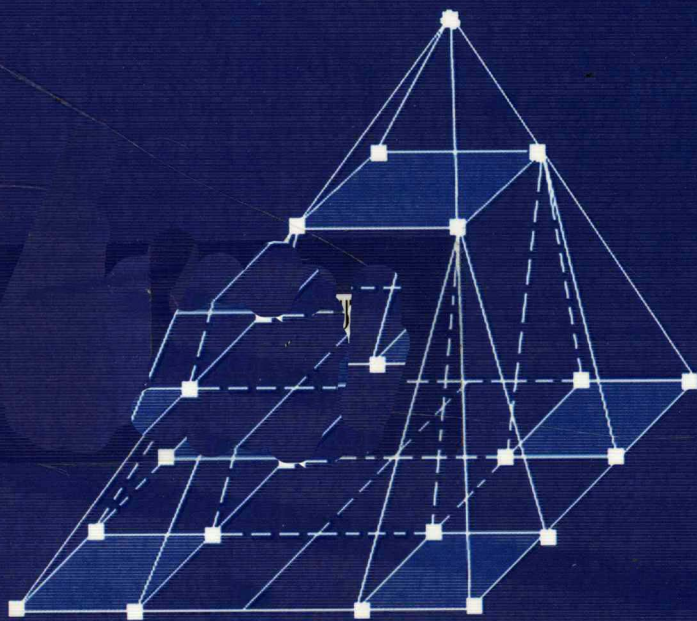


Application of

Wavelet Domain Markov Random Field to Image Processing

小波域马尔可夫随机场 在图像处理中的应用

李旭超◎著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

小波域马尔可夫随机场 在图像处理中的应用

李旭超 著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书讲述小波域马尔可夫随机场在图像降噪与分割中的应用, 主要包括空域和小波域图像统计模型的建立、参数估计、期望最大值算法及其改进, 以及多分辨率分析技术、马尔可夫随机场与模糊聚类算法有机地结合在图像降噪与分割中的应用。

本书可作为应用数学、电子科学、通信技术、计算机科学、图像处理、机器视觉和自动控制等专业的高年级本科生、研究生的教材和参考书, 也可作为相关领域的教师、科研人员、医学工作者和工程技术人员等的参考书。

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有, 侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

小波域马尔可夫随机场在图像处理中的应用/李旭超著. —北京: 电子工业出版社, 2011.9
ISBN 978-7-121-14560-5

I. ①小… II. ①李… III. ①马尔可夫过程—随机场—应用—图像处理

IV. ①TN911.73 ②0211.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 184367 号

责任编辑: 徐蔷薇 特约编辑: 王 纲

印 刷: 北京市顺义兴华印刷厂

装 订: 三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 720×1 000 1/16 印张: 13.75 字数: 252 千字

印 次: 2011 年 9 月第 1 次印刷

定 价: 59.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

前 | 言

小波分析是在应用数学的基础上发展起来的新兴数学分支，诞生于 20 世纪 80 年代末，由法国地质物理学家 Morlet、数学家 Meyer 和理论物理学家 Grossman 等创立。法国学者 Daubechies 和 Mallat 等将其应用于信号处理等领域，因其具有独特的时-空多分辨率特性，近十年来得到了飞速发展和广泛应用。马尔可夫随机场作为描述局部统计分布的强有力工具，能有效地与小波域时-空变换特性结合在一起，对准确地刻画图像非平稳特性起着至关重要的作用，为小波分析在图像处理中的应用注入了新的活力，特别是模糊均值聚类技术、多分辨率分析与马尔可夫随机场的融合，推动了图像模型建立的发展，在图像处理领域中得到了广泛应用。

本书在参考了大量中外论文和专著的基础上，其中包括小波变换、马尔可夫随机场、模糊聚类技术和参数估计理论，及其在图像处理中的应用等研究成果，结合作者多年的科研成果编写而成。本书内容早已规划完毕，然而由于科研和教学任务较重，于是搁置数年。作者于 2010 年来到徐州师范大学工作，得到了王莹章处长、刘海宽院长、胡福年副院长和胡帮华副院长的大力支持，并为本书的出版提供了优越的办公条件，在此表示衷心感谢。结合徐州师范大学电气工程及自动化学院研究生培养方案，加上作者多年来的不懈努力，数次易稿，终于成书。

感谢作者的导师朱善安教授将作者引入了图像处理这一富有生机、蓬勃发展的领域。

全书共分 8 章，第 1 章回顾小波变换技术、马尔可夫随机场理论及模糊聚类技术的国内外发展现状，介绍图像降噪与分割的应用及其发展趋势；第 2 章讨论图像处理中数学问题的物理意义；第 3 章介绍图像处理中统计模型的参数估计问题；第 4 章介绍图像处理中的马尔可夫随机场模型；第 5 章介



绍小波域马尔可夫随机场在图像降噪中的应用；第 6 章介绍空域马尔可夫随机场在图像分割中的应用；第 7 章介绍小波域马尔可夫随机场在图像分割中的应用；第 8 章介绍小波域模糊马尔可夫随机场在图像分割中的应用。

在本书的编写过程中，王飞、白春艳、徐斌和吕永胜等提出了许多宝贵意见，同时出版社的编辑为本书顺利出版付出了辛勤劳动，作者在此表示衷心感谢。本书参考了国内外许多专家和研究人员的研究成果，引用了其中的观点、数据与结论，在此表示诚挚的谢意。

由于作者水平有限，加之时间仓促，书中不妥和疏漏之处在所难免，敬请各位专家、学者和读者批评指正。

李旭超

2011 年 8 月于徐州师范大学

目 | 录

第 1 章 绪论	1
1.1 图像降噪技术的分类与发展	1
1.1.1 空域图像降噪	1
1.1.2 频域图像降噪	2
1.1.3 小波域图像降噪	2
1.2 图像分割中的马尔可夫随机场方法综述	11
1.2.1 图像分割中的马尔可夫随机场方法研究历程	11
1.2.2 用马尔可夫随机场描述图像模型	11
1.2.3 马尔可夫随机场图像模型参数的估计	16
1.2.4 图像分割的实现	18
1.2.5 MRF 在图像分割中的发展方向	19
1.3 图像分割中的模糊 C 均值聚类方法综述	19
1.3.1 图像分割中模糊聚类算法的发展	19
1.3.2 模糊 C 均值聚类算法的优点与缺点	20
1.3.3 基于标准 FCM 算法的改进	21
1.3.4 FCM 聚类算法与其他算法结合	23
1.3.5 FCM 图像分割算法发展展望	25
本章小结	26
参考文献	27
第 2 章 图像处理中数学问题的物理意义	37
2.1 概率论在图像处理中的物理意义	37
2.2 信息论在图像处理中的物理意义	40



2.3 随机过程在图像处理中的物理意义	42
2.4 图像处理中各种收敛模式之间的关系	43
2.5 各种收敛模式的物理意义在图像处理中的综合解释	45
2.6 图像处理中数学问题的应用举例与仿真	46
2.6.1 期望最大值算法在图像统计模型上拟合仿真	46
2.6.2 基于优化的期望最大值算法在图像统计模型上拟合仿真	48
本章小结	52
参考文献	52
 第3章 图像处理中统计模型的参数估计	 53
3.1 引言	53
3.2 期望最大值算法基本原理	54
3.2.1 期望最大值算法	55
3.2.2 期望最大值算法的收敛性	56
3.3 期望最大值算法研究历程	57
3.3.1 期望最大值算法的优点与缺点	57
3.3.2 基于标准期望最大值算法的改进	58
3.3.3 EM 算法在图像恢复中的应用	60
3.3.4 EM 算法在图像分割中的应用	61
3.3.5 EM 算法在目标跟踪中的应用	64
3.3.6 期望最大值算法与其他算法结合	66
3.3.7 期望最大值算法的发展方向	68
3.4 期望最大值算法的应用	68
3.4.1 期望最大值算法估计有限混合模型中的参数仿真	69
3.4.2 利用 EM 算法估计自回归模型的参数	71
3.5 期望最大值算法估计模型参数的有效性与精度	73
3.5.1 评价模型参数估计有效性的标准	73
3.5.2 用最大似然估计有限混合模型的参数	74
3.5.3 最大似然估计与期望最大值算法估计有限混合模型参数对比	75
3.5.4 用最大似然估计与 EM 算法估计得到模型参数的有效性	75

3.5.5 参数估计精度的 Cramer-Rao 下确界	76
3.5.6 期望最大值算法估计模型参数的精度	77
3.5.7 EM 算法估计有限混合模型参数的精度	79
本章小结	81
参考文献	81
第 4 章 图像处理中的马尔可夫随机场模型	87
4.1 马尔可夫随机场的基本理论	87
4.2 小波域多分辨率马尔可夫随机场模型	90
4.3 马尔可夫随机场模型的邻域系统	92
4.3.1 单分辨率尺度内马尔可夫随机场邻域系统及先验模型	93
4.3.2 多分辨率尺度间马尔可夫随机场邻域系统及先验模型	96
4.4 EM 算法在四叉树马尔可夫模型参数估计中的应用	98
4.4.1 隐马尔可夫模型的定义	98
4.4.2 HMM 模型解决的三个实际问题	99
4.4.3 EM 算法估计四叉树隐马尔可夫模型的参数	100
本章小结	103
参考文献	103
第 5 章 小波域马尔可夫随机场在图像降噪中的应用	105
5.1 小波变换的特性	105
5.2 图像的小波变换	106
5.2.1 二维小波变换	106
5.2.2 图像的二维小波变换表示	108
5.2.3 图像的二维小波分解原理及仿真	109
5.2.4 图像的二维小波重构原理及仿真	111
5.3 图像的小波系数统计分布	113
5.3.1 图像分解后各子带小波系数的统计分布仿真	113
5.3.2 图像重构后各子带小波系数的统计分布仿真	114
5.4 图像的边界延拓及仿真	116



5.5 图像降噪性能评价指标	118
5.6 加性高斯噪声的小波变换特性	118
5.6.1 一维加性高斯噪声的小波变换特性	118
5.6.2 二维加性高斯噪声的小波变换特性	119
5.7 基于小波系数维纳滤波器降噪	121
5.7.1 噪声阈值的确定	121
5.7.2 估计的小波系数的初步确定	122
5.7.3 小波系数幅值的渐近最优性	122
5.7.4 小波系数的确定	123
5.7.5 仿真实例与分析	123
5.8 小波域隐马尔可夫模型在图像降噪中的应用	126
5.8.1 问题的提出	127
5.8.2 小波域隐马尔可夫统计模型	128
5.8.3 小波域有限高斯隐马尔可夫模型在图像降噪中的应用	130
5.9 小波域马尔可夫收缩因子在图像降噪中的应用	135
5.9.1 对小波系数进行分类	135
5.9.2 用贝叶斯准则确定小波系数的收缩因子	136
本章小结	141
参考文献	142
第 6 章 空域马尔可夫随机场在图像分割中的应用	147
6.1 问题的提出	147
6.2 图像分割区域数确定准则及其仿真	149
6.3 实现图像分割的最优准则	150
6.4 改进的期望最大值算法估计模型的参数	152
6.5 基于图像层次模型的 MAP 准则分割	154
6.5.1 空域统计图像层次模型的建立	154
6.5.2 层次模型 MAP 准则分割算法描述	157
6.6 基于图像双随机场模型的 MPM 准则分割	161
6.6.1 双随机场模型的建立	161

6.6.2 随机场模型的 MPM 准则分割算法描述	163
本章小结	165
参考文献	166
第 7 章 小波域马尔可夫随机场在图像分割中的应用	169
7.1 引 言	169
7.2 小波变换的塔式结构与小波系数的聚集特性	170
7.3 小波变换与马尔可夫随机场在图像分割中的应用	170
7.3.1 小波域金字塔式马尔可夫随机场模型	172
7.3.2 用 GMM 模型描述小波系数的特征场	173
7.3.3 标号场的先验概率分布模型	174
7.3.4 小波域层次马尔可夫模型的分割算法	174
7.3.5 小波域层次马尔可夫模型的参数估计	176
7.3.6 仿真实例与分析	177
本章小结	180
参考文献	180
第 8 章 小波域模糊马尔可夫随机场在图像分割中的应用	183
8.1 模糊集合理论与图像的关系	183
8.2 模糊 C 均值算法	184
8.3 FCM 算法使用的测度方式	185
8.4 空域多分辨率 FCM 图像分割算法	187
8.5 小波变换与模糊聚类算法在图像分割中的应用及仿真	188
8.5.1 小波变换与模糊聚类算法在图像分割中的应用	188
8.5.2 仿真实例与分析	189
8.6 小波域多分辨率 FCM 图像分割算法	191
8.6.1 小波域尺度内 FCM 目标函数的建立	192
8.6.2 小波域尺度间 FCM 目标函数的建立	193
8.6.3 小波域尺度内、尺度间混合 FCM 目标函数的建立	194
8.6.4 仿真实例与分析	196



8.7 模糊 Possibilistic-C 均值算法	198
8.8 PCM 算法利用核函数作为测度	199
8.9 小波域多分辨率 PCM 图像分割算法	201
8.9.1 小波域尺度内 PCM 目标函数的建立	201
8.9.2 小波域尺度间 PCM 目标函数的建立	201
8.9.3 小波域尺度内、尺度间混合 PCM 目标函数的建立	202
8.9.4 小波域具有局部约束 PCM 目标函数的建立	202
本章小结	208
参考文献	208

绪 论

1.1 图像降噪技术的分类与发展

图像在采集、转换和传输的过程中,常常受到噪声的干扰而使图像降质,这对后续更高层次的图像处理会产生不利影响。研究表明^[1],一幅模拟图像,当信噪比低于 14.2 分贝时,在图像分割时产生的误检概率大于 0.5%;在参数估计中,参数的估计误差大于 0.6%;在区域数的确定上,容易过估区域的数目。因此,在进行边缘检测、参数估计和图像处理之前,依照容许的性能采用适当的降噪方法改善图像的质量是一个非常重要的环节。

图像降噪是图像处理领域的一个经典课题,已有数十年的研究历史。目前,降噪技术主要有空域降噪、频域降噪、小波域降噪和其他图像降噪方法。空域降噪方法是直接对像素的灰度进行处理;频域降噪主要是利用正余弦坐标基对图像进行变换,对傅里叶系数进行处理,然后进行傅里叶逆变换得到降噪后的图像;小波域降噪主要是利用小波基对图像进行变换,对小波系数进行处理,然后进行小波逆变换得到降噪后的图像^[2~4];其他降噪方法主要是如何建立合理的目标分类函数,将噪声和有用信号分为两个子空间,去除噪声空间从而得到降噪后的图像。

1.1.1 空域图像降噪

图像在采集和传输的过程中,噪声是随机的,其对像素点的污染是孤立的,因此,受噪声污染点的像素灰度值将明显不同于邻域内的像素值,含有加性噪声的观测图像模型可表示为



$$f(x, y) = g(x, y) + n(x, y) \quad (1-1)$$

式中, $g(x, y)$ 为原始图像, $n(x, y)$ 为随机噪声, $f(x, y)$ 为被噪声污染的观测图像。降噪就是根据观测图像 $f(x, y)$ 去除噪声 $n(x, y)$ 得到原始图像 $g(x, y)$ 。

最简单的方法是采用局部邻域平均滑动窗来消除噪声, 其输出表达式可表示为

$$\overline{g(x_i, y_j)} = \frac{1}{m \times n} \sum_{k=1, k \neq i}^m \sum_{l=1, l \neq j}^n f(x_k, y_l) \quad (1-2)$$

式 (1-2) 表示以 $f(x_i, y_j)$ 为中心窗口、大小为 $m \times n$ 的邻域像素的平均值作为理想图像的估计值。这种滤波器的优点是可以进行并行处理, 计算量小, 缺点是降噪性能受选取窗口大小的影响, 若窗口过大, 则导致图像过于平滑, 丢失图像的高频信息; 若窗口过小, 则很难将噪声去除, 且对所有的像素采用统一的处理方式, 在降噪的同时也造成了图像边缘的丢失。

1.1.2 频域图像降噪

若噪声的统计特性已知, 在频域中, 可以采用 Wiener 滤波器、最小二乘滤波器进行全局降噪, 使用此类方法, 需要知道噪声和信号的统计模型, 但在实际应用中, 不知道或不可能用简单的随机过程描述图像的统计模型, 并且计算量也相当大。低通滤波器是一把双刃剑, 在有效消除噪声的同时, 也会使图像的边缘模糊。其他的降噪方法有基于秩-阶滤波的方法、基于偏微分方程的方法、基于水平集的方法^[5]、基于形态学滤波的方法^[6]和基于马尔可夫模型的方法^[7,8]等。

1.1.3 小波域图像降噪

在图像处理中, 图像降噪是一个永恒的主题, 由于小波变换的特性使人们将降噪的注意力从空域和频域转移到小波域。根据小波变换的特性^[9,10], 图像的平滑部分主要集中于低频, 而图像的高频部分有图像的噪声信息和图像的细节信息。主要有以下三个方面的研究方向将信号与噪声分开: 一是利用小波的奇异检测特性将信号与噪声分开, 这个方向的开拓者是 Mallat, 其利用极值点中的边缘与噪声的李氏指数不同来提取真正的边缘点, 保留这些极值点的小波系数, 用交替投影法反复重构分解迭代, 直到得到满意的降噪效果, 但交替投影迭代对图像来说, 计算量巨大, 且收敛缓慢, 有可能产生

振荡和不稳定。二是利用小波系数阈值收缩法对图像进行降噪,因为一般噪声分解后的小波系数幅值都比较小,可以利用这个特性去除较小的小波系数,直接得到降噪后重构图像的小波系数,这种方法简单有效。对小波系数进行阈值处理的基本思想来源于 Donoho 理论^[11,12], Donoho 首次给出了基于正交小波变换的通用阈值降噪公式,并从最小、最大意义上论证了给出的通用阈值具有渐近最优性。虽然 Donoho 的阈值降噪思想没有根本性的变革,但是其降噪方法表明可以用简单的系数处理来解决复杂的降噪问题。但是由于 Donoho 阈值的确定不具有尺度间的自适应性且过扼杀小波系数,使图像的细节丢失,降噪效果并不理想。因此许多学者提出了不同尺度的小波系数用不同的阈值来进行降噪,Chang 在基于正交小波变换的基础上,提出了随尺度的变化接近最优的自适应阈值^[9],其降噪效果比经典的 VisuShrink 阈值^[2]和由 Donoho 改进的子带自适应 SureShrink 阈值^[11]降噪效果好。但基于正交小波变换的阈值降噪容易在图像重构时产生 Gibbs 现象,图像的视觉效果并不理想。Q. Pan 等提出了基于非正交小波变换的硬阈值降噪算法^[13],其降噪效果比基于正交小波变换尺度间可变的硬阈值降噪效果好,视觉效果也较理想,但硬阈值降噪使数据突变,对图像数据的微小变化相当敏感。现在人们的注意力已从阈值降噪转移到小波域贝叶斯准则系数收缩法降噪^[14],这种方法严重收缩较小的小波系数而略微收缩较大的小波系数,其最关键的问题是如何获取理想图像的先验信息。另外小波系数统计特性的概率分布模型也被广泛地进行研究,如小波域隐马尔可夫模型,特别是近来提出的隐马尔可夫树结构模型^[15],这种模型通过对每个小波系数引入有限个隐状态并且认为尺度间的小波系数状态具有马尔可夫特性,小波系数通过尺度间状态的连接形成一种递阶层次树,应用于信号降噪取得了较小的误差平方和。

1. 小波降噪的分类

1) 奇异点检测降噪

现实中的信号变化较缓慢,而噪声变化较快,在数学上,这意味着噪声和信号的变化可用局部正则性来加以表征,而李氏指数是表示信号局部正则性的一种度量^[16]。小波系数的模极大值和李氏指数之间的关系: $|y_s| \leq ks^\alpha$, 式中 k 为小波的支撑尺寸, s 为小波变换的尺度,若 $s = 2^j$,则为二进制小波,



j 为小波分解的级数, α 为李氏指数。信号的李氏指数大于等于 0, 由小波系数的模极大值和李氏指数之间的关系可知, 图像的边缘等奇异点小波系数随着尺度的增加其模幅值变化缓慢; 噪声的李氏指数小于 0, 噪声的小波系数模幅值随尺度的增加而迅速减小, 柳薇等^[17]依据此区别, 提出了基于边缘检测的图像小波阈值降噪方法, 先确定边缘而后降噪, 以便在降噪时对边缘有所回避。Mallat 和 Hwang 利用信号的边缘与噪声的李氏指数不同, 来检测图像的多尺度边缘, 另外图像的重要结构通常产生较长的边缘, 而短边缘往往是由噪声引起的, 从而去除伪边缘, 这种边缘检测方法同 Canny 的多尺度边缘检测方法相吻合^[18], 然后利用检测到的边缘重构图像。这种方法就最小平方差标准来说取得了较高的降噪性能, 但是这种方法得到的重构图像不唯一, 且重构后的图像所有纹理消失。文献[14]通过尺度间小波系数的比率标准来确定重构图像的小波系数, 这种方法不同于 Mallat 小波系数模极大值降噪, 这种方法根据信号受噪声影响的概率处理所有的小波系数, 而 Mallat 模极大值法仅处理小波系数的边缘点。文献[14]的方法比用模极大值方法确定小波系数简单, 降噪性能较好, 但分母的微小变化可能导致边缘的误检。文献[19]用尺度间小波系数的差与阈值之间的大小关系来决定小波系数存留, 这种降噪算法将 Mallat 小波模极大值检测算法和 Donoho 阈值确定方法相结合, 然后根据阈值决定小波系数的取舍, 这种算法避免了 Mallat 算法的复杂重构图像的过程, 降噪后保护图像的边缘比 VisuShrink 阈值降噪后的图像效果好。但同时拒绝或选择奇异点两个方向的小波系数, 使降噪效果不是最优的, 因为某个方向的小波系数可能是由噪声引起的, 而另一个方向的小波系数是由边缘引起的。文献[20]用尺度间小波系数的积来决定小波系数的存留, 即利用尺度间信号的小波系数比噪声的小波系数相关性强, 其算法是一种修改的低通滤波器, 高频分量只有具有尺度间的高度相关性才被保留, 即检测到边缘位置的小波系数被保留, 将其他位置的小波系数置为零, 优点是逐步从不同尺度的子带中选择边缘。

2) 小波系数阈值法降噪

(1) 固定阈值

在阈值的确定上, Donoho 和 Johnstone 开创了先例^[2], 给出了通用阈值

$T = \hat{\sigma} \sqrt{2 \ln N}$, 表明阈值的选取依赖于噪声的标准差 $\hat{\sigma}$ 和信号的小波系数的长度 N 。在一些图像降噪应用中, 常常假设噪声的方差已知, 从而确定相应的阈值; 但由于在现实情况中, 噪声的方差未知, 因此必须从被污染的信号对噪声的方差进行估计, 一般用分解图像最高频子带为主要包含噪声, 噪声的估计常用一种中值测度, Donoho 建议 $\hat{\sigma} = \text{media}(|y_1^{HH}|) / 0.6745$ [4], 如文献[21]应用此公式估计噪声的方差, 应用图像的降噪取得了良好的效果。但 Donoho 通用阈值有一个弱点, 随着小波系数长度 N 的增加, 相应的阈值也在增加, 将所有的小波系数置为 0, 严重地使图像的细节丢失; 另一种情况是, 当 N 较小时, 阈值较小, 因而不能有效地去除噪声, 由于阈值的选取同图像的尺寸相关, 降噪效果不具有鲁棒性。Donoho 和 Johnstone 等在阈值降噪方面 [22] 做了一系列卓有成效的工作, 又提出了 SureShrink 阈值。此后针对 Donoho 和 Johnstone 的小波阈值, Nason G [22] 和 N.Weyrich、Warhola [23] 先后提出了交叉验证法 (CV) 和广义交叉验证法 (GCV), 但 Nason 的 CV 方法和 Warhola 的 GCV 方法, 对 Donoho 的改进效果是有限的, 虽然 Donoho 的阈值降噪策略 [4] 利用量测信号的小波细节信号的统计值作为阈值, 其精度稍有不足, 但计算量小, 因而很实用。而 CV 方法对信号进行交叉处理和小波变换来确定阈值, 其精度有所提高, 但计算量大大增加。Wan F Y 等 [24] 在 Nason 和 Warhola 基础上, 提出了广义分数幂模型, 其将阈值策略函数写成一个统一的表达式:

$$\hat{x} = \text{sgn}(y) TH(|y|, T) I(|y| > T) \quad (1-3)$$

式中, 阈值为

$$TH(|y|, T) = (|y|^\alpha - T^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (1-4)$$

$I()$ 为指示性函数, 若 $|y| > T$, 满足 $I(|y| > T) = 1$; 否则, $I(|y| > T) = 0$ 。当 $\alpha = +\infty$ 时, 式 (1-3) 变为硬阈值收缩函数; 当 $\alpha = 1$ 时, 式 (1-3) 变为软阈值收缩函数; 当 $\alpha = 2$ 时, 式 (1-3) 变为“几乎硬抑制收缩函数” [25]:

$$\hat{x} = \text{sgn}(y) \sqrt{(y)^2 - T^2} I(|y| > T) \quad (1-5)$$

通过优化参数 α 来确定阈值, 这种广义分数幂模型主要适用于加性高斯噪声, 是一种精度最优的小波阈值收缩策略。

(2) 自适应阈值

Donoho 对所有分解级的小波系数采用相同的阈值降噪, 然而现实中的



图像是非平稳的, 因此用单一阈值不具有自适应性, 难以取得令人满意的效果。权衡降噪和保护图像的边缘, 降噪算法必须适应图像的不连续。由于图像经小波分解后不同子带不同分解级的小波系数具有不同的分布, 文献[3]给出了随着分解级的不同, 有不同的阈值 $T = \hat{\sigma} \sqrt{2 \ln N / \ln(j+1)}$, 其降噪性能优于 Donoho 的全局阈值, 但是这种阈值仅在 Donoho 基础上做了较小的修改, 不具有子带阈值最优。在高噪声环境下, 小波系数邻域的空间结构在信号和噪声的分离上起着很重要的作用, 信号通常形成有意义的特征, 如边缘、角、点和线等, 而噪声的系数呈现出分布的随机性, 因此如何在降噪中对图像施加空间限制, 从而能准确地刻画图像的纹理结构, 进而对每个小波系数施加不同的阈值已达到对图像降噪的目的。在文献[9]中, 将信号的小波系数用通用高斯函数 (GGD) 来逼近, 而对噪声用高斯函数来逼近, 在最小方差和软阈值条件下得到的最优阈值估计器为 $T = \sigma_n^2 / \sigma_y$, 其中 σ_n^2 是噪声的能量, 而 σ_y 是信号的标准差, 这样可以通过像素的局部特性确定像素的标准差, 从而产生相应的阈值 T 。从能量的角度来说, 当 $\sigma_n^2 / \sigma_y \gg 1$ 时, 噪声占主导地位, 为了消除噪声, 应抑制信号; 当 $\sigma_n^2 / \sigma_y \ll 1$ 时, 在消除噪声的同时, 有利于保持较小的信号。文献[9]用正交小波变换对图像进行分解, 根据不同子带小波系数的统计特性不同, 通过一个邻域的移动窗来确定每一子带的阈值。但此种方法降噪后图像的边缘处产生 Gibbs 现象, 在平滑区域产生斑点。文献[21]将上述方法由正交小波变换改为冗余小波变换, 在小波变换没有下采样的条件下, 尺度内的小波系数具有较强的相关性, 其降噪效果好于正交小波变换, 一方面, 这种自适应阈值策略有效地移去平滑区域的噪声, 而对边缘及纹理区域的影响较小; 另一方面, 图像的视觉效果明显改善, 边缘处的 Gibbs 现象明显减弱。文献[26]根据小波系数的持续性, 认为每一小波系数的确定受其父节点的影响, 小波系数收缩策略由其父节点和该节点共同决定。

3) 贝叶斯准则降噪

在利用贝叶斯准则进行图像降噪时, 需要知道理想图像的小波系数先验模型的统计特性, 常用概率分布函数来描述; 而对小波系数的空间局部作用关系常用马尔可夫模型来描述。