



“希望杯”数学竞赛系列丛书

周国镇 主编

# 希望杯

## 数学能力培训教程

(第2版)

骆 华 张海英 孙金兰 等 编

小学  
五年级



5



气象出版社  
China Meteorological Press

“希望杯”数学竞赛系列丛书 主编 周国镇

# “希望杯”数学能力培训教程

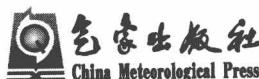
## 小学五年级

### (第2版)

骆 华 张海英 孙金兰 等 编



YZLI0890162007



## 图书在版编目(CIP)数据

“希望杯”数学能力培训教程. 小学五年级 / 骆华等编.  
—2 版. —北京: 气象出版社, 2011. 11  
(“希望杯”数学竞赛系列丛书)  
ISBN 978-7-5029-5321-8

I. ①希… II. ①骆… III. ①小学数学课-教学参考  
资料 IV. ①G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 217025 号

“Xiwangbei” Shuxue Nengli Peixun Jiaocheng. Xiaoxue Wu Nianji(Di-er Ban)

## “希望杯”数学能力培训教程 · 小学五年级(第 2 版)

骆华, 张海英, 孙金兰 等 编

出版发行: 气象出版社

地 址: 北京市海淀区中关村南大街 46 号

邮 政 编 码: 100081

总 编 室: 010-68407112

发 行 部: 010-68409198

网 址: <http://www.cmp.cma.gov.cn>

E-mail: [qxcb@cma.gov.cn](mailto:qxcb@cma.gov.cn)

责任 编辑: 周 露

终 审: 周诗健

封面 设计: 燕 形

责 任 技 编: 吴庭芳

责 任 校 对: 永 通

印 刷: 北京京科印刷有限公司

印 张: 17

开 本: 720 mm×960 mm 1/16

印 次: 2011 年 11 月第 1 次印刷

字 数: 310 千字

定 价: 25.00 元

版 次: 2011 年 11 月第 2 版

印 数: 1—20000

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等, 请与本社发行部联系调换

# “希望杯”全国数学邀请赛

## 组织委员会

### 顾 问

龚 昇 著名数学家  
华罗庚数学奖获得者  
中国科学技术大学原副校长

梅向明 著名数学家  
原北京师范学院院长

徐利治 著名数学家  
大连理工大学数学研究所原所长

### 常 务 委 员

陈德泉 应用数学家  
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长、副理事长  
华罗庚实验室主任  
曾任第一、二届“希望杯”组委会主任，其他各届副主任

计 雷 应用数学家  
曾任中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长，现任副理事长  
华罗庚实验室副主任  
曾任三届“希望杯”组委会主任，其他各届副主任

徐伟宣 应用数学家  
中国科学院科技政策与管理科学研究所原所长  
中国优选法统筹法与经济数学研究会理事长  
华罗庚实验室副主任  
曾任六届“希望杯”组委会主任，其他各届副主任

周国镇 数学教育专家  
《数理天地》杂志社社长、总编  
“希望杯”组委会常任秘书长、命题委员会主任  
世界数学团体锦标赛(WMTC)组委会主席

**刘学红** 《中国青年报》名记者、中青在线网总裁

**周春荔** 数学教育专家

首都师范大学数学系教授

**吕伟泉** 广东省教研室副主任

**黄建弘** 上海数学教育专家

**龙开奋** 数学教育专家

广西师范大学数学系教授

**崔恒兵** 数学教育专家

南京书人教育培训中心主任

**汪甄南** 数学教育专家

澳门数学教育研究学会会长

## 委 员

**北京** 牛玉石

**天津** 王成维 闫毅

**河北** 石瑞贞 刘建中 胡志奇 张丽晨 韦真波 孙永青 张炎

孙丽静 耿昌敏

**山西** 王光 白枫 刘秀荷

**内蒙古** 张海鹏 王荣 包虎 刘彦彰 莫日根 赛兴嘎 宝音达赖

特木尔 王维国 宝音 宋锁良 高秀恩 王智 步海英

杜玉新 张根宝 朱云满

**辽宁** 岳慧思 孙家逊 魏丽敏 陈玉华 马云昌 刘蓉

**吉林** 张胜利 祝承亮 王铁红 刘颖

**黑龙江** 李修福 于辉 金贵泉 熊晓青 邹辉 习全中 孙继霞

**上海** 田培庆 王镇 杨家政 吴洪 周祖康 张波 李国威

毛育才 王凤春 黎东

**江苏** 王旭春 戴凤明 曹大方 陆韧 张建良 陈荣华 戴圩章

**浙江** 吴明华 李世杰 应建军 徐莹 陈洪远

**福建** 傅晋玖 苏德杰 温晓丹 苏杰民 陈少平 叶熟金 陈元本

何锦鸿 谢洁琼 蒋忠华 林亚颖

江	西	熊以情	李锦成	杜小许	胡联芳	曾永洪	林健航	杨新民
		董乐华	朱菊	刘倩	王彩华	孙根升	吴长生	魏虎甲
山	东	王静玲	赵路	闫炳杰	刘会丰	高国强		
河	南	马国军	陈宝亭					
湖	北	汪江松	刘统菊	杨德焱	刘芸			
湖	南	谢细华	肖贞武	肖国瑞	张新春	康锡成	廖如光	曾晓牛
		肖乐农	曹志鹏					
广	东	卢建川	郑喜中	郑俊盛	陈文生	邓志云	殷切文	劳兆喜
		黄文毓	林国忠	徐山洪	周曙	钟族威	张文俊	梁小贱
		傅冠流	王朝安	王琪	赵岚	陈和添	李锡	陈玉叶
		赵士春	钟明	王金玉				
广	西	邓印章	张享发	谭思培				
海	南	张光浓	王树国	廖再兴	黄波	冼词学	施颖	贺香云
重	庆	吴挽荣	彭安平	肖天祥	刘德珍	欧修祝		
四	川	赵颖钧	余加秋	刘海泉	晋赵勇	屈江川	周春茂	
贵	州	胡朝双	王荣方	张涤初	王兴华	黄凡	颜家和	易艳萍
云	南	张文英	汪锐	欧群	段严发	何智仁	邹光兴	唐泽仪
陕	西	张雄	闫存哲					
甘	肃	徐琳						
宁	夏	杨燕	孙涛	李红	何建中			
青	海	闫翊德						
新	疆	杨卫平	黄志清	摆生兰	王霞	张美	张连勇	阿不都热西提
		陈春						
澳	门	伍助志	郑志民					

## 前　　言

这套教程的再版(含小学四、五、六年级各一册)是为小学四、五、六年级师生开展数学科普活动或参加“希望杯”数学邀请赛而专门编写的培训教材。在编写过程中,作者充分注意了新的小学数学教学大纲,认真研究了欧美国家小学数学教育的先进经验,力求充分体现“希望杯”的特色,为广大的小学师生提供系统、全面、实用的数学内容、思想和方法,以“鼓励学好课本知识,适当拓宽知识面,激发学习数学的兴趣和热情,培养科学的思维能力、创新能力和实践能力”。

本教程中所有原始的素材都来源于历届小学“希望杯”全国数学邀请赛的试题和培训题,这些题目中的绝大多数是由“希望杯”全国数学邀请赛命题委员会的专家命题,其余则是由全国各地的数学命题研究人员编拟。这些题目,贴近现行的小学数学课本,很有启发性、思考性和趣味性,寓科学于趣味之中,寓知识、能力的考查于数学的美育之中。学习和研究这些题目不仅能使学习者加深对数学课本知识的理解、掌握和应用,并且能实实在在地提高科学思维素质,而这种素质对于有效地学习其他的功课都是必需的。正因为如此,历届小学“希望杯”全国数学邀请赛的试题和培训题被多方人士看好:小学数学各类考试命题人员经常从中汲取营养;有远见的数学教师大量地从中选取资料,以充实和丰富自己的教学内容;众多的数学教学和培训机构则将其作为主要教材。最有说服力的是千千万万的小学生,正是通过对“希望杯”试题的学习、研究,提高了水平,大大提升了学数学的兴趣和信心。

考虑到大部分小学生不只是希望掌握数学课本上的内容,他们对课本以外的数学也有强烈的求知欲,所以我们的教程既包含了能充分体现小学数学主要内容的部分,也包含了小学数学课本中没有而小学生也能理解和掌握的一些有价值的内容。前者占教程的大部分,后者只占小部分。

考虑到小学生年龄小,阅读和理解能力不是很强,本教程在行文上力求简明易懂。

教程的作者是“希望杯”全国数学邀请赛和世界数学团体锦标赛(WMTC)命题委员会的成员、著名的《数理天地》杂志的编辑，他们不仅有很好的数学功底，而且每个人都有丰富的教学经验。相信本教程新版的问世对于小学生数学学习水平的提高会有实际帮助。当然，书中难免会有不妥之处，真诚地欢迎读者批评指正。

周易集

2011年11月20日

注:周国镇 《数理天地》杂志社社长兼总编;中国优选法统筹法与经济数学研究会常务理事,数学教育委员会主任;“希望杯”全国数学邀请赛组委会秘书长,命题委员会主任;世界数学团体锦标赛组委会主席。

# 目 录

## “希望杯”全国数学邀请赛组织委员会

### 前 言

第1讲 四则运算	(1)
答案·提示	(12)
第2讲 数字谜和数阵图	(16)
答案·提示	(22)
第3讲 小数与分数	(25)
答案·提示	(33)
第4讲 找规律	(36)
答案·提示	(43)
第5讲 图形计数	(46)
答案·提示	(51)
第6讲 排列组合	(53)
答案·提示	(58)
第7讲 数与数位	(60)
答案·提示	(68)
第8讲 平均数问题	(71)
答案·提示	(77)
第9讲 质数与合数,奇数与偶数	(81)
答案·提示	(87)

第10讲 整除问题,倍数与约数	(90)
答案·提示	(100)
第11讲 余数问题	(104)
答案·提示	(112)
第12讲 应用题(一)	(117)
答案·提示	(128)
第13讲 应用题(二)	(133)
答案·提示	(142)
第14讲 行程问题(一)	(147)
答案·提示	(153)
第15讲 行程问题(二)	(155)
答案·提示	(167)
第16讲 代数初步	(172)
答案·提示	(184)
第17讲 平面几何	(190)
答案·提示	(204)
第18讲 立体几何	(212)
答案·提示	(223)
第19讲 推理	(226)
答案·提示	(240)
第20讲 杂题	(247)
答案·提示	(258)

# 第1讲 四则运算



## 二、知识提要

### 1. 运算律

- (1) 加法交换律  $a + b = b + a$ ;
- (2) 加法结合律  $(a + b) + c = a + (b + c)$ ;
- (3) 乘法交换律  $a \times b = b \times a$ ;
- (4) 乘法结合律  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ;
- (5) 乘法分配律  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ .

由以上五个运算定律可以引申出一些运算性质：

#### (1) 加减法运算性质

$$a + b - c = a - c + b$$

$$a - b - c = a - (b + c)$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

#### (2) 乘除法运算性质

$$a \div b \div c = a \div c \div b = a \div (b \times c)$$

$$a \times b \div c = a \div c \times b = b \div c \times a$$

$$a \div (b \div c) = a \div b \times c$$

#### (3) 除法分配性质

$$(a \pm b) \div c = a \div c \pm b \div c$$

### 2. 运算顺序

通常的运算顺序是：先乘除，后加减。如有括号，则先算括号内的，后算括号外

的. 括号内, 也是先乘除, 后加减.

### 3. 比较数的大小

基本性质:

- (1) 若  $a > b$ , 则  $b < a$ ;
- (2) 若  $a > b, b > c$ , 则  $a > c$ ;
- (3) 若  $a > b, c > d$ , 则  $a + c > b + d$ ;
- (4) 若  $a > b > c$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ .

### 4. 常用公式和结论

#### (1) 等差数列求和公式

一列数, 从第二项开始, 每一项与它前一项的差都等于同一个常数, 这样的数列叫等差数列.

等差数列求和公式: 和 = (首项 + 末项) × 项数 ÷ 2

#### (2) 平方差公式

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

(3) 和为定值的两个数相差越小, 它们的乘积越大; 积为定值的两个数相差越小, 它们的和越小.



## 二、例 题

### 1. 速算和巧算

#### (1) 改变运算顺序

例 1 计算:  $587 \div 26.8 \times 19 \times 2.68 \div 58.7 \times 1.9 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

第8届(2010年)五年级第2试

**分析·解** 题中的运算符号有乘、除两种. 如果按从左到右的顺序逐步计算, 由于除法得到的结果不是整数, 运算量很大. 注意到题中的数 587 和 58.7, 26.8 和 2.68 分别相差 10 倍, 并且它们前面的运算符号一乘一除, 于是可以运用乘除法的运算性质, 调换运算顺序, 减小运算量.

$$\begin{aligned} & 587 \div 26.8 \times 19 \times 2.68 \div 58.7 \times 1.9 \\ &= (587 \div 58.7) \times (2.68 \div 26.8) \times 19 \times 1.9 \\ &= 10 \times 0.1 \times 19 \times 1.9 \\ &= 36.1 \end{aligned}$$

## (2) 巧去(加)括号

**例2** 计算:  $1 \div (2 \div 3) \div (3 \div 4) \div (4 \div 5) \div (5 \div 6) \div \cdots \div (2007 \div 2008) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

第6届(2008年)五年级培训题

**分析·解** 通常的运算顺序是:先算括号内,再算括号外,但对于此题,括号内的除法得到的结果不是整数,所以不能按通常的顺序计算.可以先去掉括号,但要注意,由于括号前的运算符号是 $\div$ ,所以原来括号中的 $\div$ 要变成 $\times$ .

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 1 \div 2 \times 3 \div 3 \times 4 \div 4 \times 5 \div 5 \times 6 \div \cdots \div 2007 \times 2008 \\ &= 1 \div 2 \times (3 \div 3) \times (4 \div 4) \times (5 \div 5) \times \cdots \times (2007 \div 2007) \times 2008 \\ &= 1 \div 2 \times 2008 \\ &= 2008 \div 2 = 1004. \end{aligned}$$

**例3** 计算:  $2005 - 2004 + 2003 - 2002 + \cdots + 3 - 2 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

第3届(2005年)五年级培训题

**分析·解** 直接计算比较繁琐,若仔细观察,会发现:从第1项开始,以后的任意相邻两项的差是1.不妨在所给式子中加上括号,则有如下解法:

$$\begin{aligned} 2005 - 2004 + 2003 - 2002 + \cdots + 3 - 2 + 1 \\ &= (2005 - 2004) + (2003 - 2002) + \cdots + (3 - 2) + 1 \\ &= \underbrace{1 + 1 + \cdots + 1}_{1003\text{个}1} + 1 \\ &= 1003. \end{aligned}$$

## (3) 提取公因数

**例4**  $8.1 \times 1.3 - 8 \div 1.3 + 1.9 \times 1.3 + 11.9 \div 1.3 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

第4届(2006年)五年级第2试

**分析·解** 联想乘法分配律 $(a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$ 和除法分配性质 $(a \pm b) \div c = a \div c \pm b \div c$ .此题可逆应用这两个公式.

对于乘法分配律的逆应用 $a \times c \pm b \times c = (a \pm b) \times c$ ,我们称之为提取公因数,其中 $c$ 是公因数.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (8.1 \times 1.3 + 1.9 \times 1.3) + (11.9 \div 1.3 - 8 \div 1.3) \\ &= 1.3 \times (8.1 + 1.9) + (11.9 - 8) \div 1.3 \\ &= 1.3 \times 10 + 3.9 \div 1.3 \\ &= 13 + 3 \\ &= 16. \end{aligned}$$

**例5** 在 $10 \sim 20$ 的自然数中任取一个质数与一个合数相乘，则所有这些积的和是\_\_\_\_\_。

第1届(2003年)五年级培训题

**分析·解** 在 $10 \sim 20$ 的自然数中，质数有4个：11, 13, 17, 19，合数有7个：10, 12, 14, 15, 16, 18, 20。任取一个质数与合数相乘，共有 $4 \times 7 = 28$ (个)积，题意是对这28个积进行求和。由于求和的这些乘法算式中是同一个数与不同的数相乘，可以考虑用提取公因数的方法简化计算。

$$\begin{aligned} & 11 \times 10 + 11 \times 12 + 11 \times 14 + \cdots + 11 \times 20 + \\ & 13 \times 10 + 13 \times 12 + 13 \times 14 + \cdots + 13 \times 20 + \\ & 17 \times 10 + 17 \times 12 + 17 \times 14 + \cdots + 17 \times 20 + \\ & 19 \times 10 + 19 \times 12 + 19 \times 14 + \cdots + 19 \times 20 \\ = & 11 \times (10 + 12 + 14 + \cdots + 20) + 13 \times (10 + 12 + 14 + \cdots + 20) + \\ & 17 \times (10 + 12 + 14 + \cdots + 20) + 19 \times (10 + 12 + 14 + \cdots + 20) \\ = & (11 + 13 + 17 + 19) \times (10 + 12 + 14 + 15 + 16 + 18 + 20) \\ = & 60 \times 105 = 6300. \end{aligned}$$

#### (4) 凑整

**例6**  $2006 + 200.6 + 20.06 + 2.006 + 994 + 99.4 + 9.94 + 0.994 = \underline{\hspace{2cm}}$

第4届(2006年)五年级第1试

**分析·解** 先将和是整十，整百，整千……的数合在一起，再进行计算，这种方法叫做凑整。凑整是速算中最为常用的方法之一。著名的高斯求和故事中，当年的小高斯就是利用了凑整法最先完成了计算。

除了加减法运算，在乘法运算中也可以应用凑整法，如 $25 \times 4 = 100, 125 \times 8 = 1000$ 等。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (2006 + 994) + (200.6 + 99.4) + \\ &\quad (20.06 + 9.94) + (2.006 + 0.994) \\ &= 3000 + 300 + 30 + 3 \\ &= 3333. \end{aligned}$$

#### (5) 整数和小数分开计算

**例7** 计算： $325.24 + 425.24 + 625.24 + 925.24 + 525.24 = \underline{\hspace{2cm}}$

第五届(2007年)五年级培训题

**分析·解** 此题的特点是各加数的小数部分都是0.24，所以可以将各加数拆分成“整数+小数”的形式，如将325.24拆分成325+0.24，再分别计算整数部分和小数部分的和，最后再相加，得出结果。

此外,由于各加数的整数部分的后两位都是 25,于是又可以将 25 拆分出来单独求和.这样层层拆分,运算就简单了.

$$\begin{aligned}
 & 325.24 + 425.24 + 625.24 + 925.24 + 525.24 \\
 &= 0.24 \times 5 + 325 + 425 + 625 + 925 + 525 \\
 &= 1.2 + 25 \times 4 + 300 + 400 + 600 + 900 + 525 \\
 &= 1.2 + (100 + 900) + (400 + 600) + 300 + 525 \\
 &= 2826.2.
 \end{aligned}$$

#### (6) 分解因数

**例 8** 计算:  $1.25 \times 31.3 \times 24 = \underline{\hspace{2cm}}$

第 9 届(2011 年)五年级第 1 试

**分析·解** 看到乘数 1.25,不由得想到用  $125 \times 8 = 1000$  来凑整.可是其他乘数中没有 8,怎样凑整呢?题中有 24 这个数,不妨将它分解成  $3 \times 8$ ,这样就为凑整提供了条件.

$$\begin{aligned}
 & 1.25 \times 31.3 \times 24 \\
 &= 1.25 \times 31.3 \times 8 \times 3 \\
 &= (1.25 \times 8) \times (3 \times 31.3) \\
 &= 10 \times 93.9 = 939.
 \end{aligned}$$

**例 9** 计算:  $2008 \times 200920092009 - 2009 \times 200820082008 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

第 7 届(2009 年)五年级培训题

**分析·解** 200920092009 和 200820082008 这两个数很有意思,分别是 2009 和 2008 连写三遍.遇见这样的数,通常是将它分解:

$$200920092009 = 2009 \times 100010001, 200820082008 = 2008 \times 100010001.$$

类似地,还有:  $123123 = 123 \times 1001, 454545 = 45 \times 10101$ .

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 2008 \times (2009 \times 100010001) - 2009 \times (2008 \times 100010001) \\
 &= 2008 \times 2009 \times 100010001 - 2008 \times 2009 \times 100010001 \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

#### (7) 利用“积不变”的性质

**例 10**  $2.005 \times 390 + 20.05 \times 41 + 200.5 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

第 3 届(2005 年)五年级第 2 试

**分析·解** 此题有“提取公因数”的潜质,不巧的是,要提取的公因数中小数点的位置各不相同.为了能够提取公因数,可以根据“积不变”的性质将各组乘法进行改写,凑出公因数.

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 20.05 \times 39 + 20.05 \times 41 + 20.05 \times 20 \\
 &= 20.05 \times (39 + 41 + 20) \\
 &= 20.05 \times 100 = 2005.
 \end{aligned}$$

### (8) 整体代换

**例 11**  $(7.88 + 6.77 + 5.66) \times (9.31 + 10.98 + 10) - (7.88 + 6.77 + 5.66 + 10) \times (9.31 + 10.98) = \underline{\hspace{2cm}}$

第 5 届(2007 年)五年级第 2 试

**分析·解** 题中的数很多,也没有规律。仔细观察,可以发现  $7.88 + 6.77 + 5.66$  和  $9.31 + 10.98$  在题中分别出现两次。于是,可以将这两个式子分别看做一个整体,并且用字母来代替,即可简化计算。

设  $a = 7.88 + 6.77 + 5.66 = 20.31$ ,  $b = 9.31 + 10.98 = 20.29$ , 则原式可表示为  
则

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= a \times (b + 10) - (a + 10) \times b \\
 &= a \times b + 10 \times a - a \times b - 10 \times b \\
 &= 10 \times (a - b) \\
 &= 10 \times 0.02 = 0.2.
 \end{aligned}$$

## 2. 等差数列求和

**例 12** 小明练习打算盘,他从 1 开始依次对整数求和,当加到某个数时和是 2007,但他发现计算时少加了一个数。小明少加的这个数是       。

**分析·解** 先大致计算一下,看看从 1 开始依次对整数求和,当加到哪一个数时,其和比 2007 略大些,加到这个整数时的和比 2007 大多少,小明在计算时少加的数就是多少。

从 1 到 62 的连续整数相加,和是

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 62 = (1 + 62) \times 62 \div 2 = 1953,$$

再加到 63,得

$$1953 + 63 = 2016.$$

因为小明加到某个数时,和是 2007,可知这时他加到了 63,所以他少加的数是

$$2016 - 2007 = 9.$$

## 3. 逆向运算

**例 13** 在方框中填上适当的数,使等式成立:

$$95.716 - [81.9 - (3.77 + 15.477 \div \square)] \times 1.2 = 10$$

第 9 届(2011 年)五年级培训题

**分析·解** 实质是解方程,即从一个等式中求出未知数□的大小.解题时,按算式正常的运算步骤逐步反推,层层还原,即可求出未知数.

因为  $95.716 - [81.9 - (3.77 + 15.477 \div \square)] \times 1.2 = 10$ ,

所以  $[81.9 - (3.77 + 15.477 \div \square)] \times 1.2 = 95.716 - 10 = 85.716$ ,

$$81.9 - (3.77 + 15.477 \div \square) = 85.716 \div 1.2 = 71.43,$$

$$3.77 + 15.477 \div \square = 81.9 - 71.43 = 10.47,$$

$$15.477 \div \square = 10.47 - 3.77 = 6.7,$$

$$\square = 15.477 \div 6.7 = 2.31.$$

#### 4. 比较大小

**例 14** 设  $a = \frac{101}{100}$ ,  $b = \frac{102}{101}$ ,  $c = \frac{101}{102}$ ,  $d = \frac{102}{103}$ , 则  $a, b, c, d$  这四个数中, 最大的数是\_\_\_\_\_, 最小的数是\_\_\_\_\_.

第 4 届(2006 年)五年级第 2 试

**分析·解** 比较几个分数的大小,首先观察这几个分数的分子和分母有没有相同之处,或者有一定的规律,以此为突破口,对分数进行适当变形,再进行比较.

例如此题中的四个分数,都可以转化为 1 加(或减)某个分子为 1 的分数的形式. 将分数变形后,就容易比较大小了.

因为  $a = \frac{101}{100} = 1 + \frac{1}{100}$ ,  $b = \frac{102}{101} = 1 + \frac{1}{101}$ ,

$c = \frac{101}{102} = 1 - \frac{1}{102}$ ,  $d = \frac{102}{103} = 1 - \frac{1}{103}$ ,

即  $a > 1, b > 1, c < 1, d < 1$ ,

又因为  $\frac{1}{100} > \frac{1}{101}, \frac{1}{102} > \frac{1}{103}$

所以  $a > b > d > c$ ,

即  $a, b, c, d$  中最大的数是  $a$ , 最小的数是  $c$ .

**例 15** 不用计算,试比较下面两个乘积的大小:(填表示大小关系的符号)

$$1234567 \times 8765432 \quad ? \quad 2345678 \times 7654321$$

第 9 届(2011 年)五年级培训题

**分析·解** 两个乘法算式的得数都很大,不容易算.而题目也只是要求比较两个乘积的大小而已,没有必要算出乘积的具体值.换个角度考虑.

注意到左右两式中的两个乘数的和相等,即

$$1234567 + 8765432 = 2345678 + 7654321,$$

而“若和相等的两个数越接近,则它们的乘积越大”,所以