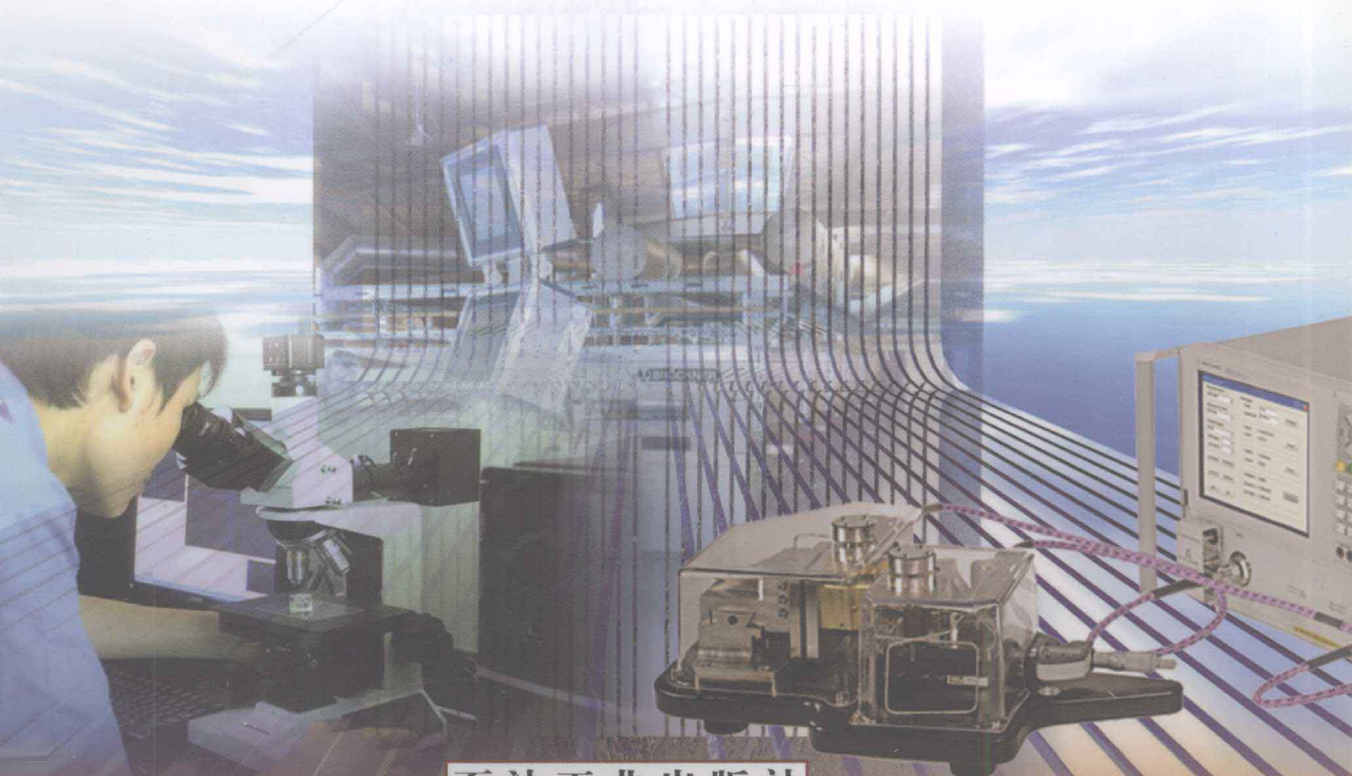




石油高等院校特色教材

近代物理测试技术

徐 英 主编



石油工业出版社
Petroleum Industry Press



教育部推荐教材

近代物理测试技术

第二版



清华大学出版社

石油教材出版基金资助项目

石油高等院校特色教材

近代物理测试技术

徐 英 主编

石油工业出版社

内 容 提 要

本书吸收和体现了当今科学研究的测量技术,使近代物理实验课程更加紧跟时代的发展。内容包括近代物理测试技术的基本原理以及相关重要实验。可以使学生了解近代物理基本理论,学习科学实验的方法和设计思路、科学仪器的使用以及现代测试技术,培养学生的实验动手能力和科学作风。

本书可作为高等院校理工类专业学生的实验课程参考教材。

图书在版编目(CIP)数据

近代物理测试技术/徐英主编.

北京:石油工业出版社,2010.9

石油高等院校特色教材

ISBN 978-7-5021-7959-5

I. 近…

II. 徐…

III. 物理学-实验-高等学校-教材

IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 156935 号

出版发行:石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址:www. petropub. com. cn

编辑部:(010)64523698 发行部:(010)64523620

经 销:全国新华书店

排 版:北京乘设伟业科技有限公司

印 刷:北京华正印刷有限公司

2010 年 9 月第 1 版 2010 年 9 月第 1 次印刷

787 × 1092 毫米 开本:1/16 印张:15.75

字数:402 千字

定价:25.00 元

(如出现印装质量问题,我社发行部负责调换)

版权所有,翻印必究

前 言

当今社会正处在一个科学技术高速发展、高新技术层出不穷的时代,物理学和物理实验技术在其他各学科和领域中迅速渗透并得以广泛应用。近代物理实验不仅可以使学生生动、直观地观察学习近代物理学发展过程中的重要实验,领会实验设计思想,进一步巩固和综合应用已学习的理论知识,而且也可以使学生了解和掌握最新的现代测量技术。通过近代物理实验的训练,还可以使学生了解近代物理的基本原理,学习科学实验的方法和设计思路、科学仪器的使用以及现代实验技术,培养学生的实验动手能力和科学作风。

实验教学的重要目的是提高学生的科学素质,培养学生的动手能力,鼓励学生的创新精神。本书选取的实验项目突出近代思想和当代测试技术,引导学生认真观察物理现象、分析物理问题,训练学生的观察能力、判断能力、分析能力和综合应用能力,培养学生探索物理规律的热情、积极性和创新思维。本书力图展示近年来西南石油大学新开设的实验内容,结合引进的新设备开出的新实验,更多地体现和吸收当今科学研究的测量技术,使近代物理实验这门课程更加紧跟时代的发展。

本教材是西南石油大学物理实验中心近代物理测试技术精品课程建设的总结和教学改革成果的体现,是实验教师和实验技术人员辛勤工作的结晶。参加本书编写的是多年工作在实验教学工作岗位的教师,其中徐英编写了第一章,第二章,第四章,实验 3.1、3.3、8.4、8.5、8.6、8.7、9.3、11.2;陈普春编写了实验 3.4 和第六章;张强编写了实验 7.1 和实验 8.2、8.3、9.2、11.3;韦国晖编写了实验 3.2、7.2、8.6 和第五章;陈云生编写了实验 8.1、9.1 及第十章;郑素珍编写了实验 9.4、11.1。

在编写过程中编者参阅了相关高等院校的近代物理实验教材和讲义,在此表示感谢。由于编者的水平有限,教材中不妥之处在所难免,敬请读者批评和指正。

编 者

2010 年 6 月

目 录

第一章 误差分析与数据处理	(1)
1.1 测量误差与不确定度	(1)
1.2 物理量测量中常见的统计分布	(3)
1.3 直接测量结果及其随机误差的估计	(6)
1.4 实验结果的不确定度	(8)
1.5 测量结果的质量评价与非精度测量	(12)
1.6 最小二乘法 and 曲线拟合	(13)
1.7 系统误差的发现和消除	(14)
第二章 光信息处理	(16)
2.0 引言	(16)
实验 2.1 空间频谱与空间滤波	(20)
实验 2.2 光学信号的抽样与还原	(25)
实验 2.3 光栅滤波图像相加、相减	(31)
实验 2.4 光学位相滤波	(33)
实验 2.5 θ 调制等空间假彩色编码	(37)
实验 2.6 全息光栅的研究与制作	(41)
第三章 原子物理	(46)
3.0 引言	(46)
实验 3.1 夫兰克—赫兹实验	(46)
实验 3.2 塞曼效应	(52)
实验 3.3 基本电荷的测量	(61)
实验 3.4 激光喇曼光谱实验	(66)
第四章 原子核物理	(73)
4.0 引言	(73)
实验 4.1 用闪烁谱仪测 γ 射线能谱	(75)
实验 4.2 用快速电子验证相对论效应	(82)
实验 4.3 康普顿散射	(88)
实验 4.4 符合测量	(94)
实验 4.5 实物对 β 射线的吸收和 β 射线能量的测量	(101)

第五章 微波实验	(105)
5.0 引言	(105)
实验 5.1 微波测试系统的认识与调试	(109)
实验 5.2 测量线调整和晶体定标	(116)
实验 5.3 微波衰减测量	(121)
第六章 磁共振技术	(126)
6.0 引言	(126)
实验 6.1 核磁共振	(127)
实验 6.2 微波段电子顺磁共振	(133)
实验 6.3 光泵磁共振	(138)
第七章 声学实验技术	(148)
7.0 引言	(148)
实验 7.1 超声波无损探伤实验	(148)
实验 7.2 声光调制特性实验研究	(154)
第八章 光电技术	(163)
实验 8.1 数字信号光纤传输技术	(163)
实验 8.2 电光调制特性实验研究	(169)
实验 8.3 磁光调制特性实验研究	(177)
实验 8.4 光学信号相关与信号识别	(183)
实验 8.5 CCD 阵列的主要特性参数	(187)
实验 8.6 光电探测器光谱响应度测量	(194)
实验 8.7 光电信号的二值化及其应用	(198)
第九章 微弱信号检测技术	(202)
9.0 引言	(202)
实验 9.1 单光子计数实验	(203)
实验 9.2 锁定放大实验	(208)
实验 9.3 用电容—电压法测量半导体中的杂质分布	(216)
实验 9.4 光学多道分析器的应用	(221)
第十章 传感技术	(226)
10.0 引言	(226)
实验 10.1 电涡流传感器位移实验	(226)
实验 10.2 被测体材质对电涡流传感器特性影响实验	(228)
实验 10.3 被测体面积大小对电涡流传感器的特性影响实验	(229)

实验 10.4	直流激励的非接触式霍尔位移传感器单/双向特性实验	(230)
实验 10.5	霍尔转速传感器测速实验	(231)
第十一章	低温物理实验及其他	(233)
11.0	引言	(233)
实验 11.1	高温超导转变温度测量	(233)
实验 11.2	低温下固体热导率的测定	(237)
实验 11.3	磁电阻效应实验	(242)
参考文献		(245)

第一章 误差分析与数据处理

物理实验的任务是不仅要定性地观察各种自然现象,更重要的是要定量地测量相关物理量。而物理量的真值是不可能测得的,测量结果总是或多或少地偏离真值,毫无例外地存在一定的误差。无论是在实验的设计阶段(确定实验方法、选择测量仪器和测量条件),还是在实验的操作、进行分析处理的过程中,均离不开对实验数据进行处理。因此,误差分析和数据处理是物理实验课的基础,是一切实验结果中不可缺少的内容,是不可分割的部分。随着科学技术的发展,近年来误差理论、基本概念和处理方法也有很大发展。误差理论以数理统计和概率论为数学基础,研究误差性质、规律及如何消除误差。实验中的误差分析,其目的是对实验结果作出评定,最大限度地减小实验误差,或指出减小实验误差的方向,提高测量质量,提高测量结果的可信赖程度。

1.1 测量误差与不确定度

1. 系统误差

系统误差是指在相同条件下使用相同方法,多次测量某一物理量,其误差的大小与符号为一不变量,或按一定规律变化,而且这种误差不能用重复多次测量的办法来限制或消除。系统误差可按其来源分为:

- (1) 仪器误差:是由于仪器本身不完善或没有按规定条件使用仪器造成的;
- (2) 理论(方法)误差:所用的实验方法不完善,或所依据的理论本身具有近似性,与实际不完全相符而引起的误差;
- (3) 个人误差:观测者生理或心理特点造成的误差;
- (4) 装置误差:测量设备安装不合理,仪器调整不当而导致的误差。

系统误差按其是否变化可分为:

- (1) 不变系统误差;
- (2) 变化系统误差,在测量过程中误差的大小和符号发生变化,按变化的规律又可分为累进型、周期型和复杂变化型三类。

在处理系统误差时,通常把系统误差分为两类来考虑,即已定系统误差和未定系统误差。已定系统误差指其误差的符号和绝对值均已确定;未定系统误差指误差的符号或绝对值尚未确定。对这两类系统误差要采取不同方法,分别处理。

2. 随机误差

随机误差是指在已消除了系统误差后,在同一条件下多次重复测量同一物理量,每次的观测值可能不相同,即存在误差,这种误差的绝对值和符号以随机的方式变化。

随机误差来源于测量方面的多种原因,如实验条件和环境的微小无规则变化,仪器的精密程度,观测者的心理状态和视觉器官的分辨本领以及手的灵活程度,当然不排除在观测时产生的其他偶然因素。随机误差遵从一定的统计规律,可用统计的方法处理。观测值的随机性除

来源于实验中的随机因素对测量结果所产生的随机误差外,有时还来源于物理现象固有的随机性质,这种随机性质造成观测量的统计涨落。某些与微观现象相关的物理量的统计涨落便属于这种情形。测量的随机误差和物理现象固有的随机性质所带来的观测量的统计涨落总称统计误差。若观测结果的离散主要是由于物理量本身固有的统计涨落造成的,则无法用提高测量精密度的方法来减小。

系统误差的特征是确定性,随机误差的特征是随机性。对它们通常是要加以区别,而且分别进行处理,但有时它们又难以严格区分。例如,为测量球的直径 D ,不同位置测量的 D 值有大有小,差值有随机性。对确定位置来说,差值有确定性,属于系统误差的性质。但对不同位置,若 D 值起伏很小,可将多次测量的平均值 $\bar{D}$ 代表 D ,并求出算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{D}}$ 。总之,对于测量对象本身的不确定性及其某些规律复杂但具有抵偿性的系统误差,可作为随机误差处理。

3. 测量不确定度的基本概念

由于测量误差不可避免,使得真值无法确定。而真值不确定,就无法确定误差的大小。因此实验数据处理只能求出实验的最佳估计值及其不确定度,通常把结果表示为:

$$\text{测量值} = \text{最佳估计值} \pm \text{不确定度}$$

在实验测量中,消除了已定系统误差后仍然存在随机误差和未定系统误差。设被测量的测量值为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则最佳估计值为算术平均值:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.1.1)$$

不确定度是说明测量结果的一个参数,用于表征合理赋予被测量值的分散性。因此,不确定度是指由于误差的存在使得被测量值不能确定的程度,或者说,它是表征被测量值真值所处境量值范围的一个评定。由此可见,不确定度与误差有区别,误差是一个理想的概念,一般不能准确知道;不确定度反映误差存在的分布范围,即随机误差分量和未定系统误差分量综合的分布范围,可由误差理论求得。

不确定度一般包含有多个分量,按其数值的评定方法可分为两类:A类和B类。

A类:由统计分析方法评定的不确定度分量。

B类:由其他方法评定的不确定度分量。

假定被测量有几个误差来源,则要判断哪些可用统计方法评定,哪些要用其他方法评定。

由于不确定度的评定要合理赋予被测量值的不确定区间,而不同的置信概率所表示的不确定区间是不同的,因此还应表明是多大概率的不确定度。如果A类不确定度分量和B类不确定度分量均以标准差值评定,则合成不确定度 U 也是一个标准差,用 u_c 表示(即 $U = u_c$),称为标准不确定度。如果把合成的标准不确定度 u_c 乘以一个与一定置信概率相联系的包含因子(又称覆盖因子) k ,则 $U = k u_c$,称为展伸不确定度(或总不确定度)。引入展伸不确定度,是为了使被测量值的真值以较高的置信概率落入该区间。

随机误差和未定系统误差并不是简单地对应于A类和B类不确定度分量。因为对于未能进行 n 次重复测量的情况,其随机误差就不可能利用统计方法处理,而要利用被测量可能变化的信息进行判断,这就属于B类不确定度分量。

1.2 物理量测量中常见的统计分布

在一定条件下对某一物理量进行测量,每次出现什么测量值是一个随机事件。若各随机事件可分别用一个数值表示,则这个数值可看做随机事件的函数,称为随机变量。随机变量的取值就是各个测量值。随机变量多为连续型的,而在核物理实验中粒子的计数率则是离散型的。由于物理实验的观测量是随机变量,所以对测量数据的分析处理必须应用建立在概率论和数理统计基础上的误差理论,从概率和统计的意义上理解随机误差。实验中只能进行有限次观测,不可能对随机变量的全部取值进行研究,因此必须了解各种可能取值的概率,即随机变量的概率分布。

1. 二项式分布

设随机事件 A 发生的概率为 p , 不发生的概率为 $1-p$, 在 n 次独立试验中 A 发生 k 次的概率为:

$$p(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k} \quad (1.2.1)$$

其中系数 $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ 是在 n 次试验中事件 A 发生 k 次, 而 $n-k$ 次不发生事件 A 的组合数。 $p(k)$ 的表达式恰好是二项式展开式中的一项, 所以将这个分布称为二项式分布。在数学处理时, A 可看成是离散型随机变量, 只能取 $0, 1, 2, \dots, n$, n 为有限值。一个随机变量的概率函数或概率密度函数式中的参数(称为分布参数)是表征该统计分布的特征量。随机变量的期望值和方差(方差的平方根为标准差)是最重要的特征量。二项式分布的期望值 $\langle k \rangle$ 和标准误差 $\sigma(k)$ 分别为 np 和 $\sqrt{np(1-p)}$ 。

2. 泊松分布

泊松分布公式为:

$$p(k) = \frac{(np)^k}{k!} \left(1 - \frac{np}{n}\right)^{n-k} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdots \left(1 - \frac{k-1}{n}\right) \quad (1.2.2)$$

注意到当 $n \rightarrow \infty$ 时, $np \rightarrow m$ (有限值), $\left(1 - \frac{np}{n}\right)^{n-k} \rightarrow e^{-m}$, 所以二项式分布的极限情况是泊松分布:

$$p(k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m} \quad (1.2.3)$$

这里 k 是离散型的随机变量, 但 k 的取值为 $1, 2, \dots$ 。 k 的期望值 $\langle k \rangle$ 和标准误差 $\sigma(k)$ 分别为 m 和 $\sqrt{m}$ 。大量放射性原子核相互独立的衰变属于此种情况。在单位时间内放射源中原子核衰变的数目服从泊松分布。

3. 正态分布

正态分布的概率密度函数为:

$$p(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.2.4)$$

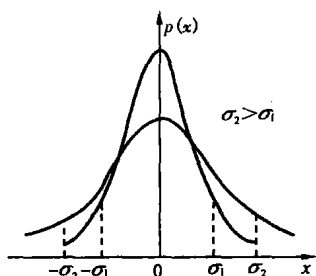


图 1.2.1 σ 值比较

其中 x 是连续型随机变量, μ 对应于正态概率密度函数曲线峰值的横坐标, 是随机变量 x 的期望值。若不存在系统误差, μ 就是待测量的真值。 σ 是该曲线拐点处的横坐标与期望值之差的绝对值, 称为正态分布的标准误差 $\sigma(x)$ 。由于 $\rho(x)$ 满足归一化条件, 因而 σ 值小的曲线高而窄, σ 值大的曲线则低而宽, 它们各自对应着精密度高低不同的实验, 如图 1.2.1 所示。

期望值 $\mu=0$, 方差 $\sigma^2=1$ 的正态分布称为标准正态分布, 其概率密度函数、分布函数为:

$$\begin{cases} p(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \\ n(t, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-x^2/2} dx \end{cases} \quad (1.2.5)$$

许多其他分布在极限条件下都趋近于正态分布, 例如, 对于泊松分布, 当其随机变量的期望值 m 足够大, 可以证明它趋于形式为:

$$p(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} \exp\left[-\frac{(k-m)^2}{2m}\right] \quad (1.2.6)$$

的分布, 注意到泊松分布的标准差 $\sigma = \sqrt{m}$, 可以看出式(1.2.6)和正态分布的概率密度函数形式一致, 所不同的是这里 k 表示离散型变量。实际上, $m \geq 10$ 的泊松分布已经很接近正态分布了。图 1.2.2 是 $m=10$ 的两种不同分布。因而某些离散型随机变量在一定条件下可用正态分布来近似描述和处理, 放射性测量在大多数情况下均可用正态分布来近似计算。另外, 如果测量中存在着大量独立的偶然因素, 且它们对测量影响的大小相差并不悬殊, 则尽管每个因素单独作用产生的效果是不同和未知的, 但这些因素共同作用的综合效果是使测量服从正态分布的统计规律, 因此测量的随机误差通常可按正态分布处理。当系统误差不存在时, 只要给出了正态分布函数的参数 μ, σ 的数值, 随机变量的分布就完全确定了。由以上可知, 在误差理论中正态分布是最重要的统计分布。

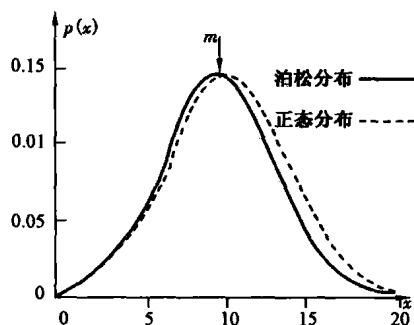


图 1.2.2 $m=10$ 的泊松分布与正态分布

4. 均匀分布

连续随机变量 x 在某一区间 $[a, b]$ 内的任一值有相同的概率密度, 其概率密度函数为:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{a-b} & a \leq x \leq b \\ 0 & x \text{ 为其他值} \end{cases} \quad (1.2.7)$$

则 x 服从均匀分布, 其概率密度函数曲线如图 1.2.3 所示。

均匀分布的期望值和方差分别为：

$$\langle x \rangle = \frac{a+b}{2}, \quad \sigma^2(x) = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (1.2.8)$$

数字仪表的读数是一种典型的均匀分布,设仪表的最小单位为 Δx ,被测量值在 $(x_i - \frac{\Delta x}{2}) \sim (x_i + \frac{\Delta x}{2})$ 之间时,仪表显示的数值都 x_i ,其误差可能取 $-\frac{\Delta x}{2} \sim \frac{\Delta x}{2}$ 之间的任一数值,且各个取值出现的概率均相等。此外,某些仪表使用的刻度盘或传动齿轮的凹差等所产生的误差分布均属于均匀分布。

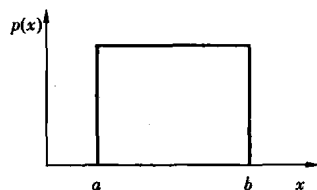


图 1.2.3 均匀分布概率密度函数曲线

5. χ^2 分布

χ^2 分布和 t 分布是从正态分布派生出来的。在数据处理工作中,当由试验得到的随机抽样对随机变量的分布参数、分布规律作分析推断时, χ^2 分布和 t 分布将有重要的应用。

随机变量 χ^2 的概率密度函数为：

$$p(\chi^2, v) = \frac{1}{2^{v/2} \Gamma(\frac{v}{2})} (\chi^2)^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}} \quad (\chi^2 \geq 0) \quad (1.2.9)$$

随机变量 χ^2 服从自由度为 v 的 χ^2 分布,并记作 $\chi^2(v)$,式中的 $\Gamma(\frac{v}{2})$ 是变量为 $\frac{v}{2}$ 的 Γ 函数。

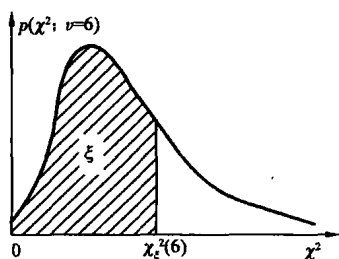


图 1.2.4 $\chi^2(v=6)$ 分布概率密度曲线

随机变量 χ^2 的期望值和方差分别为：

$$\langle \chi^2 \rangle = v, \quad \sigma^2(\chi^2) = 2v$$

可以证明,当 $v \rightarrow \infty$ 时, χ^2 分布趋近于正态分布,即：

$$p(\chi^2, v) \rightarrow n(\chi^2, v, 2v)$$

一般在 $v > 30$ 时,就可以用正态分布代替 χ^2 分布。图

1.2.4 画出了 $v=6$ 的 χ^2 分布概率密度曲线,图中阴影部分面积为：

$$\xi = p[\chi^2 \leq \chi^2_6(v)] = \int_0^{\chi^2_6} \chi^2(\chi^2_6, v) d\chi^2 \quad (1.2.10)$$

ξ 值与 χ^2_6, v 有关,其值可由 χ^2 分布的 $\chi^2_6(v)$ 数值表直接查出。

6. t 分布

当随机变量 t 的概率密度函数为：

$$p(t, v) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\Gamma(\frac{v}{2}) \sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}} \quad (-\infty < t < \infty) \quad (1.2.11)$$

随机变量 t 服从自由度为 v 的 t 分布, t 的期望值及方差分别为：

$$\langle t \rangle = 0, \quad \sigma^2(t) = \frac{v}{v-2} \quad (v > 2) \quad (1.2.12)$$

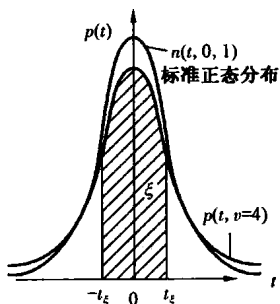


图 1.2.5 t 分布概率密度曲线
与标准正态分布曲线

自由度为 1 或 2 的 t 分布不存在有限的方差(方差为无穷大)。

t 分布的概率密度对于 $t=0$ 为对称分布, $v=4$ 的 t 分布概率密度曲线如图 1.2.5 所示。由图 1.2.5 可见 t 分布曲线与标准正态分布曲线很相似。但 t 分布比较分散, 线形较宽, 当 v 增大时, 它们的差别变小, 可以证明当 $v \rightarrow \infty$ 时, t 分布趋于标准正态分布:

$$p(t, v) \xrightarrow{v \rightarrow \infty} n(t, 0, 1)$$

图 1.2.5 中阴影部分的面积在数值上等于区间 $[-t_\xi, t_\xi]$ 的概率积分:

$$\xi = \int_{-t_\xi}^{t_\xi} p(t, v) dt \quad (1.2.13)$$

即 t 分布在区间 $[-t_\xi, t_\xi]$ 内的概率为 ξ , ξ 的数值与 t_ξ 和 v 有关, ξ 值可由 t 分布的 t_ξ 数值表查得。

1.3 直接测量结果及其随机误差的估计

此处是在假定没有系统误差存在的情况下讨论随机误差。

1. 算术平均值

对某一物理量 x 进行 n 次等精度测量, 其算术平均值 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, 是真值 x 的最佳估计值, 一般以 $\bar{x}$ 代表该物理量的测量结果。

2. 多次测量结果的随机误差估计

(1) 测量列的平均绝对误差。

定义为各次测量误差绝对值的平均值, 即:

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \mu|}{n} \quad (1.3.1)$$

由于真值 μ 是未知的, 所以 $x_i - \mu$ 是无法计算的。实际测量中只能获得算术平均值 $\bar{x}$, 以及各测量值 x_i 与 $\bar{x}$ 的差值 v_i (偏差), 可用偏差 v_i 来估算平均绝对误差, 即:

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |v_i|}{n} \quad (1.3.2)$$

测量列中任一观测值落到 $(\mu - \eta, \mu + \eta)$ 区间的概率是:

$$p(\mu - \eta < x < \mu + \eta) = \int_{\mu - \eta}^{\mu + \eta} p(x) dx = 57.5\%$$

(2) 测量列中单次测量的标准误差。

设在同一情况下对物理量 x 进行了 n 次等精度测量,为了评价数据的可靠性和表征数据的离散性,引入标准误差:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (1.3.3)$$

在实际测量中,测量次数不可能无限多,真值也是未知的,标准误差无法从上述定义式求得,对有限次测量,按贝塞尔公式:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (1.3.4)$$

估算标准误差。由贝塞尔公式估算的 S_x 称为标准偏差。可证明,当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,贝塞尔公式与测量列的标准误差定义式是一致的。

σ 表征随机变量围绕期望值分布的离散程度,即随机变量的取值偏离期望值起伏的大小。若一组数据的 σ 值小,则各测量值的离散性小,即数据集中,重复性好,因而测量的精密度高,这组数据可靠性强。 σ 具有统计意义,它不是某一具体的测量误差值,而是反映了在相同条件下测量某一物理量随机误差的概率分布情况。可计算出测量列中任一观测值 x 落在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 区间的概率,亦即任一次观测的随机误差落在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间的概率(图 1.3.1)为:

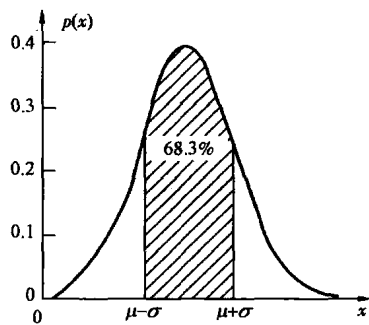


图 1.3.1 随机误差的概率分布

$$p(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) = \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 68.3\% \quad (1.3.5)$$

测量列的平均绝对误差 η 与标准误差 σ 的关系为:

$$\eta = 0.798\sigma \approx 4\sigma/5$$

(3) 测量列算术平均值的标准偏差。

测量列 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的算术平均值 $\bar{x}$ 也是一个随机变量,显然 $\bar{x}$ 是 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的函数, $\bar{x}$ 的可靠程度以 $\bar{x}$ 的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 来估计。由 $\bar{x}$ 的定义式:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

有:

$$\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_1} = \frac{\partial \bar{x}}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial \bar{x}}{\partial x_n} = \frac{1}{n}$$

等精度测量各测量值的标准偏差相同,设为 S_x ,由误差传递公式有:

$$S_{\bar{x}}^2 = \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_1}\right)^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_2}\right)^2 S_x^2 + \dots + \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial x_n}\right)^2 S_x^2 = \frac{n S_x^2}{n^2} = \frac{S_x^2}{n}$$

即

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \quad (1.3.6)$$

$\bar{x}$ 是真值的最佳估计值,多次测量取平均减少了随机误差的影响,因而测量列平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 小于测量列单次测量的标准偏差 S_x , $\bar{x}$ 比测量列中任一测量值可靠程度更高。适当增加测量次数 n , 有利于提高精密度。由于 $S_{\bar{x}}$ 按 $1/\sqrt{n}$ 的规律变化, 当 $n > 10 \sim 20$ 以后, $S_{\bar{x}}$ 就减少得极慢了, 而且增加测量次数, 必然会延长测量时间, 不易保持稳定不变的测量条件, 观测者因疲劳可能产生更大的观测误差, 因此一般实验中测量次数不必太多, 通常取 10 次左右就可以了。

(4) 极限误差。

若随机误差服从正态分布规律, 则绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大, 且绝对值非常大的误差出现的概率趋于 0。因而总可以找到这样一个误差限, 测量列中单次测量值的误差超过该界限的概率小到可以忽略不计。测量列中任一次测量的随机误差落到 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 区间的概率为:

$$p(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) = \int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 99.7\% \quad (1.3.7)$$

即落到该区间外的概率极小, 仅为 0.3%, 因此定义 3σ 为极限误差。

1.4 实验结果的不确定度

1. 直接测量数据的合理性检验

对测量中出现的过大或过小的异常数据必须舍弃, 以保证测量结果的精确度。在实验中若发现因测量过失, 如操作不当, 读数或记录错误引起的坏数据, 应采用统计学的判断法及时剔除。例如, 利用拉伊达准则 (3σ 准则) 和格拉布斯 (Grubbs) 准则来检验有无坏数据。

测量列中的随机误差落在 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 区间外的概率仅为 0.3%, 换句话说, 若出现误差的绝对值大于 3σ 的数据, 有 99.7% 的可能是错误的。当重复测量次数较多 (例如几十次以上) 时, 3σ 准则是一种最为简便的方法。 3σ 准则以极限误差作为鉴别值, 判断测量数据的好坏, 用来决定数据的取舍。规定: 把偏差的绝对值大于 3σ 者视为坏数据, 加以剔除, 对其余测量数据重新求出平均值、偏差和标准误差, 再次检验有无满足偏差 $|v_i| < 3\sigma$ 的测量值, 若有, 还要再次剔除, 直至所有数据均满足要求为止。 3σ 准则的前提是要求测量次数 n 趋近于无穷大, 它的适用条件是测量次数必须大于 10, 否则此准则无效。

格拉布斯准则以其判别的可靠性大而著称, 其检验步骤为:

- (1) 求被检验的测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的算术平均值 $\bar{x}$ 和标准偏差 S_x 。
- (2) 求绝对值最大的偏差 $|v_i|_{\max}$, 即 $|x_i - \bar{x}|_{\max}$ 。
- (3) 选定某一显著性水平 α 值 ($\alpha = 1 - \xi$, 代表错判为异常值的概率), 通常选 $\alpha = 0.05$ 或 0.01, 由表 1.4.1 可查得格拉布斯准则的 $g(n, \alpha)$ 值。
- (4) 若 $|v_i|_{\max} > g(n, \alpha) S_x$, 则认为 x_i 是含有粗大误差的数据而剔除, 否则应保留。
- (5) 舍弃某一含有粗大误差的数据后, 还应该用同样的方法检查是否还有应剔除的数据。

表 1.4.1 格拉布斯准则 $g(n, \alpha)$ 数值表

n	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.05$	n	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.05$	n	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.05$
3	1.15	1.15	12	2.25	2.29	21	2.91	2.58
4	1.49	1.46	13	2.61	2.33	22	2.94	2.60
5	1.75	1.67	14	2.66	2.37	23	2.96	2.62
6	1.91	1.82	15	2.70	2.41	24	2.99	2.64
7	2.10	1.94	16	2.74	2.44	25	3.01	2.66
8	2.22	2.03	17	2.78	2.47	30	3.10	2.74
9	2.32	2.11	18	2.82	2.50	35	3.18	2.81
10	2.41	2.18	19	2.85	2.53	40	3.24	2.87
11	2.48	2.24	20	2.88	2.56	50	3.34	2.96

2. 标准不确定度的评定

用标准偏差表示的测量不确定度称为标准不确定度。按其数值评定方法的不同,可分为 A 类和 B 类标准不确定度。

(1) A 类标准不确定度评定。

A 类标准不确定度,由统计分析方法评定。假设对某一物理量 x 作 n 次独立重复测量,其测量值中没有粗大误差,由贝塞尔公式知,测量值的标准偏差为:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.4.1)$$

则测量值算术平均值 $\bar{x}$ 的标准差为:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1.4.2)$$

这就是 A 类标准不确定度的评定分量,其自由度 $\nu = n - 1$ 。

(2) B 类标准不确定度评定。

它是用非统计分析的其他方法评定的。对于那些未能进行多次重复测量的情况,显然不能进行统计处理,这时要利用被测量可能变化的信息进行科学判断。大致有以下几种情况。

① 根据检定证书、校准证书或其他资料已知 $U(x_i)$ 及包含因子 k , 则 x_i 的标准不确定度为:

$$u(x_i) = \frac{U(x_i)}{k} \quad (1.4.3)$$

② 根据检定证书、校准证书或其他资料已知 $U_p(x_i)$, 但相应的 k 未知, 此时 k 与 x_i 的分布有关。此时除非另有说明, 否则一般均按正态分布考虑。由《测量不确定度评定与表示》(JJF 1059—1999) 可得到 k , 则 x_i 的标准不确定度为:

$$u(x_i) = \frac{U_p(x_i)}{k} \quad (1.4.4)$$