丁 菁 编著

专项大过关

高中数学
三角与平面向量

华东师范大学出版社

专项大过关

高中数学
三角与平面向量

丁 菁 编著

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

专项大过关.高中数学.三角与平面向量/丁菁编著.—上海:华东师范大学出版社,2010.11
ISBN 978-7-5617-7019-1

Ⅰ.①专… Ⅱ.①丁… Ⅲ.①数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第227167号

专项大过关
高中数学　三角与平面向量

编　著　丁　菁
项目编辑　徐红瑾
组稿编辑　王元兴
审读编辑　潘　钢
装帧设计　黄惠敏

出版发行　华东师范大学出版社
社　址　上海市中山北路3663号　邮编200062
网　址　www.ecnupress.com.cn
电　话　021-60821666　行政传真021-62572105
客服电话　021-62865537　门市(邮购)电话021-62869887
地　址　上海市中山北路3663号华东师范大学校内先锋路口
网　店　http://ecnup.taobao.com/

印刷者　江苏句容排印厂
开　本　720×965　16开
印　张　8.75
字　数　151千字
版　次　2011年4月第一版
印　次　2011年8月第二次
书　号　ISBN 978-7-5617-7019-1/G·3516
定　价　16.00元

出版人　朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话021-62865537联系)

序

掌握科学的学习方法，学习效率就会大大提高。高效学习的关键在于针对学习中需要弥补和提高的内容进行专项突破。何谓专项？专项是指有内在联系的知识模块。能力欠缺的学生通常表现为在某一模块存在不足。当找到自己存在的问题后，就可以在这些方面进行强化。这时，一套精心编写的讲练结合的专项丛书一定会是你学习中的良师益友。

由华东师范大学出版社组织编写的《专项大过关》系列图书坚持“专项突破，轻松过关”的理念，涵盖初、高中语文、数学、英语、物理和化学5个学科。丛书依据课程标准，针对学习中的重点、难点、易错点、易混点，帮助学生扫清学习障碍，牢固掌握所学知识，提高解题技巧，提升学习能力，达到事半功倍的效果。

丛书特色主要体现在以下几方面：

1. 指向明确，紧跟学习需要

既可作为平时同步练习、复习使用，更能在中、高考冲刺阶段作为查漏补缺使用。

2. 作者权威，指导针对有效

作者均为长期耕耘在教学第一线的全国著名中学特、高级教师，他们有先进的教育理念和丰富的教学经验，对于中、高考有很深的研究。他们结合中、高考实际，精选近几年的中、高考真题进行讲解、分析、练习，有助于学生把握考试精神及发展趋势，为未来的复习应考指明方向。

3. 编排科学，不受教材版本限制

以教育部颁布的课程标准为编写依据，不受教材版本限制，按各学科知识内容编排，独立成册。不仅与教学要求相对应，更体现了知识的完整性、系统性和科学性，具有很强的通用性。

愿《专项大过关》成为你学习的好帮手，给你一个智慧的人生。

华东师范大学出版社教辅分社

content

目录

专题 1　三角函数的定义 1

§1.1　角的概念的推广 1

§1.2　弧度制 4

§1.3　任意角的三角函数 8

§1.4　同角三角函数关系 13

§1.5　三角函数的诱导公式 18

专题 2　三角函数的图象与性质 24

§2.1　三角函数的图象与性质(1) 24

§2.2　三角函数的图象与性质(2) 34

§2.3　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象 40

专题 3　平面向量 48

§3.1　向量的概念与线性运算 48

§3.2　平面向量的基本定理与坐标表示 54

§3.3　平面向量的数量积 58

§3.4　平面向量的应用 65

专题 4　三角恒等变换 72

§4.1　两角和与差的三角函数 72

§4.2　二倍角的三角函数 80

§4.3　三角恒等变换的综合应用 89

专题 5　三角高考热点问题剖析 98

参考答案 111

专题1

三角函数的定义

§1.1 角的概念的推广

【知识梳理】

1. 任意角的概念

角可以看做平面内一条射线绕着它的端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形.射线的端点称为角的顶点,射线旋转的开始位置和终止位置分别称为角的始边和终边. 按射线的旋转方向可将角分为正角和负角,若射线没有作任何旋转,我们称其为零角.

2. 象限角

以角的顶点为坐标原点,角的始边为 x 轴正半轴,建立平面直角坐标系.角的终边(除端点外)在第几象限就称这个角是第几象限角.如果角的终边在坐标轴上,称这个角为轴线角.

今后如果没有特别说明,就以角的顶点为原点、角的始边为 x 轴正半轴建立直角坐标系来研究角.

3. 终边相同的角

一般地,与角 α 终边相同的角的集合为 $\{\beta \mid \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha,\ k \in \mathbf{Z}\}$.

【分类举例】

例1 在0°到360°范围内,找出与下列各角终边相同的角,并判断它是哪个象限的角:

(1)650°;(2)-120°;(3)$-950^\circ15'$.

分析 在给定范围内求与角 α 终边相同的角,关键是找出适合的整数 k 的值,特别

是负角除以 360°，商是负数 k，$|k|$ 比通常除法的商大 1，使得余数在 0° 到 360° 范围内.

解 (1) 由于 $650^\circ=360^\circ+290^\circ$，

所以 290° 的角与 650° 的角终边相同，它是第四象限角.

(2) 由于 $-120^\circ=-360^\circ+240^\circ$，

所以 240° 的角与 -120° 的角终边相同，它是第三象限角.

(3) 由于 $-950^\circ15'=-3\times360^\circ+129^\circ45'$，

所以 $129^\circ45'$ 的角与 $-950^\circ15'$ 的角终边相同，它是第二象限角.

例 2 若 α 是第二象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第几象限的角？角 2α 的终边所在的位置呢？

分析 本题首先写出角 α 的范围，从而表示出 $\frac{\alpha}{2}$ 的范围，同时本题需要分类讨论.

解 由题意 $k\cdot360^\circ+90^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}$，所以 $k\cdot180^\circ+45^\circ<\frac{\alpha}{2}<k\cdot180^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}$.

(1) 当 $k=2m,m\in\mathbf{Z}$ 时，$2m\cdot180^\circ+45^\circ<\frac{\alpha}{2}<2m\cdot180^\circ+90^\circ,m\in\mathbf{Z}$，$\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角；

(2) 当 $k=2m+1,m\in\mathbf{Z}$ 时，$2m\cdot180^\circ+180^\circ+45^\circ<\frac{\alpha}{2}<2m\cdot180^\circ+180^\circ+90^\circ,m\in\mathbf{Z}$，即 $2m\cdot180^\circ+225^\circ<\frac{\alpha}{2}<2m\cdot180^\circ+270^\circ,m\in\mathbf{Z}$，$\frac{\alpha}{2}$ 是第三象限角.

综上，$\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角或第三象限角.

类似地，因为 $k\cdot360^\circ+90^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+180^\circ,k\in\mathbf{Z}$，所以 $k\cdot720^\circ+180^\circ<2\alpha<k\cdot720^\circ+360^\circ,k\in\mathbf{Z}$，即 $2k\cdot360^\circ+180^\circ<2\alpha<2k\cdot360^\circ+360^\circ,k\in\mathbf{Z}$，所以，$2\alpha$ 可能在第三、四象限或 y 轴负半轴上.

例 3 若角 α 的终边经过点 $P(-1,-\sqrt{3})$，写出角 α 的集合 A，并求集合 A 中绝对值最小的角.

分析 终边相同的角之间相差 360° 的整数倍，所以表示终边相同的角时，先写出 0° 到 360° 间满足条件的角，然后再加上 $k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}$. 由题意这个角是第三象限角，

不难得到满足题意的一个角为 $240°$.

解 $A=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 360°+240°, k\in \mathbf{Z}\}$，集合 A 中绝对值最小的角是 $-120°$.

基础训练

1. 把 $-2008°$ 化成 $\alpha+k\cdot 360°$ $(0°\leqslant\alpha<360°, k\in \mathbf{Z})$ 的形式为________.

2. 下列所给四个说法：

   ① $-75°$是第四象限角； ② $225°$是第三象限角；

   ③ $475°$是第二象限角； ④ $-315°$是第一象限角.

   其中正确的有________个.

3. 与 $-1880°$ 终边相同的最小正角是________.

4. 下列说法正确的是(　　).

   A. 第一象限角必是锐角 B. 终边相同的角必相等

   C. 相等的角终边相同 D. 不相等的角终边位置必不相同

5. 以下所给角与 $150°$ 角终边相同的是(　　).

   A. $-570°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$ B. $-150°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$

   C. $150°+(2k+1)\cdot 180°, k\in \mathbf{Z}$ D. $570°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}$

6. 与 $-21°$ 角终边相同，且在 $-360°\sim 720°$ 间的角是________.

7. 下列说法正确的是________.（填序号）

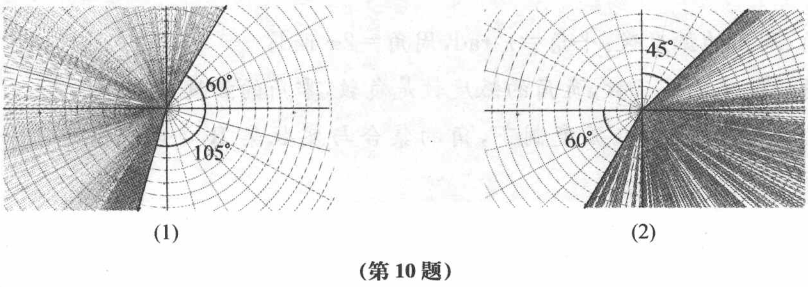
   ① 锐角是第一象限角 ② 第一象限的角都是锐角

   ③ 小于 $90°$ 的角是锐角 ④ 大于 $0°$ 且小于 $90°$ 的角是锐角

8. 若 α 是第二象限角，则 $180°-\alpha$ 是第________象限角.

9. 已知 α 为第三象限角，则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是____________.

10. 写出角的终边在图中阴影区域内的角的集合(不包括边界).



(第10题)

能力提高

11. (1) 若角 α 与角 β 的终边互为反向延长线,则 α 与 β 的关系是________;

(2) 若角 α 与角 β 的终边关于 x 轴对称,则 α 与 β 的关系是________;

(3) 若角 α 与角 β 的终边关于 y 轴对称,则 α 与 β 的关系是________.

12. 终边在坐标轴上的角 α 的集合是________________.

13. 若 β 的终边与 $60°$ 角的终边相同,在 $0°$ 到 $360°$ 范围内,终边与 $\frac{\beta}{3}$ 的终边相同的角为__________.

14. 若 A 是第二象限角,那么 $\frac{A}{2}$ 和 $90°-A$ 都不是(　　).

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

15. 已知 $A=\{$锐角$\}$,$B=\{$第一象限角$\}$,$C=\{$小于 $90°$ 的角$\}$.

求 $A\cup B$, $B\cap C$, $A\cup C$.

§1.2　弧　度　制

【知识梳理】

1. 弧度制

弧长与半径的比值大小只与角的大小有关,我们可以利用这个比值来度量角,这就是另一种度量角的制度——弧度制.

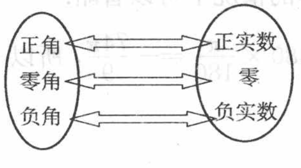
长度等于半径长的圆弧所对的圆心角称为 1 弧度角,记作 1 rad,读作 1 弧度,这种用弧度作单位来度量角的单位制称为弧度制.

说明:

(1) 平角、周角的弧度数:平角 $=\pi$ rad,周角 $=2\pi$ rad;

(2) 正角的弧度数是正数,负角的弧度数是负数,零角的弧度数是 0;

(3) 角的概念推广后,在弧度制下,角的集合与实数集 $\mathbf{R}$ 之间建立起一一对应的关系.



角的集合　　实数集 **R**

2. 弧度与角度的换算

$360^\circ = 2\pi\ \text{rad}$，$1^\circ = \dfrac{\pi}{180}\ \text{rad} \approx 0.01745\ \text{rad}$，$1\ \text{rad} = \dfrac{180}{\pi}$度 $\approx 57.30^\circ$.

说明：一些特殊角的度数与弧度数的对应值应熟练掌握，见下表.

角度	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
角度	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
弧度	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π	

3. 弧长与扇形面积计算公式

弧长公式：$l = |\alpha| r$；

扇形面积公式：当 $|\alpha| \leqslant 2\pi$ 时，圆心角为 α 的扇形面积是 $S = \dfrac{1}{2}rl = \dfrac{1}{2}|\alpha| r^2$.

【分类举例】

例 1　(1)把 $67^\circ30'$ 化成弧度；(2)把 $\dfrac{3}{5}\pi$ rad 化成度.

分析　利用度数 $\times \dfrac{\pi}{180} =$ 弧度数，弧度数 $\times \dfrac{180^\circ}{\pi} =$ 度数.

解　(1) $67^\circ30' = \left(67\dfrac{1}{2}\right)^\circ = \dfrac{\pi}{180}\ \text{rad} \times 67\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{8}\pi\ \text{rad}$；

(2) $\dfrac{3}{5}\pi\ \text{rad} = \dfrac{3}{5} \times 180^\circ = 108^\circ$.

例 2　把 -1480° 写成 $\alpha + 2k\pi\ (k \in \mathbf{Z})$ 的形式，其中 $0 \leqslant \alpha < 2\pi$.

分析　利用互化公式将 -1480° 化为弧度制. 弧度制是十进位制，角度制是 60 进

位制. 单位“rad”在不引起误解的情况下可以省略.

解 因为 $-1480^\circ=-1480\times\frac{\pi}{180}=-\frac{74\pi}{9}$，所以 $-1480^\circ=-10\pi+\frac{16\pi}{9}=2\times(-5)\pi+\frac{16\pi}{9}$.

例 3 扇形的弧长等于扇形所在圆的内接正三角形的边长，求圆心角的弧度数.

分析 由扇形弧长公式变形可得 $\alpha=\frac{l}{r}$.

解 设扇形的半径是 r，则扇形所在圆的内接正三角形的边长为 $\sqrt{3}r$，则弧长 $l=\sqrt{3}r$，所以 $\alpha=\frac{l}{r}=\sqrt{3}$.

例 4 若扇形的周长为 30，当它的半径和圆心角各取什么值时，才能使扇形的面积最大？最大面积是多少？

分析 要求扇形面积的最大值，应建立关于扇形面积的目标函数.

解 设扇形的圆心角为 α，半径为 r，面积为 S，弧长为 l.

因为 $l+2r=30$，所以 $l=30-2r$. $S=\frac{1}{2}l\cdot r=\frac{1}{2}(30-2r)\cdot r=-r^2+15r=-\left(r-\frac{15}{2}\right)^2+\frac{225}{4}$.

所以当半径 $r=\frac{15}{2}$ 时，扇形面积的最大值是 $\frac{225}{4}$，这时 $\alpha=\frac{l}{r}=2$ rad.

故当半径为 $\frac{15}{2}$，圆心角为 2 rad 时，扇形面积取到最大值是 $\frac{225}{4}$.

基础训练

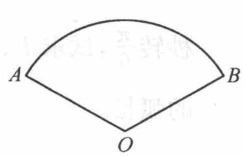
1. 4 弧度的角所在的象限为________.
2. 与 $-\frac{7\pi}{3}$ 终边相同的角中，最小的正角是________rad.
3. 时钟经过一小时，时针转过了________rad.
4. 与角 $\frac{2\pi}{3}$ 终边在同一条直线上的角的集合可表示为________.
5. 若 2 弧度的圆心角所对的弧长为 4 cm，则这个圆心角所夹的扇形面积是________.

6. 若1°的圆心角所对的弧长为1 m，这个圆的半径大约是________m.（精确到0.1 m）

7. 弧度制表示第一、三象限角的集合是____________________.

8. 圆的半径变为原来的$\frac{1}{2}$，而弧长不变，则该弧所对的圆心角是原来的________倍.

9. 已知扇形OAB的圆心角α为120°，半径长为6，则弧AB的长是________；扇形OAB的面积是________.



（第9题）

10. 把下列各角化成$\alpha+2k\pi$（$k\in\mathbf{Z}$，$0\leqslant\alpha<2\pi$）的形式.

(1)$\frac{16\pi}{3}$；(2)-1400°；(3)$\frac{11\pi}{7}$；(4)-17π.

11. 已知扇形周长为10 cm，面积为6 cm^2，求扇形中心角的弧度数.

12. 一个扇形的周长为20，问扇形的半径、圆心角各取何值时，此扇形的面积最大？

能力提高

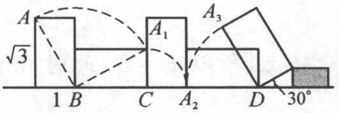
13. 设集合$M=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\middle|x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$，则下列说法正确的是（　　）.

A. $M\subseteq N$　　B. $M=N$　　C. $M\supseteq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

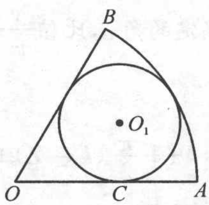
14. 已知2弧度的圆心角所对的弦长为2，那么这个圆心角所对弧的弧长为________.

15. 一个半径为R的扇形，它的周长是$4R$，则这个扇形所含弓形的面积是________.

16. 如图，一长为$\sqrt{3}$ m，宽1 m的长方形木块在桌面上作无滑动的翻滚，翻滚到第三面时被一小木板挡住，使木块底面与桌面成30°的角.求点A走过的路程的长.



（第16题）

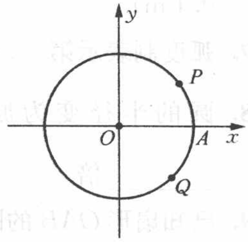


（第17题）

17. 如图，“十字形”公路的交叉处周围呈扇形形状，$\angle AOB=60^{\circ}$，弧$AB=100\pi$ m.

某市拟在这块扇形土地上修建一个圆形广场. 怎样设计才能使广场的占地面积最大,其值是多少?

18. 如图,圆心在原点、半径为 R 的圆交 x 轴正半轴于点 A,P、Q 是圆上的两个动点,它们同时从点 A 出发沿圆周作匀速运动. OP 逆时针方向每秒转 $\frac{\pi}{3}$, OQ 顺时针方向每秒转 $\frac{\pi}{6}$,试求 P、Q 出发后第五次相遇的位置及各自走过的弧长.



(第18题)

§1.3 任意角的三角函数

【知识梳理】

1. 任意角的三角函数

一般地,在平面直角坐标系中,设点 $P(x, y)$是任意角 α 的终边上的任意一点,点 P 与原点的距离 $r=\sqrt{x^2+y^2}$,规定:

(1) 比值$\frac{y}{r}$叫做α 的正弦,记作 $\sin\alpha$,即 $\sin\alpha=\frac{y}{r}$;

(2) 比值$\frac{x}{r}$叫做α 的余弦,记作 $\cos\alpha$,即 $\cos\alpha=\frac{x}{r}$;

(3) 比值$\frac{y}{x}$叫做α 的正切,记作 $\tan\alpha$,即 $\tan\alpha=\frac{y}{x}$.

如果没有特别说明,都认为角的顶点在原点,始边在 x 轴正半轴上.

说明:

(1) 对于确定的角 α,比值$\frac{y}{r}$和$\frac{x}{r}$都是唯一确定的,所以 $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ 都是角 α(弧度)的函数;

(2) 当 $\alpha=k\pi+\frac{\pi}{2}\ (k\in\mathbf{Z})$ 时,角 α 的终边在 y 轴上,所以 $x=0$,此时 $\tan\alpha$ 无意义,除此以外,对于确定的角 α $\left(\alpha\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\ (k\in\mathbf{Z})\right)$,比值$\frac{y}{x}$是唯一确定的,所以 $\tan\alpha$ 是角 α(弧度)的函数.

(3) 由于角的集合与实数集之间可以建立一一对应的关系，所以三角函数可以看成是实数为自变量的函数. 在弧度制下，正弦函数、余弦函数、正切函数的定义域如下表：

三角函数	定义域
$\sin\alpha$	$\mathbf{R}$
$\cos\alpha$	$\mathbf{R}$
$\tan\alpha$	$\left\{\alpha \middle\| \alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$

2. 三角函数的符号

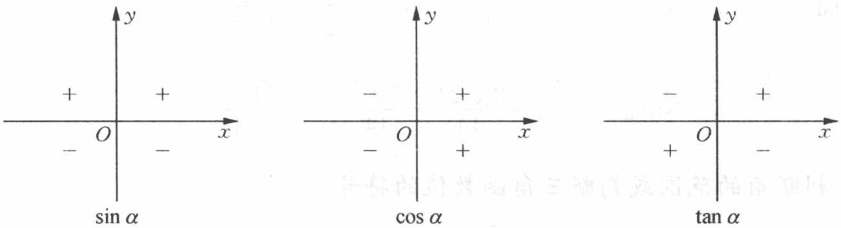


图1-1

3. 单位圆中的三角函数线

单位圆中的三角函数线，是三角函数的一种几何表示. 用三角函数线的数值来代替三角函数值，比由三角函数定义所规定的比值所得出三角函数值有时有优越性，因而三角函数线是讨论三角函数性质的一个重要工具.

【分类举例】

1. 求值问题

例1　已知角 α 的终边在直线 $y=3x$ 上，求 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$\tan\alpha$ 的值.

分析　在直线 $y=3x$ 上取一点，利用任意角三角函数定义计算.

解　① 若角 α 是第一象限角，在直线 $y=3x$ 上取点 $P(1, 3)$，则 $r=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

所以 $\sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\tan\alpha=\frac{3}{1}=3$；

② 若角 α 是第三象限角，在直线 $y=3x$ 上取点 $P(-1,-3)$，则 $r=\sqrt{(-1)^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$.

所以 $\sin\alpha=\dfrac{-3}{\sqrt{10}}=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，$\cos\alpha=\dfrac{-1}{\sqrt{10}}=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，$\tan\alpha=\dfrac{-3}{-1}=3$.

说明： 因为角的边是射线，所以要注意考虑终边可能在两个象限，分类讨论.

例 2 若 $P(x,3)$ 是角 α 终边上一点，且 $\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{5}$，求 $2\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值.

解 因为 $r=\sqrt{x^2+9}$，$\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{5}=\dfrac{3}{x}$，所以 $x=-5\sqrt{3}$，则 $r=2\sqrt{21}$，

从而 $$\sin\alpha=\frac{3}{2\sqrt{21}}=\frac{\sqrt{21}}{14},\ \cos\alpha=\frac{-5\sqrt{3}}{2\sqrt{21}}=-\frac{5\sqrt{7}}{14}.$$

故 $$2\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{2\sqrt{21}}{14}-\frac{5\sqrt{7}}{14}=\frac{2\sqrt{21}-5\sqrt{7}}{14}.$$

2. 判断角的范围或判断三角函数值的符号

例 3 求函数 $y=\dfrac{|\cos x|}{\cos x}+\dfrac{\tan x}{|\tan x|}$ 的值域.

解 因为 $\cos x\neq0$，所以 x 的终边不在 x 轴上，

又因为 $\tan x\neq0$，所以 x 的终边不在 y 轴上.

当 x 是第 Ⅰ 象限角时，$x>0$，$y>0$，$|\cos x|=\cos x$，$|\tan x|=\tan x$，则 $y=2$；

当 x 是第 Ⅱ 象限角时，$x<0$，$y>0$，$|\cos x|=-\cos x$，$|\tan x|=-\tan x$，则 $y=-2$；

当 x 是第 Ⅲ 象限角时，$x<0$，$y<0$，$|\cos x|=-\cos x$，$|\tan x|=\tan x$，则 $y=0$；

当 x 是第 Ⅳ 象限角时，$x>0$，$y<0$，$|\cos x|=\cos x$，$|\tan x|=-\tan x$，则 $y=0$.

说明： 三角函数值的符号是由三角函数的定义和各象限内点的坐标的符号导出.

例 4 利用三角函数线确定函数 $f(x)=\sqrt{\sin x-\dfrac{1}{2}}$ 的定义域.

解 由题意得，$\sin x\geqslant\frac{1}{2}$. 如图 1-2，$2k\pi+\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{5\pi}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$. 所以函数定义域是$\left[2k\pi+\frac{\pi}{6}, 2k\pi+\frac{5\pi}{6}\right]$，$k\in\mathbf{Z}$.

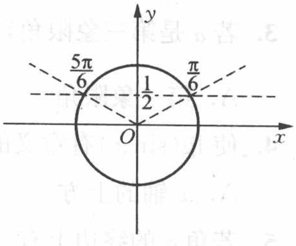


图 1-2

例 5 （1998 全国卷）已知点 $P(\sin\alpha-\cos\alpha, \tan\alpha)$在第一象限，则在$[0, 2\pi]$内 α 的取值范围是（　　）.

A. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)\cup\left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$　　B. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$

C. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)\cup\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$

分析 本题可以取特殊值验证排除错误答案，或者由 $\sin\alpha-\cos\alpha>0$ 及 $\tan\alpha>0$，借助单位圆中三角函数线求解.

解法一 $P(\sin\alpha-\cos\alpha, \tan\alpha)$在第一象限，有 $\tan\alpha>0$，A、C、D 中都存在使 $\tan\alpha<0$ 的 α，故答案为 B.

解法二 取 $\alpha=\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$，验证知 P 在第一象限，排除 A、C，取 $\alpha=\frac{5\pi}{6}\in\left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$，则 P 点不在第一象限，排除 D，故答案为 B.

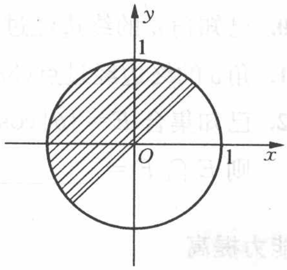


图 1-3

解法三 画出单位圆，如图 1-3，满足 $\sin\alpha-\cos\alpha>0$ 是图中阴影部分，又由 $\tan\alpha>0$ 可得 $\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$ 或 $\pi<\alpha<\frac{5\pi}{4}$，故答案为 B.

基础训练

1. 若点 P 在角 α 终边的反向延长线上，且 $|OP|=1$，则点 P 的坐标为（　　）.

A. $(\cos\alpha, \sin\alpha)$　　B. $(-\cos\alpha, \sin\alpha)$

C. $(-\cos\alpha, -\sin\alpha)$　　D. $(-\sin\alpha, -\cos\alpha)$

2. 若 $\sin\theta\cos\theta>0$，则 θ 在（　　）.

A. 第一、二象限　B. 第一、三象限　C. 第一、四象限　D. 第二、四象限

3. 若 α 是第三象限角，且满足 $\left|\sin\frac{\alpha}{2}\right|=-\sin\frac{\alpha}{2}$，则 $\frac{\alpha}{2}$（　　）.

A．第一象限角　　B．第二象限角　　C．第三象限角　　D．第四象限角

4. 使 $\lg(\sin x)$ 有意义的角 x 的终边在（　　）.

A．x 轴的上方　　B．x 轴的下方　　C．y 轴的右侧　　D．y 轴的左侧

5. 若角 α 的终边上有一点 $(-1, 2)$，则 $\cos\alpha$ 的值是________.

6. 已知下列三角函数：

(1) $\sin\frac{13\pi}{12}$；(2) $\cos\frac{14\pi}{3}$；(3) $\tan\left(-\frac{24\pi}{7}\right)$；(4) $\sin 1160°$.

其中函数值为负的有____________.（填序号）

7. 函数 $f(x)=\tan x+\frac{1}{\tan x}$ 的定义域是________________.

8. 函数 $f(x)=\sqrt{-\sin x}+\sqrt{\cos x}$ 的定义域是______________.

9. 若角 α 的终边上点 $P(2, m)$，且 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $m=$ ________.

10. 已知角 α 的终边经过 $P(4a, -3a)$ $(a\neq 0)$，求 $2\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值.

11. 角 α 的终边经过点 $(3m-9, m+2)$，且 $\cos\alpha\leqslant 0$，$\sin\alpha>0$，求实数 m 的取值范围.

12. 已知集合 $E=\{\theta \mid \cos\theta<\sin\theta, 0\leqslant\theta\leqslant 2\pi\}$，$F=\{\theta \mid \tan\theta<\sin\theta, 0\leqslant\theta\leqslant 2\pi\}$，则 $E\cap F=$ ________.

能力提高

13. 函数 $y=\frac{\sqrt{\sin x}+\lg\cos x}{\tan x}$ 的定义域为________.

14. （2004 浙江卷）点 P 从 $(1, 0)$ 出发，沿单位圆 $x^2+y^2=1$ 按逆时针方向运动 $\frac{2\pi}{3}$ 弧长到达 Q 点，则 Q 的坐标为________.

15. （2009 北京卷文）“$\alpha=\frac{\pi}{6}$”是“$\cos 2\alpha=\frac{1}{2}$”的（　　）.

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

16. 不等式 $(\lg 20)^{2\cos x}>1$ $(x\in(0, \pi))$ 的解为________.