

冲刺金牌奥林匹克竞赛丛书



最新

国际国内

物 理

奥林匹克竞赛优化解题



总 主 编 严 军  
本 书 主 编 殷 实



吉林教育出版社





冲刺金牌奥林匹克竞赛丛书



最新

国际国内

物理

奥林匹克竞赛优化解题

题典

总主编	严军				
本书主编	殷实				
副主编	沙振舜	刘国钧			
撰稿	王德飞	石长盛	刘国钧	李大志	
	沙振舜	钱云才	殷实		

吉林教育出版社



**最新国际国内物理奥林匹克竞赛优化解题题典** 殷 实 主编

---

**责任编辑** 王世斌      **责任校对** 卢海春      **装帧设计** 石 芳

---

**出版** 吉林教育出版社 (长春市同志街 1997 号 邮编 130021)

**发行** 吉林教育出版社

**印刷** 南京通达彩印有限公司

---

**开本** 880 × 1230 毫米 32 开本 27.25 印张 **字数** 818 千字

**版次** 2008 年 9 月第 1 版第 4 次印刷

**印数** 1 - 3000 册

**书号** ISBN 978 - 7 - 5383 - 4354 - 0

**定价** 48.00 元

---

## 结识名教练

# 奥赛题典

### 主编简介



#### 殷实

东南大学物理系教授。长期从事物理课程的教学及相关研究工作,曾任东南大学物理系物理教研室主任,第十四届江苏省物理奥赛竞委会副主任,现任物理教研室副主任、兼任

全国成人教育研究会物理学科委员会副主任委员、教育部物理课程委员会华东协作区成员、南京市物理学会理事等职。

先后在国内核心刊物上发表论文近 30 篇,主编、副主编、参编教材和著作十四部,其中主编有关奥赛方面教材、著作有 6 部(本)。有丰富的教学科研经历,在培养拔尖人才和物理竞赛方面有一套独特且行之有效的方法。



\*\*\*\*\*

国际物理奥赛是以中学内容为主并向大学内容延伸、以中学生为参赛对象的国际性学科竞赛。首届国际物理奥赛始于1967年,在波兰华沙举行,至今已举办了36届。在此期间参赛规模不断扩大,近年来每年均有50多个国家派队参赛,成为全世界有天赋的对物理有浓厚兴趣的优秀青少年的竞技赛场,也成为一个国家展示自己基础教育水平的舞台,如同国际体育奥赛一样,已深深地扎根于广大青少年的心田之中。

我国的学科竞赛活动最早始于上个世纪50年代,但全国性的物理竞赛始于改革开放后的1984年,至今已举办了22届,全国性各级参赛人数累计300余万人,并于1986年首次派队参加了在英国伦敦举行的第17届国际物理奥赛。由于该项活动的蓬勃开展,20年来取得了累累硕果,除了向高等学校输送了一大批有天赋有特长的优秀青年外,还在国际物理奥赛中取得了骄人的成绩。据统计,从1986年到2005年我国共派出选手93名,全部获奖,其中金牌62块,银牌20块,铜牌9块,表扬奖2个。特别是在第22届(1991年古巴哈瓦那)、第23届(1992年芬兰赫尔辛基)、第26届(1995年澳大利亚堪培拉)、第27届(1996年挪威奥斯陆)、第29届(1998年冰岛雷克亚未克)、第31届(2000年英国莱斯特)和第35届(2004年韩国),第36届(2005年西班牙萨拉曼卡)我国参赛的5名选手全部获得金牌,取得了令世人瞩目的优异成绩,充分展示了我中华学子的勤奋与智慧,也证明了改革开放后中国的基础教育在国际上处于领先地位。

我国举行物理奥赛的目的是促使中学生提高学习物理的主动性和兴趣,改进学习方法,提高学习能力。学科竞赛一方面承认不同个体对不同学科在学习能力和兴趣上的差异,不强求全体学生参加而增加学习负担,同时又为那些对某个学科有特殊兴趣和学习才能的学生提供了一个新的学习场所。学科竞赛活动在培养个人特长、开发个人潜能、造就拔尖人才方面具有独特作用。值得注意的是,各种学科竞赛活动的蓬勃开展和深入发展已对我国的基础教育改革和发展起到了强有力的

推动作用,当前各种学科竞赛和各类兴趣小组已成为素质教育和创新能力培养的一个重要途径.在各级学科竞赛中涌现出来的优秀青少年已成为高一级学校招生录取的重要对象,它们纷纷出台了一系列政策来吸引这批人才,这为今后各种学科竞赛活动的发展注入了强大的推动力.可以预言,我国的各类各级学科竞赛在素质教育和创新教育的大方向下会更加健康深入地向前发展.

物理学是一门理论与实验紧密结合的重要基础学科.它不但自身有着广泛的应用而且能对其他学科发展有着巨大推动力,20世纪科技发展史已经证明了这一点.此外物理学的基础作用还表现在它能培育和<sub>和</sub>提高今后现代科技人才在其青年时代所必备的思维能力、动手能力和创造能力,因此物理学习在素质教育中有着一种其他学科不可替代的独特作用.学好物理能帮助提高观察自然世界的能力,用创新的思维来思考问题,并能动手去解决实际问题.因此国际物理奥赛历来非常注重参赛选手能以物理学基本原理和物理学丰富多彩的思维方法来探索我们身边的各种自然现象和现代工程实际问题,可以说国际奥赛试题具有明显的实践性、综合性和挑战性,它对国内物理竞赛活动起到一种导向作用.近年来全国中学生物理复赛和决赛试题已开始与国际物理奥赛接轨,试题更加注重考察学生的观察分析能力、综合各种知识灵活运用的能力、动手和解决实际问题的能力,这也可以说是今后物理学科竞赛的一大趋势.

本书就是在这一形势下奉献给广大读者的,它收集了1993~2006年全国物理竞赛(包括预赛、复赛和决赛)和国际物理奥赛的所有试题,考虑今后素质教育对人才培养的要求、物理竞赛活动的发展趋势以及造就拔尖人才和为高等学校培养大批优秀人才的双重任务,本书在编写上力求做到以下几点:

1. 全书分为理论篇和实验篇.理论篇中的章节内容以学科内容划分,而实验篇则完全以实验类型和研究方法划分.在理论篇中突出综合性,如力学综合、电磁学综合和热学综合各单独列为一节.对明显具有实践性的试题,用自然、技术与前沿为名也列为一节,以期引起读者的注意.全书中试题分别以内容(篇、章、节)、题型(选择、填充、计算)、难度(铜牌、银牌、金牌)和年份排序,以利读者阅读和体会.

2. 为考虑物理知识和研究方法的覆盖面,同时考虑高考物理的需要,本书还补充了少量好题,以竞赛训练题为名罗列其中.这部分题目在难度上与历届高考中的难题相当,与全国物理预赛题和部分复赛题构成一个物理基础训练的平台,一方面为拔尖人才培养打下坚实基础,同时也为即将冲刺高考的莘莘学子提供一个训练提高的营地.

3. 学好物理应以理解为基础,以分析为过程.物理学习本身就是以培养思维能力为目的深层次的认知活动,基于这一点,本书对其中每道题在解答之前都做了分析,对少量试题解答之后又作了一些讨论.其目的就是帮助青少年读者构建物理图象.分析过程特点和点拨学习方法.言简意赅,能给读者带来事半功倍的效果.这是本书与其他题集的不同之处,期盼能成为本书一个亮点.

本书是编者在编写题解方面的一种新的尝试,不足之处在所难免,恳请广大读者不吝指正.



主编寄语 ..... 殷 实



第

一

编

理论部分

### 第一章 力学

- ◆第一节 运动学 ..... (2)
- ◆第二节 静力学 ..... (18)
- ◆第三节 动力学 ..... (51)
- ◆第四节 动量与能量 ..... (86)
- ◆第五节 流体力学 ..... (128)
- ◆第六节 振动、波动和声 ..... (135)
- ◆第七节 力学综合 ..... (167)

### 第二章 热学

- ◆第一节 气体和气态方程 ..... (215)
- ◆第二节 热力学第一定律 ..... (229)
- ◆第三节 物性与热传递 ..... (236)
- ◆第四节 热学综合 ..... (251)

### 第三章 电磁学

- ◆第一节 静电场 ..... (288)
- ◆第二节 稳恒电流 ..... (344)
- ◆第三节 磁场 ..... (371)
- ◆第四节 电磁感应 ..... (406)



◆第五节 交变电流 .....	(427)
◆第六节 电磁振荡和电磁波 非线性电路 .....	(434)
◆第七节 电磁学综合 .....	(449)

#### 第四章 光学

◆第一节 几何光学 .....	(495)
◆第二节 波动光学 光的本性 .....	(560)

#### 第五章 原子和原子核

◆第一节 原子 .....	(573)
◆第二节 原子核 .....	(580)

#### 第六章 其他

◆第一节 物理学史和当代科技报道 .....	(598)
◆第二节 自然、技术与前沿 .....	(600)



## 第二编

### 实验部分

第一章 测定型题 .....	(664)
第二章 墨盒问题 .....	(717)
第三章 研究型题 .....	(745)

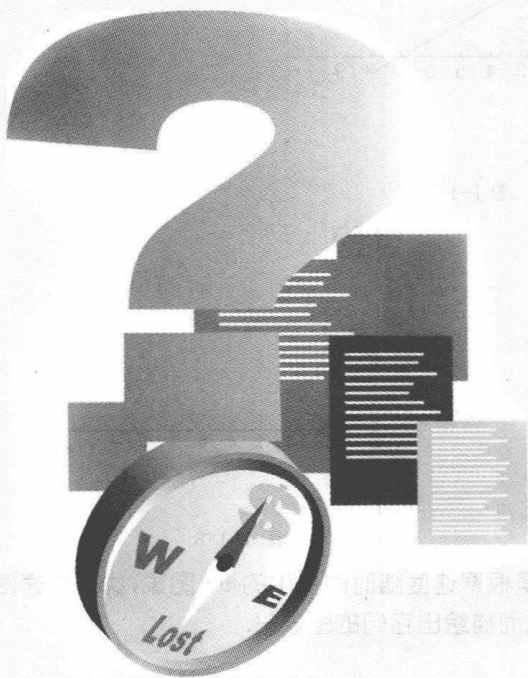
## 附 录

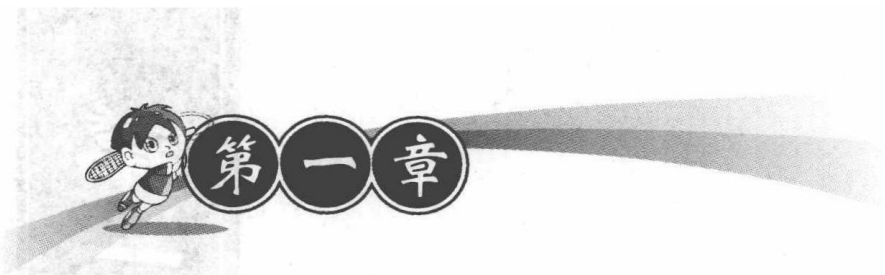
物理常数和普适数据表 .....	(837)
全国中学生物理竞赛内容提要 .....	(838)
诺贝尔物理学奖简介(或大事年表) .....	(845)
关于全国中学生物理竞赛实验考试、命题的若干 规定 .....	(855)
全国中学生物理竞赛章程 .....	(857)
第1~22届全国中学生物理竞赛基本情况 .....	(861)
我国参加国际物理奥林匹克竞赛情况 .....	(862)

# 第一编



## 理论部分





# 力 学

## 第一节 运 动 学

**例 1** (1997·全国物理预赛题) 一质点沿  $x$  轴做直线运动, 其速度  $v$  随时间  $t$  的变化关系如图 1-1-1 所示. 设  $t=0$  时, 质点位于坐标原点处. 试根据  $v-t$  图象分别在图 1-1-2 及图 1-1-3 中尽可能准确地画出:

- (1) 表示质点运动的加速度  $a$  随时间  $t$  变化关系的  $a-t$  图;
- (2) 表示质点运动的位移  $x$  随时间  $t$  变化关系的  $x-t$  图.

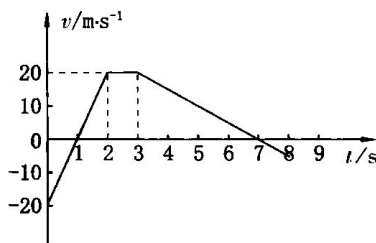


图 1-1-1

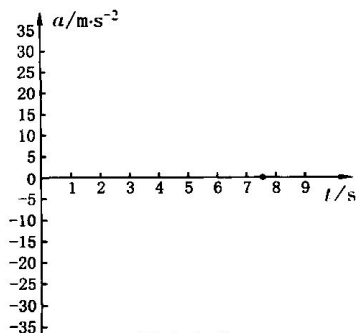


图 1-1-2

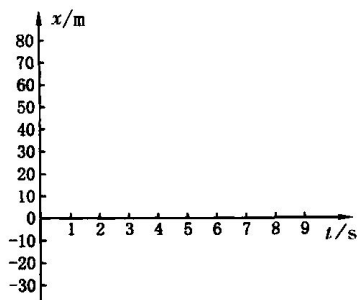


图 1-1-3

**【分析】** 图象转换的主要依据是根据速度随时间变化的  $v-t$  图象, 找出加速度  $a$ 、位移  $x$  随时间变化的函数关系, 从而描绘出它们的图象来.



**【解】** 由图 1-1-1 知,质点在 0~2 s 内加速度保持不变,其值  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 20 \text{ m/s}^2$ , 做匀变速直线运动,这段时间内位移满足  $s = -20t + 10t^2$ ; 在 2 s~3 s 内,物体做匀速运动,加速度为零,位移  $s = 20(t-2)$ ; 在 3 s~8 s 内,物体的加速度和前 2 s 方向相反,  $a = -5 \text{ m/s}^2$ , 位移  $s = 20(t-3) - 2.5(t-3)^2 + 20$ . 据此可分别画出  $a-t$  图象和  $x-t$  图象. 如图 1-1-4 和图 1-1-5 所示.

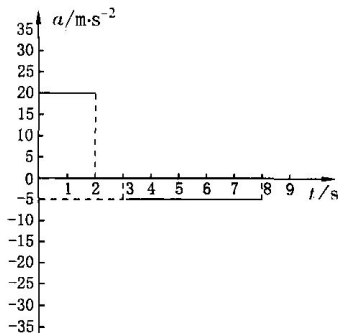


图 1-1-4

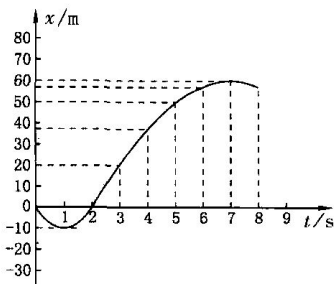


图 1-1-5

**题 2** (1998·全国物理预赛题) 下雨时,雨点竖直下落到地面,其速度为  $10 \text{ m/s}$ . 若在地面上放一横截面积为  $80 \text{ cm}^2$ 、高为  $10 \text{ cm}$  的圆柱形量筒,则经  $30 \text{ min}$ ,筒内接得雨水水面高度为  $1 \text{ cm}$ . 现因风的影响,雨水下落时偏斜  $30^\circ$ ,若用同样的量筒接得雨水量与无风时相同,则所需时间为  $\underline{\hspace{2cm}}$  min.

**【分析】** 求解关键在于:单位时间落在量筒内雨量等价于以雨对筒的速度为边长,量筒截面为底面的斜柱体内的雨滴数.

**【解】** 30.

由题 1 求解可知,风的影响不能改变雨竖直下落的速度,同样的量筒接得相同的雨水量,所需时间必然与无风时相同,即仍需  $30 \text{ min}$ .

**题 3** (2005·全国物理复赛题) 两辆汽车 A 与 B,在  $t=0$  时从十字路口 O 处分别以速度  $v_A$  和  $v_B$  沿水平的、相互正交的公路匀速前进,如图 1-1-6 所示. 汽车 A 持续地以固定的频率  $\nu_0$  鸣笛,求在任意时刻  $t$  汽车 B 的司机所检测到的笛声频率. 已知声速为  $u$ ,且当然有  $u > v_A, v_B$ .

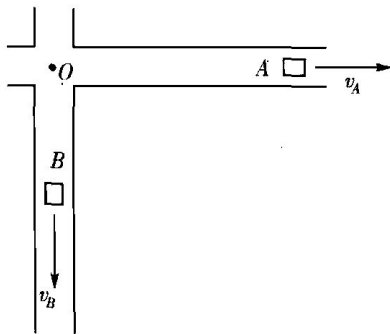


图 1-1-6

**【分析】** 此题实质为匀速运动位移问题,关键是正确运用 A、B 两车位置的几何关系.

**【解】** 如图 1-1-7 所示,  $t$  时刻汽车 B 位于  $B(t)$  处,距 O 点的距离为  $v_B t$ . 此时传播到汽车 B 的笛声不是  $t$  时刻而是较早时刻  $t_1$  由 A 车发出的. 汽车 A 发出此笛声时位于  $A(t_1)$  处,距 O 点的距离为  $v_A t_1$ . 此笛声由发出点到接收点 ( $t$  时刻 B 车所在点) 所传播的路程为  $u(t-t_1)$ , 由几何关系



可知

$$(v_B t)^2 + (v_A t_1)^2 = [u(t - t_1)]^2. \quad (1)$$

$$\text{即 } (u^2 - v_A^2)t_1^2 - 2u^2 t t_1 + (u^2 - v_B^2)t^2 = 0.$$

这是以  $t_1$  为变量的一元二次方程, 其解为

$$t_1 = \left( \frac{u^2 \pm \sqrt{u^2(v_A^2 + v_B^2) - v_A^2 v_B^2}}{u^2 - v_A^2} \right) t.$$

由于  $u^2 > u^2 - v_A^2$ , 但  $t_1 < t$ , 所以上式中只能取

减号

$$t_1 = \frac{u^2 - \sqrt{u^2(v_A^2 + v_B^2) - v_A^2 v_B^2}}{u^2 - v_A^2} t. \quad (2)$$

由②式可知汽车 A 在时刻  $t_1$  发出的声波的一个确定相位的波面将在时刻  $t$  传到汽车 B 处, 而  $t_1$  与  $t$  成正比. 经过时间  $\frac{1}{v_0}$ , 在时刻  $t_1 + \frac{1}{v_0}$  汽车 A 发出的同样相位的波面应在时刻  $t'$  传到汽车 B 处, 由②式有

$$t_1 + \frac{1}{v_0} = \frac{u^2 - \sqrt{u^2(v_A^2 + v_B^2) - v_A^2 v_B^2}}{u^2 - v_A^2} t'. \quad (3)$$

$t' - t$  就是汽车 B 接收到的声波的相位相同的两个波面所经历的时间, 即汽车 B 接收到的笛声的频率

$$\nu = \frac{1}{t' - t}. \quad (4)$$

由②③④式得 
$$\nu = \frac{u^2 - \sqrt{u^2(v_A^2 + v_B^2) - v_A^2 v_B^2}}{u^2 - v_A^2} v_0.$$

**例 4** (1995·全国物理预赛题) 放映电影时, 看到影片中的一辆马车从静止起, 逐渐加快, 在某一时刻车轮开始倒转. 已知电影放映机的速率是每秒 30 幅画面, 车轮的半径是 0.6 m, 有 12 根辐条. 车轮开始倒转时马车的瞬时速度是  $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**【分析】** 车轮倒转的条件是, 在连续两幅画面时间间隔为  $\frac{1}{30} \text{ s}$  内, 轮转过的角度超过辐条间的夹角的一半.

**【解】** 设车轮初始状态如图 1-1-8(a) 所示, 当车轮转速较小时,  $\frac{1}{30} \text{ s}$  内转过的角度较小, 辐条从  $a, b, c$  位置转至  $a', b', c'$  位置, 如图 1-1-8(b) 所示. 人的视角感觉到辐条从  $a$  转至  $a'$  中, 与原来位置  $a$  之间的夹角在增大, 这时人就觉得车轮正转, 随车轮的转速增大, 看到车轮越转越快. 当车轮的转速增大到某一值以后,  $\frac{1}{30} \text{ s}$  内转过的角度较大时, 辐条从  $a, b, c$  位置转至  $a'', b'', c''$  位置, 如图 1-1-8(c) 所示, 此时人的视角不能判断出辐条从  $a$  转至  $a''$ , 认为好像是辐条从  $a$  转至  $c''$  (此时  $c''$  离  $a$  较近) 处, 感觉到辐条  $c''$  与原来位置  $a$  之间的夹角在减小, 从而使人觉得轮倒转. 由此可知, 相邻两根辐条间夹角  $\theta = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ . 在  $\frac{1}{30} \text{ s}$  内, 当辐条转  $\frac{1}{2}\theta$  时, 轮开始倒转, 此时车轮的速度

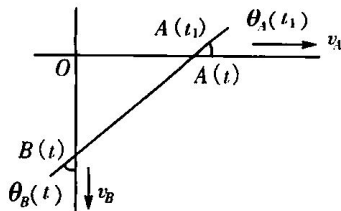


图 1-1-7



$$v = \omega r = \frac{\theta/2}{1/30} r = \frac{1/2 \times \pi/6}{1/30} \times 0.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1.5\pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 4.71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

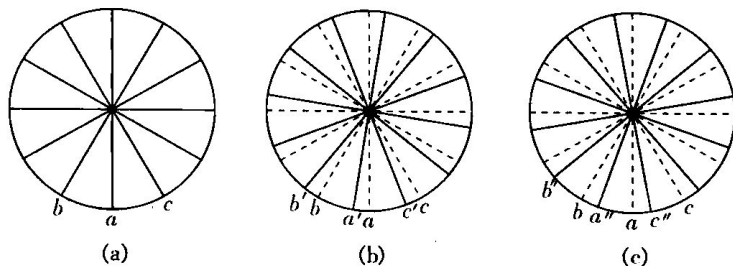


图 1-1-8

**题 5** (1989·全国物理预赛题) 有一只狐狸以不变速度  $v_1$  沿着直线  $AB$  逃跑, 一猎犬以不变的速率  $v_2$  追击, 其运动方向始终对准狐狸. 某时刻狐狸在  $F$  处, 猎犬在  $D$  处,  $FD \perp AB$ , 且  $FD=L$  (图 1-1-9), 试求此时猎犬的加速度的大小.

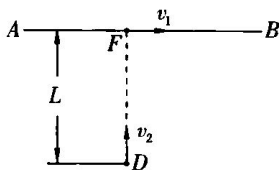


图 1-1-9

**【分析】** 猎犬以不变的速率始终对着狐狸追击, 表明猎犬运动的方向时刻在变化, 猎犬的加速度就是其方向变化而引起的向心加速度, 为求这个加速度, 可根据猎犬在  $D$  点任意短的时间里转过的角度与狐狸对  $D$  点所张的角度近似相等求得.

**【解】** 猎犬做匀速率曲线运动, 其加速度的大小与方向在不断改变. 在所求时刻开始的一段很短的时间  $\Delta t$  内, 猎犬运动的轨迹可近似看做是一段圆弧, 设其半径为  $R$ , 则加速度是

$$a = \frac{v_2^2}{R}.$$

其方向与速度的方向垂直. 如图 1-1-10 所示, 在  $\Delta t$  时间内, 设狐狸与猎犬分别到达  $F'$  与  $D'$ , 猎犬的速度方向转过的角度为

$$\alpha = \frac{v_2 \Delta t}{R}.$$

而狐狸跑过的距离是

$$v_1 \Delta t \approx \alpha L. (\Delta t \text{ 越小, 此式越精确})$$

因而

$$\frac{v_2 \Delta t}{R} = \frac{v_1 \Delta t}{L}.$$

$$R = \frac{L v_2}{v_1}.$$

$$a = \frac{v_2^2}{R} = \frac{v_1 v_2}{L}.$$

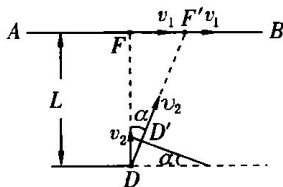


图 1-1-10



**题 6** (1990~1991·英国物理竞赛题) 一个喷水池的喷头以相同的速率喷出大量水射流, 这些水射流以与地面成  $0\sim 90^\circ$  的所有角喷出, 如图 1-1-11 所示. 竖直射流最高可高达 2.0 m, 取  $g=10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . 计算射流在水池中落点所覆盖的圆的半径.

**【分析】** 题中所求实际上是水射流在  $0\sim 90^\circ$  范围内喷出时, 以多大角度喷出的水射流的射程最远.

**【解】** 先求射流的出口速率  $u$ . 考虑竖直射流, 它在加速度为  $-g$  的情况下升高 2.0 m. 则

$$u^2 = v^2 + 2gs = 2gs.$$

若一射流的初速度为  $(u_x, u_y)$ , 则

$$\text{射流飞行时间为} \quad t = 2 \frac{u_y}{g}.$$

$$\text{飞行的水平距离为} \quad r = u_x t = 2 \frac{u_x u_y}{g} = 2 \frac{u^2 \sin\theta \cos\theta}{g}.$$

上式可知, 与  $45^\circ$  角对应的射流落地处最远, 其最大半径为

$$r = \frac{2u^2 (1/\sqrt{2})(1/\sqrt{2})}{g} = \frac{u^2}{g} = 4.0\text{ m}.$$

即射流落点所覆盖的圆的半径是 4.0 m.

**题 7** (1994·全国物理预赛题) 顶杆 AB 可在竖直滑槽 K 内滑动, 其下端由凸轮 M 推动, 凸轮绕 O 轴以匀角速度  $\omega$  转动, 如图 1-1-12 所示, 在图示的瞬时,  $OA=r$ , 凸轮轮缘与 A 接触处法线  $n$  与 OA 之间的夹角为  $\alpha$ , 试求此瞬时顶杆 AB 的速度.

**【分析】** 速度求解通常有两条基本思路: 一是根据定义; 二是应用速度合成原理. 前者求解关键是质点的空间位置关系要弄清, 后者是描述速度的参照物要明确.

**【解】** 方法 1: 根据定义求解.

$t$  时刻顶杆与凸轮的接触点为 A, 经  $\Delta t$  时间, 即  $t+\Delta t$  时刻, 接触点为凸轮上的  $A'$  点 (在  $\Delta t$  时间内凸轮转过  $\Delta\theta$  角), 如图 1-1-13 所示, 则

$$\Delta r = r(t+\Delta t) - r(t) = r\Delta\theta \cdot \tan\alpha.$$

因此, 有

$$v_A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tan\alpha = r\omega \tan\alpha.$$

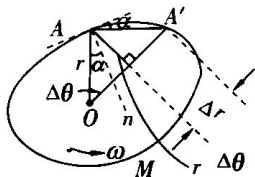


图 1-1-13

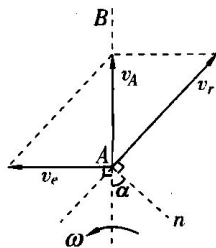


图 1-1-14

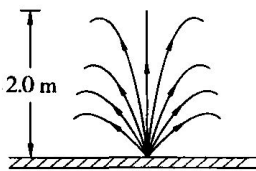


图 1-1-11

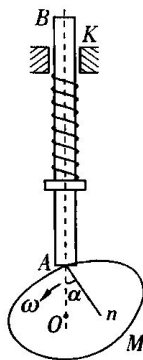


图 1-1-12



方法 2:应用速度合成原理求解.

取动坐标系固连在凸轮上,定坐标系固连在滑槽  $K$  上,动点  $A$  (也就是顶杆  $AB$ ) 相对定坐标系的运动是竖直的直线运动,动点  $A$  相对动坐标系的轨迹就是凸轮的轮廓线.因此,动点  $A$  对定坐标系的速度  $v_A$ 、动点对动坐标系的速度  $v_r$  和动坐标系上与动点  $A$  重合点的速度  $v_c$  三者,根据相对运动的速度关系应组成三角形,见图 1-1-14,因此有

$$v_A = v_c \cdot \tan\alpha = r\omega \tan\alpha.$$

**题 8 (竞赛训练题)** 如图 1-1-15 所示,地面上有一固定的球面,球面的斜上方  $P$  处有一质点.现要确定一条从  $P$  到球面的光滑斜面轨道,使质点从静止开始沿轨道滑行到球面上所经时间最短.

**【分析】** 此题求解的关键是:根据点从竖直圆的顶点开始,沿圆内任一弦下滑,经历的时间都相等这一结论,找到一个顶点是  $P$  且与固定球面相切的球面  $M$ ,这样质点从  $P$  点与两球切点连线的弦上下滑所经历的时间就最短.(质点沿其他弦下滑时,经历的时间除沿弦下滑的时间外,还要再加上从球面  $M$  到固定球面的一段时间)

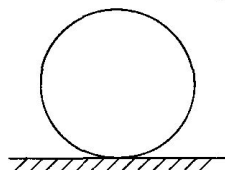


图 1-1-15

**【解】** 先证明这样一个问题:设地面附近有一空心球,顶点  $P$  上有众多的光滑斜直轨道与球面上其他点相连,试证明质点从  $P$  点自静止出发经任一轨道再到达球面所需时间相同.

**证明:**如图 1-1-16 所示,取任一与水平线夹角为  $\phi$  的轨道  $PQ$ ,其长为

$$l = 2R \sin\phi.$$

此处  $R$  为球半径.质点沿  $PQ$  轨道下滑的加速度为  $g \sin\phi$ ,因此从  $P$  到  $Q$  所需时间为

$$t = \sqrt{\frac{2l}{g \sin\phi}} = 2\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

该  $t$  与轨道参量  $\phi$  无关,故任一轨道对应时间相同.

根据上述结论,本题只要以  $P$  点为顶点作一球面,使其与题中固定球面相切,从  $P$  点到切点  $Q$  的光滑斜直轨道为所求.下面给出的是过  $P$  且与固定球面相切的球面的作法:

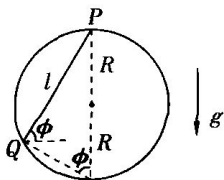


图 1-1-16

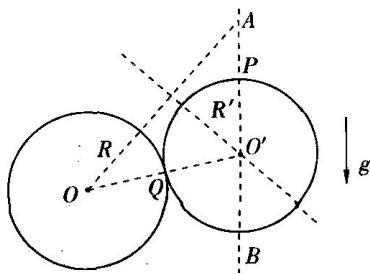


图 1-1-17





图 1-1-17 所示,原球面球心记为  $O$ ,半径记为  $R$ .设  $O, P$  所在竖直平面即为图示的纸平面,在该竖直面上过  $P$  点作一条竖直线  $AB$ ,且使  $PA$  长等于  $R$ .连结  $O, A$  两点,作直线段  $OA$  的中垂线,此中垂线与  $AB$  的交点  $O'$  即为待作新球面的球心,  $O'$  到  $P$  点的距离取为新球面的半径  $R'$ .这样作出的新球面  $O'$  与原球面  $O$  相切于  $Q$  点,  $P$  到  $Q$  的光滑斜直线轨道即为所求.

**题 9** (1992·全国物理决赛题) 在仰角  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  的雪坡上举行跳台滑雪比赛(如图 1-1-18).运动员从坡上方  $A$  点开始下滑.到起跳点  $O$  时借助设备和技巧,保持在该点的速率而以与水平成  $\theta$  角的方向起跳,最后落在坡上  $B$  点,坡上  $OB$  两点距离  $L$  为此项运动的记录.已知  $A$  点高于  $O$  点  $h = 50$  m.忽略各种阻力和摩擦,求最远可跳多少米?此时起跳角为多少?

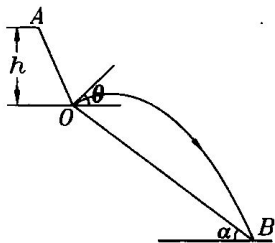


图 1-1-18

**【分析】** 运动员起跳后落到坡上前做抛体运动,据此找到坡上  $OB$  两点距离  $L$  与起跳角  $\theta$  的函数关系,进而求出其极值来.

**【解】** 建立坐标系如图 1-1-19.运动员在  $t=0$  时,从  $O$  点以速度  $v$  起跳,  $v$  的大小可由机械能守恒定律求得

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh.$$

起跳后做斜抛运动,设  $t$  时刻落到坡面  $B$  处,则此时坐标为

$$x = vt \cos \theta,$$

$$y = vt \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2.$$

它们须满足坡面方程

$$y = -\tan \alpha \cdot x.$$

由以上三方程解得

$$\frac{1}{2}gt \frac{t - 2v(\tan \alpha \cos \theta + \sin \theta)}{g} = 0.$$

$t=0$  不合题意,故知落地时刻为

$$t = 2v \frac{\tan \alpha \cos \theta + \sin \theta}{g} = \frac{2v \sin(\alpha + \theta)}{g \cos \alpha}.$$

而着地点  $B$  的  $x$  坐标为

$$x = 2v^2 \frac{\cos \theta \sin(\alpha + \theta)}{g \cos \alpha}.$$

坡面  $OB$  距离与起跳角  $\theta$  的关系为

$$L(\theta) = \frac{x}{\cos \alpha} = \frac{2v^2 \cos \theta \sin(\theta + \alpha)}{g \cos^2 \alpha} = v^2 \frac{\sin(2\theta + \alpha) + \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}.$$

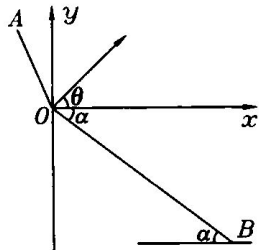


图 1-1-19