



信息通信专业教材系列

光波导理论简明教程

GUANGBODAO LILUN JIANMING JIAOCHENG

张 民 林金桐 张志国 张方迪 编著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

信息通信专业教材系列

光波导理论简明教程

张 民 林金桐 张治国 张方迪 编著



北京邮电大学出版社
[www. buptpress. com](http://www.buptpress.com)

内 容 简 介

随着光纤通信、光集成和光电集成技术的进步,各类光波导与波导元件的研究和制造进入全面发展时期。光信号的产生与检测、调制与解调、传输与交换等许多环节都大量应用了光波导及其元件。

“光波导理论”是光通信领域中十分重要的基础课程。国内外许多高校都为光纤通信、光电子、光信息、电磁场与电磁波等方向的高年级本科生及研究生开设了光波导理论课程。

本书结合北京邮电大学光波导理论教学组二十多年教学实践与摸索,系统且简明地阐述了光波导的主要分析方法、薄膜波导、带状波导和光纤等基本理论,结合科研积累并顺应学科发展,适当地补充了光子晶体波导和无源波导器件等内容。本书以波导类型为提纲展开各章,各章节以波导分析方法为主线,以期读者能在紧抓基础理论的前提下充分注意光波导的分析方法,进而提高对各种光波导的逻辑分析能力。

图书在版编目(CIP)数据

光波导理论简明教程/张民等编著.--北京:北京邮电大学出版社,2011.11
ISBN 978-7-5635-2759-5

I. ①光… II. ①张… III. ①光波导—波导理论—教材 IV. ①TN252

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 217406 号

书 名: 光波导理论简明教程
作 者: 张 民 林金桐 张治国 张方迪
责任编辑: 何芯逸
出版发行: 北京邮电大学出版社
社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)
发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578
E-mail: publish@bupt.edu.cn
经 销: 各地新华书店
印 刷: 北京联兴华印刷厂
开 本: 787 mm×960 mm 1/16
印 张: 9.25
字 数: 201 千字
印 数: 1—3 000 册
版 次: 2011 年 11 月第 1 版 2011 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-2759-5

定价: 19.00 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社营销中心联系 ·

前 言

随着光纤通信、光集成和光电集成技术的进步,各类光波导与波导元件的研究和制造进入全面发展时期。光信号的产生与检测、调制与解调、传输与交换等许多环节都大量应用了光波导及其元件。光波导技术的重要性日益显现,对光波导技术的理论概括和系统描述已经成为光通信发展的迫切要求。

北京邮电大学自 1982 年起由叶培大院士牵头开设了光波导理论课。二十多年来,光波导技术与理论日新月异,我们的课程讲义也随着教学和科研的实践而不断调整与更新。在此基础上,我们一直期望能适时编写一本光波导理论的简明教程,以便读者在较短时间内掌握光波导的主要知识和思维方法。同时,为适应学科发展的要求,书中既包括矩形波导、圆波导等常规光波导理论知识,又涵盖光子晶体波导、有限元法等光波导新结构和新分析方法。此外,本书在内容顺序安排上以波导类型为提纲展开各章,各章节以波导分析方法为主线,以期读者能在紧抓基础理论的前提下充分注意光波导的分析方法,并有意识地锻炼提高对各种光波导的逻辑分析能力。

上述为我们形成本书的初衷及期望本书应具有的特点。书中的不足与错漏之处,还恳请读者指正。

编 者

目 录

第 1 章 波动及射线理论基础	1
1.1 基本电磁方程	1
1.1.1 麦克斯韦方程和边界条件	1
1.1.2 波动方程和亥姆霍兹方程	2
1.1.3 波动方程的标量解	4
1.2 平面波基础	4
1.2.1 平面波的基本特征和波矢量	4
1.2.2 平面波的传输线模拟	7
1.2.3 基本平面波在边界处传播	9
1.3 射线光学的基本方程.....	12
1.3.1 从波动光学到射线光学的转换.....	12
1.3.2 程函方程.....	14
1.3.3 射线轨迹方程及其简单应用.....	15
第 2 章 介质薄膜波导	17
2.1 薄膜波导的射线光学分析法.....	18
2.1.1 导模的射线光学分析.....	18
2.1.2 辐射模的射线光学分析.....	22
2.1.3 泄漏模和消逝模的射线光学分析.....	23
2.1.4 古斯-汉辛效应和导模区的有效厚度	26

2.2	薄膜波导的波动分析法	28
2.2.1	导模的波动分析	28
2.2.2	其他模式的波动分析	33
2.2.3	对称薄膜波导的分析	35
2.3	非均匀薄膜波导的分析	36
2.3.1	非均匀薄膜波导的定解问题	36
2.3.2	折射率平方为抛物线分布的薄膜波导	37
2.3.3	折射率平方为指数分布的薄膜波导	38
2.4	薄膜波导的表面散射损耗	39
第3章	介质带状光波导	42
3.1	Marcatili 的正规模近似分析法	43
3.1.1	边值问题的阐述	44
3.1.2	混合模式的近似解	46
3.1.3	本征方程	47
3.1.4	截止条件与单模工作	49
3.1.5	波矢量的近似解	49
3.2	Goell 的圆谐函数分析法	50
3.2.1	边值问题的阐述	50
3.2.2	边界条件与点匹配	53
3.2.3	矩阵分量分析	54
3.2.4	计算方法和场型	56
3.3	带状波导分析的其他方法	58
3.4	带状波导的弯曲	60
3.4.1	边值问题的阐述	60
3.4.2	弯曲带状波导中光场的近似解	61
3.4.3	边界条件与本征方程	62
3.4.4	小结	65
第4章	光纤理论	66
4.1	阶跃折射率光纤	68
4.1.1	射线分析基础	68

4.1.2	阶跃折射率光纤的射线分析法	71
4.1.3	阶跃折射率光纤的标量分析法	74
4.1.4	阶跃折射率光纤的矢量模分析	78
4.2	渐变折射率光纤	82
4.2.1	渐变折射率光纤的射线分析法	83
4.2.2	渐变折射率光纤的标量模分析	87
4.2.3	渐变折射率光纤的 WKB 分析法	90
4.3	单模光纤	92
4.3.1	单模阶跃光纤的模场分布	93
4.3.2	变分法分析单模光纤	94
4.3.3	单模光纤的偏振效应	96
4.4	光纤的色散理论	99
4.4.1	材料色散	99
4.4.2	色散的脉冲响应分析	101
4.4.3	单模光纤的色散	104
第 5 章	光子晶体波导和微结构光纤	106
5.1	光子晶体光纤及其分析方法	106
5.1.1	光子晶体光纤概述	106
5.1.2	光子晶体光纤的分析方法简介	107
5.2	有限元法的基本原理	110
5.2.1	有限元法的发展	110
5.2.2	三分量有限元法	110
5.2.3	全矢量有限元法	114
5.3	光子晶体光纤的特性分析	119
5.3.1	模式分布与有效折射率	119
5.3.2	PCF 的限制损耗和等效模场面积	125
5.3.3	PCF 的模式双折射	127
5.3.4	PCF 的色度色散特性	129
5.4	小结	131
附录 I	单元插值函数	132
I.1	线性三角形单元	132

I.2 线性三角形棱边元.....	133
附录 II 数值积分.....	135
附录 III 一种基于 C/C++ 和 Matlab 的有限元法的实现	136
III.1 子域划分和区域离散.....	137
III.2 建立整体矩阵.....	137
III.3 添加边界条件.....	138
III.4 求解矩阵方程.....	138
III.5 数据记录及处理.....	138
参考文献.....	139

第 1 章 波动及射线理论基础

1.1 基本电磁方程

1.1.1 麦克斯韦方程和边界条件

麦克斯韦方程是描述电磁学基本理论最明确、最简洁的工具。从麦克斯韦方程可以推导出电磁场和电磁波相关的绝大部分方程和结论。这些方程也是后续章节中对波导的波动分析法的基础。

已知麦克斯韦方程为

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \end{cases} \quad (1-1)$$

由于 $\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0$, 对式(1-1)中两个旋度方程的等号两边同时求散度, 并联立式(1-1)的第三个方程可得

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{cases} \quad (1-2)$$

对于时谐电磁场, $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$, 因此可得

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{cases} \quad (1-3)$$

式(1-3)中各矢量的关系由物质方程给出。对于各向同性均匀介质,有

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \\ \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \\ \vec{J} = \sigma \vec{E} \end{cases} \quad (1-4)$$

对于各向异性非均匀介质,有

$$\begin{cases} \vec{D}(\vec{r}) = \vec{\epsilon}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) \\ \vec{B}(\vec{r}) = \vec{\mu}(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) \end{cases} \quad (1-5)$$

式中, $\vec{\epsilon}$ 和 $\vec{\mu}$ 表示张量。

对于各向同性非均匀介质,有

$$\begin{cases} \vec{D}(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) \\ \vec{B}(\vec{r}) = \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) \end{cases} \quad (1-6)$$

至于边界条件,在没有外加源的情况下, $\vec{J} = 0, \rho = 0$, 在两个介质材料的边界对式(1-3)中两个旋度方程求积分,可得

$$\begin{cases} E_{t1} = E_{t2} \\ H_{n1} = H_{n2} \end{cases} \quad (1-7)$$

对式(1-3)中两个散度方程求积分,可得

$$\begin{cases} D_{n1} = D_{n2} \\ B_{t1} = B_{t2} \end{cases} \quad (1-8)$$

1.1.2 波动方程和亥姆霍兹方程

1) 波动方程

对于各向同性非均匀的介质,对式(1-1)中两个旋度方程的等号两边同时求旋度,并运用矢量运算公式 $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$ 和 $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$, 可得

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + \nabla \left(\vec{E} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) - \nabla \left(\frac{\rho}{\epsilon} \right) + \frac{\nabla \mu}{\mu} \times \nabla \times \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \\ \nabla^2 \vec{H} + \nabla \left(\vec{H} \cdot \frac{\nabla \mu}{\mu} \right) + \frac{\nabla \epsilon \times (\nabla \times \vec{H})}{\epsilon} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times \vec{J} - \nabla \times \vec{J} \end{cases} \quad (1-9)$$

求解方程组(1-9)是非常复杂的,由此需进行适当的简化处理。

在没有外加源的区域,对于介质材料,有 $\sigma=0, \rho=0$ 和 $\vec{J}=0$, 并假设 $\mu=\mu_0$, 则方程组(1-9)化简为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + \nabla \left(\vec{E} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times \vec{H}) = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1-10)$$

方程组(1-10)仍难求解。进一步假设 ϵ 随波长的变化很小,近似认为 $\nabla \epsilon=0$, 则方程组(1-10)化简为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{H} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1-11)$$

方程组(1-11)变得简单了很多,这是我们常见也常用的波动方程的形式。

2) 亥姆霍兹方程

对于时谐场(Time Harmonic Fields), $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega, \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2$, 则方程组(1-10)变成如下的亥姆霍兹方程(Helmholtz Equation):

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} + \nabla \left(\vec{E} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) = -\omega^2 \mu_0 \epsilon \vec{E} \\ \nabla^2 \vec{H} + \frac{\nabla \epsilon \times (\nabla \times \vec{H})}{\epsilon} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon \vec{H} \end{cases} \quad (1-12)$$

在 $\nabla \epsilon=0$ 的近似假设下,方程组(1-12)简化为

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} = -k^2 \vec{E} \\ \nabla^2 \vec{H} = -k^2 \vec{H} \end{cases} \quad (1-13)$$

其中 $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon = \omega^2 \mu_0 n^2 \epsilon_0 = n^2 k_0^2, k_0^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2$ 且 $n^2 = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ 。

方程组(1-13)称为矢量亥姆霍兹方程。当电磁场的场量可被近似处理成标量场时,方程组(1-14)可分解为1个或多个标量亥姆霍兹方程,例如:

$$\nabla^2 E_x + k^2 E_x = 0 \quad (1-14)$$

1.1.3 波动方程的标量解

若忽略电磁场的极化效应而将其场量看做标量,则电磁场就被近似看作和温度场、热量场、声场相近的标量场。平面波所对应的电磁场就是这样一种可近似看作标量场的电磁场。平面波的场量在空间的极化分布是均匀一致的,可以忽略不计。由此可用标量亥姆霍兹方程和对应的边界条件来求解平面波相关的问题。

标量亥姆霍兹方程采取如下形式:

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad (1-15)$$

为求导边界条件,可对式(1-15)进行体积积分,即

$$\int_v \nabla^2 \psi dv = \int_v \nabla \cdot \nabla \psi dv = \oint_s \nabla \psi \cdot d\vec{s} = -k^2 \int_v \psi dv \quad (1-16)$$

当 v 趋近于 0 时, $\oint_s \nabla \psi \cdot d\vec{s} = 0$, 可得边界条件 1: $\psi_{n_1} = \psi_{n_2}$, 其中 ψ_n 指标量场沿边界法向的偏导数。

由 $\nabla \times \nabla \psi \equiv 0$ 可得 $\int_l (\nabla \times \nabla \psi) \cdot d\vec{l} = \oint_l \nabla \psi \cdot d\vec{l} \equiv 0$, 因此得出边界条件 2: $\psi_t = \psi_2$, 其中 ψ_t 指标量场沿边界切向的偏导数。

此外,这种标量场在边界是连续的,因此得到边界条件 3: $\psi_1 = \psi_2$ 。

求解标量亥姆霍兹方程只需用两个边界条件即可,在本书中常用如下的边界条件:

$$\begin{cases} \Psi_{n_1} = \Psi_{n_2} \\ \psi_1 = \psi_2 \end{cases} \quad (1-17)$$

1.2 平面波基础

1.2.1 平面波的基本特征和波矢量

平面波(Plane Wave)的等相位面是一系列无限大的平行平面,这些等相位面与波的传播方向相垂直。当电磁波远离波源时,其波前可近似看作平面,此时的电磁波可近似当作平面波来处理。

1) 基本特征

均匀平面波(Homogeneous Plane Wave)只能在均匀介质中存在。在等相位面上,其场量的极化方向和幅度处处相同,即均匀平面波的电场和磁场在等相位面上是常矢量。仅考虑无限大均匀介质中的入射波时,平面波可用式(1-18)来表示。

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{r}) \\ \vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0 \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{r}) \end{cases} \quad (1-18)$$

式(1-18)未写出时间因子 $e^{j\omega t}$, 其中 \vec{E}_0 和 \vec{H}_0 是常矢量, \vec{r} 是球坐标系中的位置矢量, \vec{k} 是波矢量。

对于均匀平面波, \vec{k} 是常矢量, 即均匀平面波沿直线传播。

2) 波矢量的方向

波矢量(Wave Vector) \vec{k} 揭示了电磁波的一些重要特性, 如等相位面的传播方向、在传播中相位的变化快慢情况等。

下面分两种情况, 即在各向同性均匀介质中和在各向异性均匀介质中, 来讨论波矢量的方向。

在不含外加源的各向同性均匀介质中, ϵ 是常标量, 时谐场的麦克斯韦方程如下:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \\ \nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E} \end{cases} \quad (1-19)$$

均匀平面波仍需满足麦克斯韦方程, 因此将方程组(1-18)代入方程组(1-19)可得

$$\begin{cases} \vec{k} \times \vec{E}_0 = \omega\mu_0 \vec{H}_0 \\ \vec{k} \times \vec{H}_0 = -\omega\epsilon \vec{E}_0 \end{cases} \quad (1-20)$$

方程组(1-20)就是均匀平面波在各向同性均匀介质中的麦克斯韦方程, 从中可见: $\vec{H}_0 \perp \vec{E}_0$, $\vec{H}_0 \perp \vec{k}$, $\vec{E}_0 \perp \vec{H}_0$ 和 $\vec{E}_0 \perp \vec{k}$, 即 \vec{E}_0 、 \vec{H}_0 和 \vec{k} 是两两垂直的, 如图 1.1 所示。

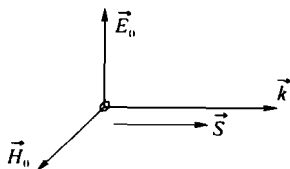


图 1.1 在各向同性均匀介质中, 平面波的 \vec{k} 、 \vec{S} 、 \vec{E}_0 和 \vec{H}_0 的方向示意图

在不含外加源的各向异性均匀介质中, 将平面波的表达式代入麦克斯韦方程可得

$$\begin{cases} \vec{k} \times \vec{E}_0 = \omega\vec{\mu}_0 \vec{H}_0 \\ \vec{k} \times \vec{H}_0 = -\omega\vec{\epsilon} \vec{E}_0 \end{cases} \quad (1-21)$$

令 $\vec{\epsilon} \vec{E}_0 = \vec{D}_0$ 和 $\vec{\mu} \vec{H}_0 = \vec{B}_0$, 则从方程组(1-21)可推知 $\vec{B}_0 \perp \vec{E}_0$, $\vec{B}_0 \perp \vec{k}$, $\vec{D}_0 \perp \vec{H}_0$ 和 \vec{D}_0

$\perp \vec{k}$ 。这说明 \vec{D}_0 和 \vec{B}_0 之间没有明确的关系。假若 $\vec{D}_0 \perp \vec{B}_0$ ，则 \vec{k} 在一般情况下并不平行于 \vec{S} ，但 \vec{k} 总是落在 $\vec{D}_0 \times \vec{B}_0$ 的方向上，如图 1.2 所示。

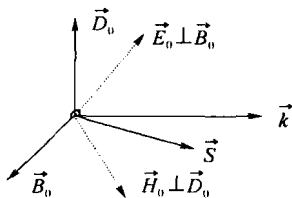


图 1.2 在各向异性均匀介质中，平面波的 \vec{k} 、 \vec{S} 、 \vec{E}_0 、 \vec{H}_0 、 \vec{D}_0 和 \vec{B}_0 的方向示意图

3) 波矢量的幅度

仍然分两种情况讨论，即在各向同性均匀介质中和在各向异性均匀介质中分析波矢量的幅度。

对于各向同性均匀介质，方程组(1-21)也可写为如下形式：

$$\begin{cases} \vec{k} \times \vec{E}_0 - \omega\mu_0 \vec{H}_0 = 0 \\ \omega\epsilon \vec{E}_0 + \vec{k} \times \vec{H}_0 = 0 \end{cases} \quad (1-22)$$

为得到 \vec{E}_0 和 \vec{H}_0 的非零解，方程组(1-22)的系数行列式应满足如下条件：

$$\det \begin{bmatrix} \vec{k} \times & -\omega\mu_0 \\ \omega\epsilon & \vec{k} \times \end{bmatrix} \equiv 0 \quad (1-23)$$

其中， $\vec{k} \times$ 是并矢(Dyadic Operator)，表示如下：

$$\vec{k} \times = \begin{bmatrix} 0 & -k_z & k_y \\ k_z & 0 & -k_x \\ -k_y & k_x & 0 \end{bmatrix} \quad (1-24)$$

行列式的其他元素由 3×3 的子矩阵构成，表示如下：

$$-\omega\mu = -\omega\mu \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

$$\omega\epsilon = \omega\epsilon \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-26)$$

将式(1-24)、(1-25)和(1-26)代入式(1-23)，可得

$$\begin{bmatrix} \omega^2 \mu \epsilon - (k_y^2 + k_z^2) & k_x k_y & k_x k_z \\ k_x k_y & \omega^2 \mu \epsilon - (k_x^2 + k_z^2) & k_y k_z \\ k_x k_z & k_y k_z & \omega^2 \mu \epsilon - (k_x^2 + k_y^2) \end{bmatrix} = 0 \quad (1-27)$$

化简方程(1-27)可得

$$|\vec{k}|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon = k^2 \quad (1-28)$$

方程(1-28)称作各向同性均匀介质中均匀平面波的色散方程,说明 \vec{k} 的顶点轨迹是一个球面,即在任意方向上 \vec{k} 的幅度都是常数。

一般来说,在各向异性均匀介质中, $|\vec{k}|$ 的分布是非常复杂的。此处仅举一个简单的例子,即各向异性介质是单轴晶体,其电磁导率分布为如下的张量:

$$\vec{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon & & \\ & \epsilon & \\ & & \epsilon' \end{bmatrix} \quad (1-29)$$

采用与前面类似的推导过程,可得

$$(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \omega^2 \mu \epsilon) [(k_x^2 + k_y^2) \omega^2 \mu \epsilon + \omega^2 \mu \epsilon' k_z^2 - \omega^4 \mu^2 \epsilon \epsilon'] = 0 \quad (1-30)$$

方程(1-30)有两个解,分别为

$$\begin{cases} k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon = k^2 \\ \frac{k_x^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon} + \frac{k_y^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon} + \frac{k_z^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon} = 1 \end{cases} \quad (1-31)$$

第一个解意味着 $|\vec{k}|$ 在任何方向上都是常数,这种情况对应的平面波与各向同性均匀介质中的平面波十分相似,被称作寻常平面波(Ordinary Plane Wave)。

第二个解意味着 $|\vec{k}|$ 的顶点轨迹是一个椭球面,即 $|\vec{k}|$ 不是常数, \vec{D}_0 和 \vec{E}_0 方向并不一致。这种平面波被称作非寻常平面波(Extraordinary Plane Wave)。

1.2.2 平面波的传输线模拟

在均匀平面波的等相位面上,场量的极化方向和幅度都处处相同,即均匀平面波的电场和磁场在等相位面上是常矢量,因此可用标量 E_x 和 H_y , (或 E_y 和 H_x)来表示。

若令 $\frac{\partial}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial}{\partial z} = -jk_z$, 即忽略平面波沿着 y 方向的变化,并且沿 z 方向只有相位变化(即 z 方向是平面波经入射波和反射波叠加后行波的方向),则平面直角坐标系下的麦克斯韦方程可分解成两套独立的方程组,分别为

$$\begin{cases} k_z E_y = -\omega \mu_0 H_x \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} = -j \omega \mu_0 H_z \\ -jk_z H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j \omega \epsilon E_y \end{cases} \quad (1-32)$$

$$\begin{cases} k_z H_y = -\omega \epsilon E_x \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega \epsilon E_x \\ jk_z E_x + \frac{\partial E_z}{\partial x} = j\omega \mu_0 H_y \end{cases} \quad (1-33)$$

方程组(1-32)有三个变量,即 E_y 、 H_x 和 H_z ,因只有磁场在传播方向上有分量,故称其为 H 波(H-Wave)。方程组(1-33)也有三个变量,即 H_y 、 E_x 和 E_z ,只有电场在传播方向上有分量,故称作 E 波(E-Wave)。H 波和 E 波是两种基本平面波(Fundamental Plane Wave),即特征最简单的均匀平面波。

方程组(1-32)和方程组(1-33)分别是 H 波和 E 波所对应的麦克斯韦方程,在其中分别消去 E_x 和 H_x ,可得对应于 H 波的方程组(1-34)和对应于 E 波的方程组(1-35)。

$$\begin{cases} \frac{dE_y}{dx} = -j\omega \mu_0 H_z \\ \frac{dH_z}{dx} = -j \frac{k_x^2}{\omega \mu_0} E_y \end{cases} \quad (1-34)$$

$$\begin{cases} \frac{dH_y}{dx} = j\omega \epsilon E_z \\ \frac{dE_z}{dx} = j \frac{k_x^2}{\omega \epsilon} H_y \end{cases} \quad (1-35)$$

传输线理论中传统的电报方程表达式如方程组(1-36)所示,它与方程组(1-34)、(1-35)十分相似,这意味着基本平面波的传播特征与传输线类似。

$$\begin{cases} \frac{dV}{dx} = -j\omega LI \\ \frac{dI}{dx} = -j\omega cV \end{cases} \quad (1-36)$$

通过观察和比较,可得出基本平面波的各类参数与传输线参数之间的对应关系,如表 1.1 所列。

表 1.1 基本平面波和传输线的参数对应关系

基本平面波参数	传输线参数	基本平面波参数	传输线参数
E_y (H 波) } H_y (E 波) }	V	μ (H 波) } ϵ (E 波) }	L
H_z (H 波) } $-E_x$ (E 波) }	I	$\frac{k_x^2}{\omega^2 \mu}$ (H 波) } $\frac{k_x^2}{\omega^2 \epsilon}$ (E 波) }	C

通过上述的传输线比拟,可得 H 波的等效特征导纳和 E 波的等效特征阻抗如下:

$$Y_0(\text{H 波}) = \sqrt{\frac{c}{L}} = \sqrt{\frac{\frac{k_x^2}{\omega^2 \kappa}}{\kappa}} = \frac{k_x}{\omega \kappa} = Z_0(\text{E 波}) \quad (1-37)$$

$$\text{其中, } \kappa = \begin{cases} \mu(\text{H 波}) \\ \epsilon(\text{E 波}) \end{cases}$$

1.2.3 基本平面波在边界处传播

本小节讨论基本平面波遇到两种介质之间的无限大平面边界时所表现出的特性。

1) 斯涅耳定律

通常,平面波在边界处将发生反射和折射,入射波、反射波和折射波的波矢量分别记作 \vec{k}^+ 、 \vec{k}^- 和 \vec{k}^T ,入射角、反射角和折射角分别记作 θ_i 、 θ_r 和 θ_t ,记两种介质的参数分别为 (μ_1, ϵ_1) 和 (μ_2, ϵ_2) ,如图 1.3 所示。

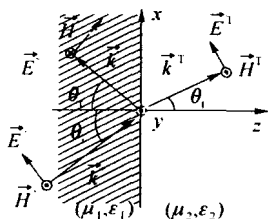


图 1.3 平面波在无限平面表面的反射和折射

边界处波矢量在切向上连续,因此可得

$$k_x^+ = k_x^- = k_x^T \quad (1-38)$$

即

$$n_1 k_0 \sin \theta_i = n_1 k_0 \sin \theta_r = n_2 k_0 \sin \theta_t \quad (1-39)$$

其中, $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$ 且 $n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}$ 。

由式(1-39)可推知 $\theta_i = \theta_r$,并推导出斯涅耳定律(Snell's Law)如下:

$$\sin \theta_t = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_i \quad (1-40)$$

2) 基本平面波的反射和折射

a. 反射系数和折射系数

假设用传输线比拟时,将平面波等同于电压波来处理,并假设两种介质中 $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0$ 。

对于 H 波,其反射系数 Γ 用电压波反射系数 Γ_V 来比拟,如下:

$$\Gamma = \Gamma_V = \frac{Y_1 - Y_2}{Y_1 + Y_2} = \frac{k_{1x} - k_{2x}}{k_{1x} + k_{2x}} = \frac{n_1 k_0 \cos \theta_i - n_2 k_0 \cos \theta_t}{n_1 k_0 \cos \theta_i + n_2 k_0 \cos \theta_t} \quad (1-41)$$

其折射系数为

$$T = 1 + \Gamma = \text{电压传输系数} \quad (1-42)$$