



◎ 王向东 主编

# 金牌奥赛 高分教材

JINPAI AOSAI GAOFEN JIAOCAI

# 6 数学

年级 SHUXUE  
LIUNIANJI

 ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社



# 金牌奥赛高分教材系列丛书

JINPAI AOSAI GAOFEN JIAOCAI

- ◇ 金牌奥赛高分教材 语文三年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 语文四年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 语文五年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 语文六年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 语文七年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 语文八年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 语文九年级

- ◇ 金牌奥赛高分教材 数学三年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 数学四年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 数学五年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 数学六年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 数学七年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 数学八年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 数学九年级

- ◇ 金牌奥赛高分教材 英语七年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 英语八年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 英语九年级

- ◇ 金牌奥赛高分教材 物理八年级
- ◇ 金牌奥赛高分教材 物理九年级

- ◇ 金牌奥赛高分教材 化学九年级

ISBN 978-7-308-09462-7



9 787308 094627 >

定价：14.00元

## 图书在版编目(CIP)数据

金牌奥赛高分教材·数学·六年级 / 王向东主编.  
—杭州: 浙江大学出版社, 2012. 1  
ISBN 978-7-308-09462-7

I. ①金… II. ①王… III. ①小学数学课—教学参考资料 IV. ①G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 265294 号

## 金牌奥赛高分教材·数学·六年级

王向东 主编

---

责任编辑 夏晓冬

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江时代出版服务有限公司

印 刷 浙江云广印业有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 8

字 数 200 千字

版 印 次 2012 年 1 月第 1 版 2012 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-09462-7

定 价 14.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

# 前 言

中小学学科奥林匹克竞赛(简称学科奥赛)是我国覆盖面最广、参加人数最多、影响最大的一项中小学生学习竞赛活动。学科奥林匹克是由体育奥林匹克借鉴、引申而来。国际数学奥林匹克(简称 IMO)、国际物理奥林匹克(简称 IPHO)、国际化学奥林匹克(简称 ICHO)等是国际上影响较大的中学生学科竞赛活动,每年都受到了千百万青少年学生的向往与关注。之所以受到如此关注,究其原因是奥赛具有很强的创新性、灵活性、综合性以及注重培养学生的探索能力和启发学生的创新意识,而这些也恰恰是素质教育的核心内容。这些也正是未来发展的需要。

中小学学科奥赛编辑部在精心研究了多年国内外这项活动及大量该类优秀图书的基础上,邀请了全国各地一些潜心耕耘于这块园地的优秀园丁,陆续编写出版了一系列有关数学、语文、英语、物理、化学、生物、信息七大学科共计 200 多个品种的奥赛和考试类读物。

浙大优学系列学科竞赛丛书的编写宗旨及特点是:

**第一:高。来源于教材,又高于教材。**来源于教材,就是参照教育部最新课程标准编写;高于教材,就是紧扣各级竞赛大纲,注意与各级竞赛在内容、题型及能力要求等各方面全面接轨,培养兴趣,开发智力,提高能力。

**第二:准。科学准确,结构合理。**各册按照学科特点进行分层设计,科学编排;依照循序渐进的原则,进行深入细致的分析,传授全面细致的解题方法。

**第三:新。书中选用的题型新颖独特,趣味性强。**汇集近年国内外奥赛、中考、高考试题精华,代表当前奥赛的最高水平,体现课程改革的新概念及竞赛命题的新思想、新方法、新动态。

**第四:精。精选例题,难而不怪,灵活性强,高而可攀。**重在举一反三,触类旁通;重在一题多解、一题多变、一题多问;注重对思维能力的训练,不搞题海战术,使学习成为一种兴趣和爱好。

**第五:名。名师荟萃,名赛集锦。**中小学学科奥赛编辑部邀请了全国各地一些名牌大学教授、重点中学的特级教师、高级教师、学科带头人、著名奥林匹克金牌教练共同编写。

本系列丛书虽然从策划、编写,再到设计、出版,我们兢兢业业、尽心尽力、鞠躬尽瘁,但疏漏之处在所难免。如果您有什么意见和建议,欢迎并感谢赐教,让我们共同努力,以使本系列丛书更好地服务于广大的中小学师生。

# 目 录

一、巧用单位“1” .....	( 1 )
奥赛练习一 .....	( 3 )
二、数的四则运算 .....	( 5 )
奥赛练习二 .....	( 7 )
三、分数、百分数应用题 .....	( 9 )
奥赛练习三 .....	( 10 )
四、浓度问题 .....	( 13 )
奥赛练习四 .....	( 15 )
五、工程问题 .....	( 17 )
奥赛练习五 .....	( 19 )
六、表面积计算 .....	( 21 )
奥赛练习六 .....	( 23 )
七、体积计算 .....	( 25 )
奥赛练习七 .....	( 27 )
八、圆的周长和面积 .....	( 29 )
奥赛练习八 .....	( 30 )
九、比和比例 .....	( 33 )
奥赛练习九 .....	( 35 )
十、近似值与估算 .....	( 37 )
奥赛练习十 .....	( 39 )
十一、圆柱和圆锥 .....	( 40 )
奥赛练习十一 .....	( 42 )
十二、奇偶分析法 .....	( 44 )
奥赛练习十二 .....	( 46 )

十三、商业中的数学 .....	( 48 )
奥赛练习十三 .....	( 49 )
十四、简单不定方程 .....	( 51 )
奥赛练习十四 .....	( 53 )
十五、牛吃草问题 .....	55
奥赛练习十五 .....	( 58 )
十六、统筹与优化 .....	( 60 )
奥赛练习十六 .....	( 62 )
十七、操作与对策 .....	( 64 )
奥赛练习十七 .....	( 66 )
十八、逻辑推理 .....	( 68 )
奥赛练习十八 .....	( 71 )
十九、数值计算技巧 .....	( 74 )
奥赛练习十九 .....	( 80 )
二十、抽屉原理 .....	( 83 )
奥赛练习二十 .....	( 85 )
奥赛综合练习(一) .....	( 87 )
奥赛综合练习(二) .....	( 90 )
奥赛综合练习(三) .....	( 93 )
参考答案与提示 .....	( 96 )



## 一、巧用单位“1”

在工程问题中,我们往往设工作总量为单位“1”.在许多分数应用题中,都会遇到单位“1”的问题,根据题目条件正确使用单位“1”,能使解答的思路更清晰,方法更简捷.

**例1** 小明看一本故事书,第一天看了全书的 $\frac{1}{12}$ 还少5页,第二天看了全书的 $\frac{1}{15}$ 还多3页,还剩206页.这本故事书一共有多少页?

**【分析与解】** 因为第一天、第二天都是与全书比较,所以应以全书的页数为单位“1”.如果第一天多看5页,那么正好看了全书的 $\frac{1}{12}$ ;如果第二天少看3页,那么正好看了全书的 $\frac{1}{15}$ .此时应当剩 $(206-5+3)$ 页,其对应的分率为 $(1-\frac{1}{12}-\frac{1}{15})$ ,由此可求出全书的页数.

$$(206-5+3) \div (1-\frac{1}{12}-\frac{1}{15}) = 204 \div \frac{17}{20} = 240(\text{页}).$$

答:这本故事书共有240页.

**例2** 一本文艺书,小明第一天看了全书的 $\frac{1}{2}$ ,第二天看了余下的 $\frac{1}{3}$ ,第三天看了再余下的 $\frac{1}{5}$ ,还剩下80页.这本书共有多少页?

**【分析与解】** 本题条件中单位“1”的量在变化,依次是“全书的页数”、“第一天看后余下的页数”、“第二天看后余下的页数”,出现了3个不同的单位“1”.按照常规思路,需要统一单位“1”,转化分率.但在本题中,不统一单位“1”反而更方便.我们先把全书看成“1”,那么第一天看后剩下 $(1-\frac{1}{2})$ .再把第一天看后余下的部分看成“1”,求出第二天看后余下的部分是全书的 $(1-\frac{1}{2}) \times (1-\frac{1}{3})$ .最后把第二天看后余下的部分看成“1”,就可以求出第三天看后余下的部分占全书的 $(1-\frac{1}{2}) \times (1-\frac{1}{3}) \times (1-\frac{1}{5}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$ .

也就是说,剩下的80页对应的分率是 $\frac{4}{15}$ ,所以全书有 $80 \div \frac{4}{15} = 300(\text{页})$ .

**例3** 学校图书室里的故事书占图书总数的 $\frac{3}{5}$ ,最近化肥厂工会又给学校送来400本故事书,这时图书室故事书占现有图书总数的 $\frac{2}{3}$ .求图书室原来共有多少本图书?

**【分析与解】** 故事书增加了,图书的总数随之增加.题中出现两个分率, $\frac{3}{5}$ 是以原来的图书总数为单位“1”, $\frac{2}{3}$ 是以后来的图书总数为单位“1”,这给计算带来很多不便,需要统一单位“1”.统一单位“1”的一个窍门就是抓“不变量”为单位“1”.





本题中故事书、图书总数都发生了变化,而其他书的本数没有变,可以以其他书占全部图书的 $\frac{2}{5}$ ,故事书相当于其他书的 $\frac{3}{5} \div \frac{2}{5} = 1\frac{1}{2}$ (倍).同样可得,故事书增加后,相当于其他书的 $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = 2$ (倍),根据原来“故事书占全部图书的 $\frac{3}{5}$ ”,可知其他书有 $400 \div (2 - 1\frac{1}{2}) = 800$ (本),

图书室原来共有图书  $800 \div (1 - \frac{3}{5}) = 2000$ (本).

**例 4** 甲组人数比乙组人数多 $\frac{1}{3}$ ,后来从甲组调 9 个人到乙组,此时乙组人数比甲组多 $\frac{4}{5}$ .问:原来甲、乙组各有多少人?

**【分析与解】** 与例 3 类似,甲、乙组人数都发生了变化,不变量是甲、乙组的总人数,所以以甲、乙组的总人数为单位“1”.

由原来“甲组人数比乙组多 $\frac{1}{3}$ ”,推知甲组人数是乙组的 $\frac{4}{3}$ ,所以原来甲组占两组总人数的 $\frac{4}{3} \div (\frac{4}{3} + 1) = \frac{4}{7}$ .

再由后来“乙组人数比甲组多 $\frac{4}{5}$ ”,推知乙组人数是甲组的 $\frac{9}{5}$ ,所以后来甲组占两组总人数的 $1 - \frac{9}{5} \div (\frac{9}{5} + 1) = \frac{5}{14}$ .

甲组调走的 9 人对应的分率是 $(\frac{4}{7} - \frac{5}{14}) = 42$ (人).

原来甲组有  $42 \times \frac{4}{7} = 24$ (人),乙组有  $42 - 24 = 18$ (人).

**例 5** 公路上同向行驶着三辆汽车,客车在前,货车在中,小轿车在后.在某一时刻,货车与客车、小轿车的距离相等;走了 10 分钟,小轿车追上了货车;又过了 5 分钟,小轿车追上了客车,再过多少分钟,货车追上客车?

**【分析与解】** 根据“在某一时刻,货车与客车、小轿车的距离相等”,设这段距离为单位“1”.由“走了 10 分钟,小轿车追上了货车”,可知小轿车比货车每分钟多行这段距离的 $\frac{1}{10}$ ;由“又过了 5 分钟,小轿车追上了客车”,可知小轿车(10+5)分钟比客车多行了两个这样的距离,每分钟多行这段距离的 $\frac{2}{15}$ .货车比客车每分钟多行这段距离的 $(\frac{2}{15} - \frac{1}{10})$ ,所以货车追上客车还需  $1 \div (\frac{2}{15} - \frac{1}{10}) - 15 = 15$ (分钟).

**例 6** 甲、乙两班共有 84 人,甲班人数的 $\frac{5}{8}$ 与乙班人数的 $\frac{3}{4}$ 共有 57 人.求两班各有多少人?

**【分析与解】** 甲班人数的 $\frac{3}{4}$ 与乙班人数的 $\frac{3}{4}$ ,等于两班总人数的 $\frac{3}{4}$ ,是  $84 \times \frac{3}{4} = 63$ (人).对比“甲班人数的 $\frac{5}{8}$ 与乙班人数的 $\frac{3}{4}$ 共有 57 人”,得到(63-57)人对应的分率是





$\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)$ , 这是以甲班人数为单位“1”. 所以甲班有  $(63-57) \div \left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right) = 6 \div \frac{1}{8} = 48$  (人), 乙班有  $84-48=36$  (人).

## 奥数练习一

1. 有 120 个苹果, 甲拿走了其中的  $\frac{1}{6}$ , 乙拿走了余下部分的  $\frac{2}{5}$ , 这时所剩余的  $\frac{3}{4}$  被丙拿走, 最后剩下的被丁拿走. 问: 甲和丁共拿走多少个苹果?

2. 一只猴子偷吃桃树上的桃子, 第一次偷吃了  $\frac{1}{30}$ , 以后的 28 天, 分别偷了当天现有桃子的  $\frac{1}{29}, \frac{1}{28}, \dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ , 偷了 29 天后, 树上只剩下 3 个桃子, 树上原有多少个桃子?

3. 粮站的大米占粮食总量的  $\frac{3}{4}$ , 卖出 24 吨大米后所剩大米恰好占所剩粮食总量的  $\frac{3}{5}$ . 这个粮站原来共有粮食多少吨?

4. 菜园里的西红柿获得丰收, 收下全部的  $\frac{3}{8}$  时, 装满 3 筐后还多 24 千克. 剩下的部分收完后刚好又装满 6 筐. 共收西红柿多少千克?

5. 某班男生比女生多  $\frac{2}{7}$ , 女生比男生少几分之几?





6. 合唱队中男生占女生人数的 $\frac{5}{6}$ ,后来又增加了3个女生,男生人数占合唱队总人数的 $\frac{5}{12}$ .合唱队现有男、女生各多少人?

7. 六年级两个班共有学生94人,其中女生有39人,已知一班的女生占本班人数的 $\frac{2}{5}$ ,二班的女生占本班人数的 $\frac{3}{7}$ .求两班各有多少人.





## 二、数的四则运算

小学数学竞赛中,关于整数、小数、分数的四则运算试题是常见的,在计算中要掌握运算顺序和运算法则,计算前要认真审题,计算时要耐心、细心,计算完还要注意验算.

在整数、小数、分数的四则混合运算试题中,常常可以综合应用各种运算定律和性质,或利用和、差、积、商变化规律及有关运算公式,使运算过程由繁变简,由难变易.关于运算定律有加法交换律、结合律、乘法交换律、结合律及分配律,至于减法的运算性质,如一个数减去两个数的和,等于从这个数中依次减去这两个加数,用字母表示为: $a-(b+c)=a-b-c$ ;或一个数减去两个数的差,等于先从这两个数中减去差里的被减数,再加上减数,用字母表示为: $a-(b-c)=a-b+c$ .除法的运算性质,如一个数除以两个数的积,等于这个数依次除以积的两个因数,用字母表示为: $a\div(b\times c)=a\div b\div c$ ;一个数除以两个数的商,等于这个数先除以这两个数中的被除数,再乘以这两个数中的除数,用字母表示为: $a\div(b\div c)=a\div b\times c$ .

同时要注意0和1在运算中的特性,使计算简便,和、差、积、商的变化规律也是运算中要加以考虑的问题.

$$\text{例 1} \quad \left(9\frac{2}{7}+7\frac{2}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right)$$

**【分析与解】**  $\frac{5}{7}$ 和 $\frac{5}{9}$ 的分子相同, $9\frac{2}{7}$ 和 $7\frac{2}{9}$ 化成假分数后分子也相同,可以提取公因数变形约分.

由分析可知:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(\frac{65}{7}+\frac{65}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right) \\ &= 65\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\div\left[5\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\right] \\ &= 65\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)\div 5\div\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right) \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$\text{例 2} \quad 1949\times\left(\frac{1}{51}-\frac{1}{2000}\right)+51\times\left(\frac{1}{1949}-\frac{1}{2000}\right)-2000\times\left(\frac{1}{1949}+\frac{1}{51}\right)+3$$

**【分析与解】** “3”是“题眼”,将3分成“1+1+1”,把每个“1”化成分子分母相同的假分数,提取公因数,从而挖掘出隐蔽的公因式,得到妙解.

由分析可知:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 1949\times\left(\frac{1}{51}-\frac{1}{2000}\right)+51\times\left(\frac{1}{1949}-\frac{1}{2000}\right)-2000\times\left(\frac{1}{1949}+\frac{1}{51}\right)+1+1+1 \\ &= 1949\times\left(\frac{1}{51}-\frac{1}{2000}\right)+\frac{1949}{1949}+51\times\left(\frac{1}{1949}-\frac{1}{2000}\right)+\frac{51}{51}-2000\times \\ &\quad \left(\frac{1}{1949}+\frac{1}{51}\right)+\frac{2000}{2000} \end{aligned}$$





$$= (1949 + 51 - 2000) \times \left( \frac{1}{51} - \frac{1}{2000} + \frac{1}{1949} \right)$$

$$= 0$$

**例 3**  $\frac{1}{66} + \frac{2}{66} + \frac{3}{66} + \dots + \frac{10}{66} - \frac{11}{310} - \frac{12}{310} - \dots - \frac{20}{310}$

**【分析与解】** 此题中每一类分数的分母都相同,分子恰好是等差数列,因此可以把前一段分母为 66 的分数求和,同时把所有的减数也求和,最后再相减。

由分析可知:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{1}{66} \times (1 + 2 + 3 + \dots + 10) - \frac{1}{310} \times (11 + 12 + \dots + 20) \\ &= \frac{1}{66} \times [(1 + 10) \times 10 \div 2] - \frac{1}{310} \times [(11 + 20) \times 10 \div 2] \\ &= \frac{1}{66} \times 55 - \frac{1}{310} \times 155 \\ &= \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

**例 4**  $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$

**【分析与解】** 若先计算小括号内的分数,通分起来十分麻烦.观察算式发现其中有相似的地方.例如“ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ ”与“ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ ”.只要把题中的某些部分用字母代换一下,就可以进行简算了。

由分析可知:设  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = A$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = B$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (1 + A) \times B - (1 + B) \times A \\ &= B + AB - A - AB \\ &= B - A \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

**例 5**  $(2 + 5 + 8 + \dots + 2000) - (1 + 4 + 7 + \dots + 1999)$

**【分析与解】** 题中前面部分有 667 个自然数,与后面部分的个数相同.它们这些数是一一对应的,  $2 \rightarrow 1, 5 \rightarrow 4, \dots, 2000 \rightarrow 1999$ , 并且这些一一对应的数之差均为 1。

由分析可知:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (2 - 1) + (5 - 4) + (8 - 7) + \dots + (2000 - 1999) \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{667 \text{ 个 } 1} \\ &= 667 \end{aligned}$$



例6  $20^2 - 19^2 + 18^2 - 17^2 + \dots + 2^2 - 1^2$

【分析与解】巧用平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b) \times (a-b)$ .

由分析可知：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (20+19) \times (20-19) + (18+17) \times (18-17) + \dots + (2+1) \times (2-1) \\ &= 39 + 35 + \dots + 3 \\ &= (39+3) \times 10 \div 2 \\ &= 420 \div 2 \\ &= 210 \end{aligned}$$

## 奥数练习二

1. 计算下列各题：

$$(1) \left(-\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{2}{3}$$

$$(2) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{16}\right) - \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{32}\right)$$

$$(3) 78 \times 7777 - 77 \times 7878$$

$$(4) 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 45 + 47 + 49$$

$$(5) 999 \times 26 - 666 \times 12 - 333 \times 54$$

2. 计算下列各题：

$$(1) \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \frac{1}{28} + \frac{1}{36} + \frac{1}{45} + \frac{1}{55} + \frac{1}{66} + \frac{1}{78} + \frac{1}{91} + \frac{1}{105} + \frac{1}{120}$$

$$(2) 1 + 2 \frac{1}{6} + 3 \frac{1}{12} + 4 \frac{1}{20} + 5 \frac{1}{30} + 6 \frac{1}{42} + 7 \frac{1}{56} + 8 \frac{1}{72} + 9 \frac{1}{90}$$







$$(3) 1999 \times 1998 - 1998 \times 1997 - 1997 \times 1996 + 1996 \times 1995$$

$$(4) 123 + 234 + 345 + 456 + 567 + 678 + 789 + 900$$

$$(5) 0.1^3 + 0.2^3 + 0.3^3 + 0.4^3 + 0.5^3 + 0.6^3 + 0.7^3 + 0.8^3 + 0.9^3$$

3. 一个数除以 20, 商是 205, 余数是 12, 求这个数.

4. 3.6 除 144 的商, 加上 60, 再乘以 15 与 8 的差, 积是多少?





## 三、分数、百分数应用题

分数、百分数应用题是小学数学的重要内容,它是在整数应用题基础上的继续和深化,在分数、百分数应用题中,数量之间的关系较为复杂,所以在解答整数应用题的前提下,理解、掌握分数的意义和性质,学会画线段示意图帮助理清思路和多角度思考问题成为解分数、百分数应用题的一个重要环节.分数、百分数应用题的最基本问题是求一个数是另一个数的几分之几(或百分之几)是多少,或求一个数的几分之几(或百分之几)是多少,或已知一个数的几分之几(或百分之几)是多少,求这个数.下面我们通过实例来说明解决分数、百分数应用题的基本方法.

**例 1** 小明家电热水器贮满了水.一天早晨,小明妈妈用去 20%,小明爸爸又用去 18 升,小明用了剩下水的 10%,最后剩下的水只有原来的一半还少 3 升.小明家的电热水器贮水量是多少升?

**【分析与解】** 将电热水器中贮满水时的贮水量当做“1”.由题意知,小明妈妈用的水是“1”的 20%,爸爸用水 18 升,小明的爸爸、妈妈用完后剩下 80% 少 18 升.这样小明的用水量是  $80\% \times 10\% = 8\%$  少  $18 \times 10\% = 1.8$  (升),三人用水的总量则是  $20\% + 8\% = 28\%$  再加  $18 - 1.8 = 16.2$  (升),三人用水总量也应该是 50% 多 3 升.根据量率对应关系求出答案.

$$(1 - 20\%) \times 10\% = 8\%$$

$$18 \times 10\% = 1.8 \text{ (升)}$$

$$(18 - 1.8 - 3) \div [50\% - (20\% + 8\%)] = 13.2 \div 22\% = 60 \text{ (升)}$$

答:这个电热水器贮水量是 60 升.

**例 2** 把 72 升水注入两个容器,可注满甲容器及乙容器的  $\frac{1}{2}$ ,或可注满乙容器及甲容器的  $\frac{1}{5}$ .求每个容器的容量.

**【分析与解】** 水注入两个容器有两种状态,即甲容器 + 乙容器的  $\frac{1}{2} =$  乙容器 + 甲容器的  $\frac{1}{5}$ ,

$$\text{通过等式性质变形得,甲容器} \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \text{乙容器} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right).$$

$$\text{利用比例的基本性质得,甲容器} : \text{乙容器} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 5 : 8.$$

$$\text{所以乙容器的容量是 } 72 \div \left(1 + \frac{5}{8} \times \frac{1}{5}\right) = 64 \text{ (升),}$$

$$\text{甲容器的容量是 } 64 \times \frac{5}{8} = 40 \text{ (升),}$$

答:甲容器的容量是 40 升,乙容器的容量是 64 升.





**例 3** 育红小学四、五、六年级共有 615 名学生,已知六年级学生人数的  $\frac{1}{2}$  等于五年级学生的  $\frac{2}{5}$ ,也等于四年级学生的  $\frac{3}{7}$ ,这三个年级各有多少名学生?

**【分析与解】** 把四、五年级学生数用六年级学生数表示出来:六年级学生数  $\times \frac{1}{2} =$  五年级学生数  $\times \frac{2}{5}$ ,所以五年级学生数  $=$  六年级学生数  $\times \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} =$  六年级学生数  $\times \frac{5}{4}$ ,同理,四年级学生数  $=$  六年级学生数  $\times \frac{7}{6}$ .因此,615 名学生占六年级学生数的  $(\frac{7}{6} + \frac{5}{4} + 1)$ .依此逐步计算出每个年级的学生数.

$$\text{六年级: } 615 \div \left(1 + \frac{1}{2} \div \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \div \frac{3}{7}\right) = 615 \div \left(1 + \frac{5}{4} + \frac{7}{6}\right) = 615 \div \frac{41}{12} = 180(\text{名})$$

$$\text{五年级: } 180 \times \left(\frac{1}{2} \div \frac{2}{5}\right) = 180 \times \frac{5}{4} = 225(\text{名}),$$

$$\text{四年级: } 180 \times \left(\frac{1}{2} \div \frac{3}{7}\right) = 180 \times \frac{7}{6} = 210(\text{名}).$$

答:四、五、六年级分别有学生 210 名、225 名、180 名.

### 奥数练习三

1. 小强放一群鸭子,岸上的鸭子只数是水中的  $\frac{3}{4}$ ,从水中上岸 9 只后,水中的鸭子和岸上鸭子的只数相同.问这群鸭子有多少只?

2. 甲、乙、丙三人集邮,甲比乙多 40 张,丙的数量是甲的  $\frac{3}{4}$ ,乙的数量是三人邮票和的 25%.问三人各有多少张邮票?

3. 化肥厂全年计划生产化肥 2184 吨,第一季度就完成了全年任务的  $\frac{5}{12}$ .已知第一季度三个月平均每月增产 20%.问一月份生产了多少吨化肥?



4. 小王做机器零件,已经做了 240 个,比计划还少 20%,为了超额 25%,小王还应再做多少个?

5. 某商品因市场价跌落,卖出时亏损 25%,如果比原价便宜 4 元,则尚可获利 25%. 求原价是多少元?

6. 李大娘把养的鸡分别关在东、西两个院内. 已知东院内养鸡 40 只;现在把西院养鸡数的  $\frac{1}{4}$  卖给商店,  $\frac{1}{3}$  卖给加工厂,再把剩下的鸡与东院的鸡相加,其和恰好等于原来东、西两院养鸡总数的一半. 原来东、西两院一共养鸡多少只?

7. 果品店有苹果和梨两种水果,梨占两种水果总数的  $\frac{5}{11}$ , 卖出 1 吨梨和 2 吨苹果后,梨占两种水果总数的  $\frac{6}{13}$ , 水果店原有这两种水果共多少吨?

8. 在上升的电梯中称体重,体重器显示出体重数值比实际体重增加  $\frac{1}{6}$ ; 在下降的电梯中称体重,体重器显示出体重数值比实际减少  $\frac{1}{7}$ . 如果电梯上升的瞬间小明的体重与在电梯下降瞬间小刚的体重相同,并且他们的实际体重是小于 50 千克的整数,那么,小明与小刚的实际体重一共是多少千克?

