（根据教育部最新颁布的2006年全国成人高考复习考试大纲精心编写）

2006年

（专科起点升本科）

最新全国成人高等学校统一招生考试系列丛书

全国成人高考命题研究组 审定

教材

高等数学（一）

中国戏剧出版社

最新全国成人高等学校统一招生考试教材

——专科起点升本科

高等数学(一)

审定　全国成人高考命题研究组

中国戏剧出版社

图书在版编目(CIP)数据

最新全国成人高等学校统一招生考试教材、教程、模拟试卷
专科起点升本科/郭秀梅主编.—北京:中国戏剧出版社,2005.11

ISBN 7-104-02268-6

Ⅰ.最…　Ⅱ.郭…　Ⅲ.课程-成人教育:高等教育-入学考试-自学参考资料
Ⅳ.G723.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 133858 号

书　　名:最新全国成人高等学校统一招生考试教材、教程、模拟试卷
（专科起点升本科）

策　　划:左灿丽
责任编辑:左灿丽
责任出版:冯志强
出版发行:中国戏剧出版社
社　　址:北京市海淀区紫竹院路 116 号嘉豪国际中心 A 座 10 层
邮政编码:100089
电　　话:010-58930240(发行部)
传　　真:010-58930242(发行部)
电子信箱:fxb@xj.sina.net(发行部)
经　　销:全国新华书店
印　　刷:北京市通州区蓝华印刷厂
开　　本:850mm×1168mm　1/16
印　　张:539.25
字　　数:9980 千字
版　　次:2006 年 1 月北京第 1 版 2006 年 1 月北京第 1 次印刷
书　　号:ISBN 7-104-02268-6/G·203
定　　价:1030.00 元(全 28 册)

前　言

教育部高校学生司、教育部考试中心修订颁布的2006年《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》(以下简称《大纲》),主导思想上的一个突出新变化和新要求是,**充分考虑了成人考生所受教育的不同学习背景,更注重考查考生对基础知识的把握和分析、解决问题的实际能力。**适当降低了难度,实用性、针对性更强。

为了适应2006年新大纲出现的新变化、新要求、我们邀请了北京及全国各地著名高校的专家、教授和重点高中的特、高级教师,严格依据新大纲精神对复习考试丛书进行了系统的修订。修订后的这一套复习考试丛书,全面体现了新大纲的精神,及时反映了大纲的最新变化,结构更加科学、合理,适用性更强,整体质量一步提高,成为广大考生复习备考的主干教材。

修订后的这套复习考试丛书,具有以下几个新特点:

一、内容紧扣新大纲,编写立意突出了新大纲提出的"更注重考查考生对基础知识的把握和分析、解决问题的实际能力"的要求,针对性、实用性更加突出。

二、各章、各部分的强化训练、能力测试、题型设计、典型例题选择、答案解析、叙述方式和难易程度等各个方面的把握,都贯穿了新大纲的要求,着眼和服务于对考生基本技能的培养和提高这个基本目标上。

三、丛书内容方面,在保证覆盖新大纲所有知识点的前提下,剔除了部分过于冗长的文字,减少了篇幅,压缩了字数,使复习考试丛书更简洁、精练。

根据各类成人高等学校(专升本)招生考试不同专业科目设置的不同,为方便报考不同专业考生的需要,本套丛书设置包括了以下三个系列书目:**单科本考试教材、组合本考试教程、组合本全真模拟试卷**。分别是:

1.**专科起点升本科单科本考试教材:**政治、英语、英语考试词汇解析、大学语文、高等数学(一)、高等数学(二)、民法、教育理论、艺术概论、医学综合、生态学基础、时事政治大全及命题分析。其中政治、英语为公共必考科目,其他为专业基础科目(不含时事政治大全及命题分析),根据报考的专业不同,选择其中的一科报考。

2.**专科起点升本科组合本考试教程:**政治·英语·大学语文,政治·英语·高等数学(一),政治·英语·高等数学(二),政治·英语·民法,政治·英语·教育理论,政治·英语·艺术概论,政治·英语·医学综合,政治·英语·生态学基础。

3.**专科起点升本科组合本全真模似试卷:**政治·英语·大学语文,政治·英语·高等数学(一),政治·英语·高等数学(二),政治·英语·民法,政治·英语·教育理论,政治·英语·艺术概论,政治·英语·医学综合,政治·英语·生态学基面础。

由于编写时间仓促,难免有疏漏或不当之处,欢迎广大考生、读者及同仁指评指正。

全国成人高考命题研究组

2006年1月

目 录

第一章 函数、极限、连续

一 函 数

编者注:教育部最新颁布的2006年版《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲 —— 专科起点升本科高等数学(一)》中,一个重要的变化是去掉了函数的概念、性质及相关内容。这意味着函数的相关内容不再在考试中单独命题。但是极限、连续、导函数等部分内容,如单调性、有界性等,还要研究函数的性质。为了便于考生复习,本节只对函数的概念、性质进行简单复习,不再讨论其相当练习题。

基本知识

1. 函数的定义

设在所考察的某一过程中,有两个变量 x 和 y,x 的变化范围为数集 D,如果对于 D 中的每个数 x,变量 y 按照某一规律总有确定的数值和它对应,则称 y 是 x 的函数,记作 $y=f(x)$. 其中 x 叫做自变量,y 叫做因变量;自变量 x 的变化范围即数集 D 称为函数的定义域,函数值的集合称为函数的值域,记作 w.

对应规律和定义域是函数定义中的两个要素,所以两个函数仅当它们的对应规律和定义域都相同时,才是两个相同的函数.

函数常用的三种表示方法有:解析法;图象法;表格法.

2. 函数解析表示法中常见的几个形式

(1) 由一个解析式表示,如 $y=f(x)=x^2+2x+3$.

(2) 分段函数　如果函数的对应规则是由几个解析表达式表示的,则称之为分段函数.

$$y=\begin{cases} x, & x\leqslant 0 \\ x+1, & 0<x<1 \\ x^2, & x\geqslant 1 \end{cases}$$

注意:这里的$f(x)$不是三个函数,而是定义域为$(-\infty,+\infty)$的一个函数,它是由三个解析式来表达.

(3) 隐函数　如果函数的对应规则是由方程 $F(x,y)=0$ 给出,则称 y 为 x 的隐函数.

如由方程 $x^2+2xy+2y^2-3x=1$ 确定的函数 $y=y(x)$ 为隐函数.

相对于隐函数来说,人们称由解析表达式 $y=f(x)$ 确定的函数为显函数.

(4) 参数方程表示的函数　如果 x 与 y 的关系通过第三个变量联系起来,如

$$\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\phi(t) \end{cases}$$

则称这种函数关系为参数方程表示的函数.

3. 定义域的求法

函数的定义域是指使函数有定义的，变量 x 所允许的取值范围，因此求定义域常常是排除那些使函数没定义的点. 通常对于由解析表达式表达的函数所要求的是：

分式中的分母不能为零；

偶次方根号下的表达式不能取负值；

对数的真数必须大于零；

取反正弦、反余弦的值的绝对值不能大于 1；

取正切的角不能为 $k\pi+\frac{\pi}{2}$（k 为整数）；

对于实际问题则需保证其有符合题意的实际意义.

4. 函数的简单性质

（1）有界性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果存在正数 M，使得对于一切 $x\in I$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内是有界的；如果这样的 M 不存在，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内是无界的.

在定义域内有界的函数称为有界函数. 有界函数 $y=f(x)$ 在平面直角坐标系中的图形界于两条水平直线之间.

（2）单调性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，任给 $x_1,x_2\in I$，且 $x_1<x_2$，如果恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 I 上是单调增加的；如果恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 I 上是单调减少的. 单调增加与单调减少统称为单调性.

在定义域内单调增加（或单调减少）的函数称为单调增加（或单调减少）函数. 单调增加（或单调减少）函数 $y=f(x)$ 在 xOy 直角坐标系中的图形自左至右是上升（或下降）的曲线.

（3）奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于坐标原点对称. 如果对于定义域 D 中的任何 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数；如果对于定义域 D 中的任何 x，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数. 奇函数的图形关于坐标原点对称，如函数 $y=x^{\frac{1}{3}}$；偶函数的图形关于 y 轴对称，如函数 $y=x^2$. 如图 1-1 所示.

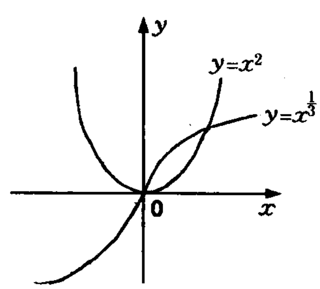


图 1-1

（4）周期性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果存在常数 $T(T\neq 0)$，使得对于定义域 D 中的任何 x，$x\pm T$ 也在定义域 D 中，且恒有 $f(x\pm T)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为周期函数，满足上私的最小正常数 T 称为 $f(x)$ 的周期.

例如：$y=\tan x$，$y=\cot x$ 的周期是 π. $Y=\sin x$，$y=\cos x$ 的周期是 2π.

周期函数在每一个周期内的图形是相同的.

5. **反函数**

定义 设已知函数为

$$y = f(x) \tag{1}$$

如果由此解出的

$$x = \varphi(y) \tag{2}$$

是一个函数,则称它为$f(x)$的反函数,记为$x = f^{-1}(y)$,并称$f(x)$为直接函数.

由于习惯上往往用字母x表示自变量,而用字母y表示函数,为了与习惯一致,通常将(2)式中的自变量y改写为x,而将函数x改写为y,于是(1)式的反函数就变为

$$y = \varphi(x) \tag{3}$$

记为$y = f^{-1}(x)$. 当然我们也可以说$y = f(x)$是$y = f^{-1}(x)$的反函数,也就是说它们互为反函数.

要注意:函数$x = \varphi(y)$与$y = \varphi(x)$是同一个函数,所以当$x = \varphi(y)$是$y = f(x)$的反函数时,$y = \varphi(x)$也是$y = f(x)$的反函数.

明确了反函数的定义之后,还应知道:在什么条件下直接函数$y = f(x)$有反函数存在.

以下的反函数存在定理可以回答这个问题.

定理 如果函数$y = f(x)$, $D(f) = X$, $Z(f) = Y$是严格单调增加(或减少)的,则它必定存在反函数$x = \varphi(y)$, $D(\varphi) = Y$, $Z(\varphi) = X$并且也是严格单调增加(或减少)的.

这个定理我们很容易从图1-2上来加以理解.

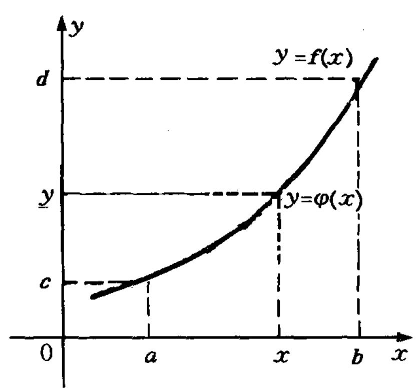


图 1-2

求反函数的步骤:

第1步:从直接函数$y = f(x)$中解出$x = \varphi(y)$看它是否能成为函数;

第2步:如果$x = \varphi(y)$是函数,将字母x换成y,将字母y换成x,得$y = \varphi(x)$. 这就是$y = f(x)$的反函数.

结论:

① 直接函数$y = f(x)$与它的反函数$y = f^{-1}(x)$的图形,必定对称于直线$y = x$(一般地,二者是不同的函数,其图形是不同的曲线);

② 直接函数$y = f(x)$与它的反函数$x = f^{-1}(y)$是同一条曲线(二者是不同的函数,但是,它们的图形是同一条曲线).

根据这个结论,当我们知道了直接函数$y = f(x)$的图形之后,就可利用对称于直线$y = x$的性质画出其反函数$y = f^{-1}(x)$的图形;但若要画反函数$x = f^{-1}(y)$的图形,则就是直接函数$y = f(x)$的图形.

6. **基本初等函数及其性质和图形**

(1) **幂函数**

函数$y = x^{\mu}$(μ是常数)叫做幂函数. 它的定义域要看μ是什么数而定,例如当$\mu = 2$时,$y = x^2$定义域是$(-\infty, +\infty)$;当$\mu = -\dfrac{1}{2}$,$y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$的定义域是$(0, +\infty)$,但不论μ取什么实数值,幂函数在$(0, +\infty)$内有定义.

当$\mu>0$时，幂函数在定义域内是单调增加的. 当$\mu<0$时，幂函数在定义域内是单调减少的.

(2) 指数函数

函数$y=a^x$(a是常数且$a>0,a\neq1$)叫做指数函数. 它的定义域为$(-\infty,+\infty)$.

当$a>1$时，函数是单调增加的；

当$0<a<1$时，函数是单调减少的.

(3) 对数函数

指数函数$y=a^x$的反函数，记作$y=\log_a x$(a是常数且$a>0,a\neq1$)，叫做对数函数. 它的定义域是区间$(0,+\infty)$.

当$a>1$时，函数是单调增加的；

当$0<a<1$时，函数是单调减少的.

(4) 三角函数

三角函数共有6个：

① 正弦函数

函数$y=\sin x$称为正弦函数. 它的定义域为$(-\infty,+\infty)$.

② 余弦函数

函数$y=\cos x$称为余弦函数. 它的定义域是$(-\infty,+\infty)$.

③ 正切函数

函数$y=\tan x$称为正切函数. 它的定义域为$\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$.

④ 余切函数

函数$y=\cot x$称为余切函数. 它的定义域是$(k\pi-\pi,k\pi)(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$，值域为$(-\infty,+\infty)$.

⑤ 正割函数

函数$y=\sec x$称为正割函数. 它是余弦函数的倒数，即$\sec x=\frac{1}{\cos x}$，它的定义域是区间$\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$.

⑥ 余割函数

函数$y=\csc x$称为余割函数. 它是正弦函数的倒数，即$\csc x=\frac{1}{\sin x}$，它的定义域是区间$(k\pi-\pi,k\pi)(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$.

(5) 反三角函数

三角函数的反函数称为反三角函数.

正弦函数$y=\sin x$的反函数为反正弦函数$y=\arcsin x$. 它的定义域是区间$[-1,1]$. 它是单调增函数.

余弦函数$y=\cos x$的反函数为反余弦函数$y=\arccos x$. 它的定义域是区间$[-1,1]$. 它是单调减函数.

正切函数$y=\tan x$的反函数为反正切函数$y=\arctan x$. 它的定义域是区间$(-\infty,+\infty)$. 它是

单调增函数.

余切函数 $y = \cot x$ 的反函数为反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x$. 它的定义域是区间$(-\infty, +\infty)$. 它是单调减函数.

上面 5 种函数统称为基本初等函数,是最常用、最基本的函数,它们的定义域和单调性务必牢记.

7. 复合函数、初等函数

(1) 复合函数

定义:设 y 是 u 的函数 $y = f(u)$,而 u 又是 x 的函数 $u = \varphi(x)$,又设 X 表示函数 $u = \varphi(x)$ 的定义域的一个子集,如果对于 X 上的每一个取值 x 所对应的 u 值,函数 $y = f(u)$ 都有定义,则 y 通过 $u = \varphi(x)$ 而成为 x 的函数,记为 $y = f[\varphi(x)]$. 这个函数叫做由函数 $y = f(u)$ 及 $u = \varphi(x)$ 复合而成的复合函数,它的定义域为 X,u 叫做中间变量.

所以复合函数实际就是将中间变量代入后所构成的函数.

注意:不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的,例如 $y = \arcsin u$ 及 $u = x^2 + 3$ 就不能复合成一个复合函数. 因为对于 $u = x^2 + 3$ 的定义域$(-\infty, +\infty)$内的任何值 x 所对应的 u 值(都大于或等于3),$y = \arcsin u$ 都没有定义.

复合函数不仅可以有一个中间变量,还可以有更多的中间变量,如 u, v, w, t 等等.

在求函数的导数时,我们往往要反过来考虑问题. 即一个函数是由哪几个基本初等函数(或简单函数)复合而成的.

(2) 初等函数

由基本初等函数经过有限次的四则运算或有限次复合而成的,并能用一个式子表示的函数,称为初等函数。

同步练习

1. 选择题:在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在括号内.

(1) 下列各对函数中哪些相同 (　　)

A. $y = \ln x^2$ 与 $y = 2\ln x$

B. $y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$ 与 $y = x + 2$

C. $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = x$

D. $y = \sqrt[3]{x^4 - x^3}$ 与 $y = x(x-1)^{\frac{1}{3}}$

(2) 函数 $f(x) = \arctan(\sin x)$ 在 xOy 平面上的图形为 (　　)

A. 关于 x 轴对称

B. 关于 y 轴对称

C. 关于坐标原点对称

D. 关于直线 $y=-x$ 对称

（3）函数 $y=\frac{1}{x}\ln(2+x)$ 的定义域为 （　　）

A. $x\neq 0$ 且 $x\neq -2$　　B. $x>0$

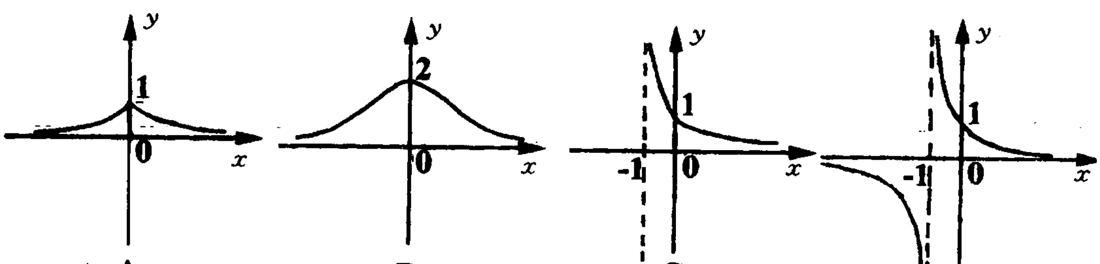
C. $x>-2$　　D. $x>-2$ 且 $x\neq 0$

（4）下列函数中不是周期函数的为 （　　）

A. $y=1+\cos\frac{\pi}{2}x$　　B. $y=\arctan(\tan x)$

C. $y=x\sin x$　　D. $y=\sin\pi x+\cos\pi x$

（5）函数 $y=\frac{1}{1+|x|}$ 的图形为 （　　）



A　　B　　C　　D

2. 求下列函数的定义域

（1）$y=\frac{\ln(3-x)}{\sqrt{|x|-1}}$

（2）$y=\sqrt{\lg\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}$

（3）$y=\arcsin(1-x)+\frac{1}{2}\lg\frac{1+x}{1-x}$

3. 设 $y=f(x)$ 的定义域是 $(1,5]$，求 $f(x+2)+f(x-2)$ 的定义域.

4. 设 $y=f(u)=\sqrt{u^2-1}$，$u=g(x)=x-1$，求复合函数 $f[g(x)]$ 的定义域.

5. 设 $\varphi(x)=\begin{cases}2^x, & -1<x<0\\ 2, & 0\leqslant x<1\\ x-1, & 1\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$

求 $\varphi(3)$，$\varphi(0)$，$\varphi(0.5)$，$\varphi(-0.5)$ 并做出图形.

6. 下列函数是由哪些简单函数复合成的？

（1）$y=\ln\tan\sqrt{x}$　　（2）$y=2^{\sin^2\frac{1}{x}}$

（3）$y=f\left(\sin\frac{x}{1+x^2}\right)$　　（4）$y=\left(\arctan\frac{1-x}{1+x}\right)^2$

7. 填空题

（1）设 $f(x)=\frac{x}{x-1}$，则 $f\{f[f(x)]\}=$ ________.

（2）设 $f(x+2)=x^2+6x+9$，则 $f(x)=$ ________.

(3) 设$f(x)=2+\ln(x+2)^3$,则其反函数为__________.

(4) 函数$y=\cos\frac{x}{3}$的周期是__________.

8. 下列函数中哪些是偶函数?哪些是奇函数?哪些既不是偶函数也不是奇函数?

(1) $f(x)=\arctan(\sin x)$

(2) $f(x)=\frac{1}{2}(2^x+2^{-x})\cos x$

(3) $f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})\cos x$

(4) $f(x)=x^3+|\sin x|$

9. 设$f(x)$为奇函数,$g(x)$为偶函数,试讨论函数$f[g(x)]$与$f[f(x)]$的奇偶性.

10. 在$f(x)=1+\ln x$的定义域内,求方程$f(e^{x^2})-5=0$的根.

11. 设$f(x)=\frac{x-1}{x+1}+|x-5|$,求$f(-\frac{1}{x})$

12. 设$f(x)=ax^2+bx+c$,已知$f(-2)=11$,$f(0)=1$,$f(2)=7$,求a、b、c

参考答案

1. 选择题

(1) D (2)C (3)D (4)C (5)A

2. (1) $(-\infty,-1)\cup(1,3)$ (2) $[1,4]$ (3) $[0,1)$

3. ϕ(空集) 无意义

4. $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$

5. $\varphi(3)=2$, $\varphi(0)=2$, $\varphi(0.5)=2$, $\varphi(-0.5)=\frac{\sqrt{2}}{2}$,图略

6. (1) $y=\ln u$, $u=\tan v$, $v=\sqrt{x}$

(2) $y=2^u$, $u=v^2$, $v=\sin w$, $w=\frac{1}{x}$

(3) $y=f(u)$, $u=\sin v$, $v=\frac{x}{1+x^2}$

(4) $y=u^2$, $u=\arctan v$, $v=\frac{1-x}{1+x}$

7. 填空题

(1) $\frac{x}{x-1}\ (x\neq 1)$ (2) $(x+1)^2$

(3) $e^{\frac{1}{3}(x-2)}-2$ (4)6π

8. (1) 奇 (2) 偶 (3) 偶 (4) 非奇非偶

9. $f[g(x)]$为偶函数 $f[f(x)]$为奇函数.

10. 2

11. $\frac{1+x}{1-x}+\left|\frac{1+5x}{x}\right|$

12. $a=2,\ b=-1,\ c=1$

二 极 限

大纲要求

1. 理解极限的概念(对极限定义中"$\sum$ - N","$\sum$ - M"等形式的描述不作要求)。会求函数在一点处的左极限和右极限,了解函数在一点处极限存在的充分必要条件。

2. 了解极限的有关性质,掌握极限的四则运算法则。

3. 理解无穷小量,无穷大量的概念,掌握无穷小量的性质。无穷小量与无穷大量的关系,会进行无穷小量阶的比较(高阶、低阶、同阶和等价)。会运用等价无穷小量代换求极限。

4. 熟练掌握掌握用两个重要极限求极限的方法。

基本知识

1. 数列的极限

定义 设有数列$\{x_0\}$和常数a,如果对于任意给定的正数ε(不论它多么小),总存在正整数**N**,使得对于$n>N$时的一切x_n,不等式$|x_n-a|<\varepsilon$都成立,则称常数a是数列$\{x_n\}$的极限,记作$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$. 这时也称数列$\{x_n\}$收敛于$a$.

如果数列没有极限,则称数列发散.

收敛数列具有以下性质:

若数列$\{x_n\}$收敛,则$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$的值必定惟一;

若数列$\{x_n\}$收敛,则$\{x_n\}$必为有界数列,反之不真.

若数列$\{x_n\}$收敛于A,即$\lim\limits_{n\to\infty}\{x_n\}=A$,则数列$\{x_n\}$的任何子列$\{x_{nk}\}$也必定收敛于$A$.

此性质有两个主要应用:

(1) 判定数列$\{x_n\}$发散. 如果存在子列$\{x_{nk}\}$收敛于A,而$\{x_{mj}\}$收敛于B,且$A\neq B$,则可知$\{x_n\}$必定发散.

如数列1,0,1,0,… 中含有子列1,1,…,1,…,收敛于1. 同时有子列0,0,…,0,…,收敛于0. 因此可以断定数列1,0,1,0,… 发散.

(2) 欲求数列$\{x_n\}$的极限,有时可以将其认作是某些数列的子列. 如果能判定后者收敛,则可得知数列$\{x_n\}$收敛.

2. 函数的极限

定义1 设函数$f(x)$在点x_0的某一去心邻域内有定义,A为常数. 如果对于任意给定正数ε(不论它多么小),总存在正数δ,使得对于适合不等式$0<|x-x_0|<\delta$的一切x,对应的函数值$f(x)$都

满足不等式$|f(x)-A|<\varepsilon$,那么常数A就叫做函数$f(x)$当$x\to x_0$时的极限,记作$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$或$f(x)\to A$(当$x\to x_0$).

在上述极限定义中,如果把$0<|x-x_0|<\delta$改为$x_0-\delta<x<x_0$,那么A就叫做函数$f(x)$当$x\to x_0$时的左极限,记作$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$或$f(x_0-0)=A$.

类似地把$0<|x-x_0|<\delta$改为$x_0<x<x_0+\delta$,那么A就叫做函数$f(x)$当$x\to x_0$时的右极限,记作$\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$或$f(x_0+0)=A$.

当$x\to x_0$时函数$f(x)$极限存在的充分必要条件是左、右极限存在且相等,即$f(x_0-0)=f(x_0+0)$.

定义2　设函数$f(x)$在$|x|>M$时有定义,A为常数.如果对于任意给定的正数ε(不论它多么小)总存在正数X,使得对于适合不等式$|x|>X$的一切x,所对应的函数值$f(x)$都满足不等式$|f(x)-A|<\varepsilon$那么常数A就叫做函数$f(x)$当$x\to\infty$时的极限,记作$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$或$f(x)\to A$(当$x\to\infty$).

3. 极限的性质

①如果$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$,且$A>0$(或$A<0$),则必存在点$x_0$的某一去心邻域,在该邻域内,有$f(x)>0$(或$f(x)<0$).

②如果在点x_0的某一去心邻域内有$f(x)\geqslant 0$(或$\leqslant 0$),且$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$,则必有$A\geqslant 0$(或$A\leqslant 0$).

③$f(x)$在点x_0处的极限存在的充分必要条件是$f(x)$在点x_0处的左极限与右极限都存在,且相等,此时三者值相同.

左极限与右极限是考察自变量从某一确定方向趋于x_0时,函数的变化趋势.它的用途主要有两个方面:

(1)研究自变量趋于区间的端点时,函数的极限问题;

(2)研究分段函数在分段点两侧表达式不相同的情形,考察在分开点处的极限问题.

4. 极限存在准则与两个重要极限。

准则Ⅰ　(夹逼定理)设函数$f(x),g(x),h(x)$在点x_0的某一去心邻域内(或$|x|>M$)有定义,如果下列条件均成立

①$g(x)\leqslant f(x)\leqslant h(x)$

②$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}}g(x)=A$, $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}}h(x)=A$

则$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}}+(x)=A$

准则Ⅱ　单调有界数列必有极限

根据上述准则可以得出两个重要极限公式

①$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x=\lim\limits_{x\to 0}(1+x)\frac{1}{x}=e$

②$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$