2. 数字电路

数字电路是一种用来处理数字信号的电子线路。数字电路的基本工作信号是二值数字信号，即电路采用只有0、1两种取值状态的信号。两种数值表现为电路中电压的“高”或“低”、开关的“接通”或“断开”、晶体管的“导通”或“截止”两种稳定的物理状态。

由于数字电路的各种功能是通过逻辑运算来实现的，所以数字电路又称为逻辑电路或者数字逻辑电路。数字电路的发展经历了由电子管、半导体分立元件到集成电路作为基本元器件的过程。由数字电路构成的数字系统具有工作速度快、精度高、功能强、可靠性好等优点，所以其应用十分广泛。

3. 数字系统

什么是数字系统？简单地说，数字系统是一个能对数字信号进行存储、加工和传递的实体，它由实现各种功能的数字电路相互连接构成。例如，数字计算机就是一种典型的数字系统。

自1946年第一台数字计算机问世以来，计算机的发展速度是十分惊人的。通常按照组成计算机的主要电子器件来划分，计算机先后经历了电子管时代、晶体管时代、中小规模集成电路时代以及大规模和超大规模集成电路时代。图1.3给出了各种不同电子器件的样例。

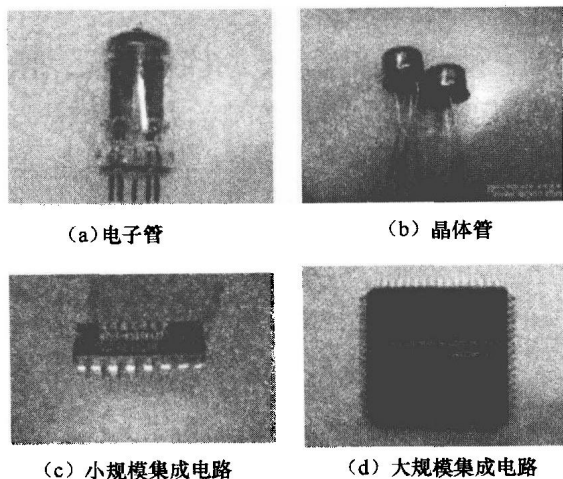


图 1.3 电子器件的样例

根据计算机所提供的功能和性能,通常又将计算机划分为巨型计算机、大型计算机、中型计算机和微型计算机等不同类型。不管如何划分,计算机总的发展趋势是功能、速度和可靠性不断提高,生产数量不断增长。此外,计算机迅速发展的另一个方面表现在其应用领域的不断扩展,以及对社会变革和人类进步带来的重要影响。

1.1.2 数字电路的分类

根据一个电路有无记忆功能,可将数字电路分为组合逻辑电路和时序逻辑电路两种类型。

如果一个数字电路在任何时刻的稳定输出仅取决于该时刻的输入,而与电路过去的输入无关,则称为组合逻辑电路(Combinational Logic Circuit)。由于这类电路的输出与过去的输入信号无关,所以不需要有记忆功能。例如,一个“多数表决器”,由于表决的结果仅取决于各个参与表决成员当时的态度是“赞成”还是“反对”,因此,它属于组合逻辑电路。

如果一个数字电路在任何时刻的稳定输出不仅取决于该时刻的输入,而且与过去的输入相关,则称为时序逻辑电路(Sequential Logic Circuit)。由于这类电路的输出与过去的输入相关,所以需要有记忆功能,通常由电路中记忆元件的状态来反映过去的输入信号。例如,一个统计输入脉冲信号个数的计数器,它的输出结果不仅与当时的输入脉冲相关,还与前面收到的脉冲个数相关,因此,计数器是一个时序逻辑电路。时序逻辑电路按照是否有统一的时钟信号进行同步,又可进一步分为同步时序逻辑电路和异步时序逻辑电路。

1.1.3 研究内容与方法

研究数字系统中的各类数字电路有两个主要任务:一是分析,二是设计。对一个给定的数字电路,研究它所实现的逻辑功能和工作性能称为分析;根据客观提出的功能要求,在给定条件下构造出实现预定功能的数字电路称为设计,有时又称为逻辑设计或者逻辑综合。围绕数字电路的分析和设计,研究内容包括基本知识、基本理论、基本器件以及各类电路分析与设计的基本方法。

随着集成电路技术的飞跃发展,数字电路的分析和设计方法在不断发生变化。但不管怎样变化,用逻辑代数作为理论基础对数字电路进行分析和设计的传统方法始终是最经典、最基本的方法。传统方法详细讨论了从问题的逻辑抽象到功能实现的全过程,所涉及的内容可以说是从事数字电路研究必须掌握的最基本的知识、技术和方法。该方法以技术经济指标作为评价一个设计方案优劣的主要性能指标,设计时追求的是如何使一个电路达到最简。因此,在组合逻辑电路设计时,通过逻辑函数化简,尽可能使电路中的逻辑门和连线数目达到最少。而在时序逻辑电路设计时,则通过状态化简和逻辑函数化简,尽可能使电路中的记忆元件、逻辑门和连线数目达到最少。值得指出的是,一个最简的方案并不等于一个最佳的方案,最佳方案应满足全面的性能指标和实际应用中的某些具体要求。所以,在用传统方法求出一个实现预定功能的最简设计方案之后,往往要根据实际情况进行相应调整。

随着中、大规模集成电路的出现和集成电路规模的迅速发展,单个芯片内部容纳的逻辑器件越来越多,因而,实现某种逻辑功能所需要的门和触发器数量已不再成为影响经济指标的突出问题。如何用各种廉价的中、大规模集成组件去构造满足各种功能的、经济合理的电

路，这无疑给设计人员提出了新的更高的要求。要适应这种要求就必须充分了解各种器件的逻辑结构和外部特性，做到合理选择器件，充分利用每一个已选器件的功能，用灵活多变的方法完成各类逻辑电路或功能模块的设计。

可编程逻辑器件（Programmable Logic Devices, PLD）的出现，给逻辑设计带来了一种全新的方法。人们不再用常规硬线连接的方法去构造电路，而是借助丰富的计算机软件对器件进行编程来实现各种逻辑功能，这无疑给逻辑设计者带来了极大的方便。此外，面对日益复杂的集成电路芯片设计和数字系统设计，人们不得不越来越多地借助计算机辅助设计（Computer Aided Design, CAD）。目前，已有各种电子设计自动化（Electronic Design Automatic, EDA）软件在市场上出售。计算机辅助逻辑设计方法正在不断推广和应用。不少人认为计算机设计自动化已形成计算机科学中的一个独立的学科。

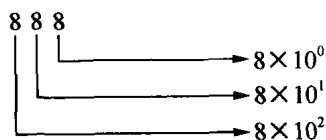
1.2 数制及其转换

1.2.1 进位计数制

数制是人们对数量计数的一种统计规律。日常生活中广泛使用的是十进制，而数字系统中使用的是二进制。

1. 十进制

十进制中采用了 0、1、…、9 共 10 个基本数字符号，进位规律是“逢十进一”。当用若干个数字符号并在一起表示一个数时，处在不同位置的数字符号，其值的含义不同。例如，



同一个字符 8 从左到右所代表的值依次为 800、80、8，即十进制数 888 可以表示成 $(888)_{10} = 8 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 8 \times 10^0$ 。

十进制的特点可以推广到任意进制，广义地说，一种进位计数制包含着基数和位权两个基本的要素。基数是指计数制中所用到的数字符号的个数，位权是指在一种进位计数制表示的数中，用来表明不同数位上数值大小的一个固定常数。不同数位有不同的位权，某一个数位的数值等于这一位的数字符号乘上与该位对应的位权。例如，十进制数的位权是 10 的整数次幂，其个位的位权是 10^0 ，十位的位权是 10^1 ……

2. R 进制

任意 R 进制中包含 0、1、…、R-1 共 R 个数字符号，进位规律是“逢 R 进一”。R 进制数的位权是 R 的整数次幂。

一个 R 进制数 N 可以有以下两种表示方法:

① 并列表示法 (又称位置计数法), 其表达式为

$$(N)_R = (K_{n-1}K_{n-2}\cdots K_1K_0.K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m})_R$$

② 多项式表示法 (又称按权展开法), 其表达式为

$$\begin{aligned}(N)_R &= K_{n-1} \times R^{n-1} + K_{n-2} \times R^{n-2} + \cdots + K_1 \times R^1 + K_0 \times R^0 + K_{-1} \times R^{-1} + K_{-2} \times R^{-2} + \cdots + K_{-m} \times R^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} K_i R^i\end{aligned}$$

式中:

R —— 基数;

n —— 整数部分的位数;

m —— 小数部分的位数;

K_i —— R 进制中的一个数字符号, 其取值范围为 $0 \leq K_i \leq R-1 (-m \leq i \leq n-1)$ 。

R 进制的特点可归纳如下。

- ① 有 $0, 1, \cdots, R-1$ 共 R 个数字符号。
- ② “逢 R 进一”, “10” 表示 R 。
- ③ 位权是 R 的整数次幂, 第 i 位的权为 $R^i (-m \leq i \leq n-1)$ 。

3. 二进制

二进制中只有 0 和 1 两个基本数字符号, 进位规律是“逢二进一”, “10” 表示 2 。二进制数的位权是 2 的整数次幂。

任意一个二进制数 N 可以表示成

$$\begin{aligned}(N)_2 &= (K_{n-1}K_{n-2}\cdots K_1K_0.K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m})_2 \\ &= K_{n-1} \times 2^{n-1} + K_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + K_1 \times 2^1 + K_0 \times 2^0 + K_{-1} \times 2^{-1} + K_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + K_{-m} \times 2^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} K_i 2^i\end{aligned}$$

式中:

n —— 整数位数;

m —— 小数位数;

K_i —— 为 0 或者 $1, -m \leq i \leq n-1$ 。

例如, 一个二进制数 1101.101 可以表示成

$$(1101.101)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$$

二进制数的运算规则如下。

加法规则	$0+0=0$	$0+1=1$	
	$1+0=1$	$1+1=0$	(进位为 1)
减法规则	$0-0=0$	$1-0=1$	
	$1-1=0$	$0-1=1$	(借位为 1)

乘法规则	$0 \times 0=0$	$0 \times 1=0$
	$1 \times 0=0$	$1 \times 1=1$
除法规则	$0 \div 1=0$	$1 \div 1=1$

二进制的优点：运算简单、物理实现容易、存储和传送方便、可靠。

因为二进制中只有 0 和 1 两个数字符号，可以用电子器件的两种不同状态来表示一位二进制数。例如，可以用晶体管的截止和导通表示 1 和 0，或者用电平的高和低表示 1 和 0 等。所以，在数字系统中普遍采用二进制。

二进制的缺点：数的位数太长且字符单调，使得书写、记忆和阅读不方便。因此，人们在进行指令书写、程序输入和输出等工作时，通常采用八进制数和十六进制数作为二进制数的缩写。

4. 八进制

基数 $R=8$ 的进位计数制称为八进制。八进制数中有 0、1、…、7 共 8 个基本数字符号，进位规律是“逢八进一”。八进制数的位权是 8 的整数次幂。

任意一个八进制数 N 可以表示成

$$\begin{aligned}(N)_8 &= (K_{n-1}K_{n-2}\cdots K_1K_0.K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m})_8 \\ &= K_{n-1}\times 8^{n-1}+K_{n-2}\times 8^{n-2}+\cdots+K_1\times 8^1+K_0\times 8^0+K_{-1}\times 8^{-1}+K_{-2}\times 8^{-2}+\cdots+K_{-m}\times 8^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} K_i 8^i\end{aligned}$$

式中：

n —— 整数位数；

m —— 小数位数；

K_i —— 0 ~ 7 中的任何一个字符， $-m \leq i \leq n-1$ 。

5. 十六进制

基数 $R=16$ 的进位计数制称为十六进制。十六进制数中有 0、1、…、9、A、B、C、D、E、F 共 16 个字符，其中，A ~ F 分别表示十进制数的 10 ~ 15。进位规律为“逢十六进一”。十六进制数的位权是 16 的整数次幂。

任意一个十六进制数 N 可以表示成

$$\begin{aligned}(N)_{16} &= (K_{n-1}K_{n-2}\cdots K_1K_0.K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m})_{16} \\ &= K_{n-1}\times 16^{n-1}+K_{n-2}\times 16^{n-2}+\cdots+K_1\times 16^1+K_0\times 16^0+K_{-1}\times 16^{-1}+K_{-2}\times 16^{-2}+\cdots+K_{-m}\times 16^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} K_i 16^i\end{aligned}$$

式中：

n —— 整数位数； m —— 小数位数； K_i —— 表示 0 ~ 9、A ~ F 中的任何一个字符， $-m \leq i \leq n-1$ 。

表 1.1 列出了十进制数 0 ~ 15 对应的二进制数、八进制数和十六进制数。

表 1.1 十进制数与二、八、十六进制数对照表

十进制	二进制	八进制	十六进制	十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0000	00	0	8	1000	10	8
1	0001	01	1	9	1001	11	9
2	0010	02	2	10	1010	12	A
3	0011	03	3	11	1011	13	B
4	0100	04	4	12	1100	14	C
5	0101	05	5	13	1101	15	D
6	0110	06	6	14	1110	16	E
7	0111	07	7	15	1111	17	F

1.2.2 数制转换

数制转换是指将一个数从一种进位制转换成另一种进位制。从实际应用出发,要求掌握二进制数与十进制数、八进制数和十六进制数之间的相互转换。

1. 二进制数与十进制数之间的转换

(1) 二进制数转换为十进制数

二进制数转换为十进制数采用多项式替代法,即将二进制数表示成按权展开式,并按十进制运算法则进行计算,所得结果即为该二进制数对应的十进制数。

例如, $(10111.001)_2 = (?)_{10}$ 。

$$\begin{aligned} (10111.001)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-3} \\ &= 16 + 4 + 2 + 1 + 0.125 \\ &= (23.125)_{10} \end{aligned}$$

(2) 十进制数转换为二进制数

十进制数转换成二进制数采用基数乘法。转换时对整数和小数应分别进行处理,整数转换采用“除 2 列余”的方法,小数转换采用“乘 2 取整”的方法。

① 整数转换——“除 2 列余”法:将十进制整数 N 除以 2,取余数计为 K_0 ;再将所得商除以 2,取余数记为 K_1 ;……以此类推,直至商为 0,取余数计为 K_{n-1} 为止,即可得到与 N 对应的 n 位二进制整数 $K_{n-1} \cdots K_1 K_0$ 。

例如, $(35)_{10} = (?)_2$ 。

2	3 5	余数	
2	1 7	— 1 (K_0)	低位 ↑ 高位
2	8	— 1 (K_1)	
2	4	— 0 (K_2)	
2	2	— 0 (K_3)	
2	1	— 0 (K_4)	
	0	— 1 (K_5)	

即 $(35)_{10}=(100011)_2$ 。

② 小数转换——“乘2取整”法：将十进制小数 N 乘以 2，取积的整数部分记为 K_{-1} ；再将积的小数部分乘以 2，取整数部分记为 K_{-2} ；……依此类推，直至其小数部分为 0 或达到规定精度要求，取整数部分记作 K_{-m} 为止。即可得到与 N 对应的 m 位二进制小数 $0.K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m}$ 。

例如， $(0.8125)_{10}=?_2$ 。

		0.8 1 2 5
	整数部分	× 2
		1.6 2 5 0
		× 2
		1.2 5 0 0
		× 2
		0.5 0 0 0
		× 2
		1.0 0 0 0

高位
 ↓
 低位

1 (K_{-1}) —

1 (K_{-2}) —

0 (K_{-3}) —

1 (K_{-4}) —

即 $(0.8125)_{10}=(0.1101)_2$ 。



当十进制小数不能用有限位二进制小数精确表示时，可根据精度要求，求出相应的二进制位数近似的表示。一般当要求二进制数取 m 位小数时，可求出 $m+1$ 位，然后对最低位作 0 舍 1 入处理。

例如， $(0.7125)_{10}=?_2$ （保留 4 位小数）。

		0.7 1 2 5
	整数部分	× 2
		1.4 2 5 0
		× 2
		0.8 5 0 0
		× 2
		1.7 0 0 0
		× 2
		1.4 0 0 0
		× 2
		0.8 0 0 0

高位
 ↓
 低位

1 (K_{-1}) —

0 (K_{-2}) —

1 (K_{-3}) —

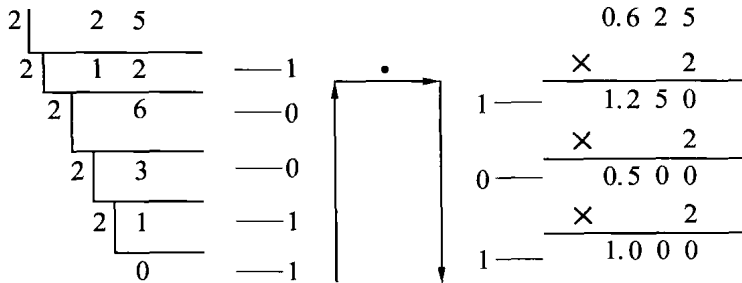
1 (K_{-4}) —

0 (K_{-5}) —

即 $(0.7125)_{10} \approx (0.1011)_2$ 。

若一个十进制数既包含整数部分，又包含小数部分，则需将整数部分和小数部分分别转换，然后通过小数点将两部分结果连到一起。

例如， $(25.625)_{10} = (?)_2$ 。



即 $(25.625)_{10} = (11001.101)_2$ 。

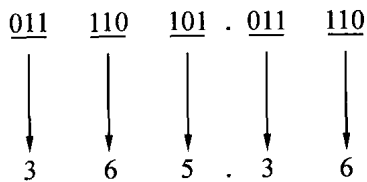
2. 二进制数与八进制数、十六进制数之间的转换

(1) 二进制数与八进制数之间的转换

由于八进制的基本数字符号 0 ~ 7 正好和 3 位二进制数的取值 000 ~ 111 对应，所以，二进制数与八进制数之间的转换可以按位进行。

二进制数转换成八进制数时，以小数点为界，分别往高、往低分组，每 3 位为一组，最后不足 3 位时用 0 补充，然后写出每组对应的八进制字符，即为相应八进制数。

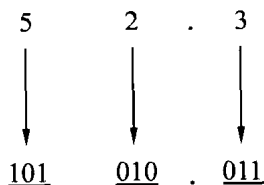
例如， $(11110101.01111)_2 = (?)_8$ 。



即 $(11110101.01111)_2 = (365.36)_8$ 。

八进制数转换成二进制数时，只需将每位八进制数用 3 位二进制数表示。

例如， $(52.3)_8 = (?)_2$ 。



即 $(52.3)_8 = (101010.011)_2$ 。

(2) 二进制数与十六进制数之间的转换