

倍速[®]

$100+100+100 \neq 1000000$

学习法

首创漫画知识“酷”学法，见证**2800万**学子成长

图说知识+学法引擎+探究导学+典例精解+教材答案

八年级数学（下）

浙教版

浙江一线主干教师联袂



YZL10890142400

打造学科**状元**



倍速[®]

$100+100+100 \neq 1000000$

学习法

宁波市鄞州区图书馆
藏书
八年级数学(下)
浙教版

个性签名 _____

改变我: _____



YZLI0890142400

北京出版集团公司 北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

倍速学习法:浙教版.八年级数学.下/刘增利主编.
--北京:北京教育出版社,2011.11
ISBN 978-7-5303-9571-4

I. ①倍… II. ①刘… III. ①中学数学课—初中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第222095号

“淘宝大行动”获奖名单(2011年7月,部分名单)

| | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|--------------|
| 麻添虹(辽宁锦州) | 陈雷(陕西宝鸡) | 王卢(四川乐山) | 马赫迪(陕西西安) | 罗盛楠(安徽铜陵) |
| 周佳俊(安徽芜湖) | 陶大帅(江苏淮安) | 李琼(甘肃陇南) | 滕乾松(广西百色) | 张义宏(河南光山) |
| 陈满发(广东珠海) | 邓梦其(江西南昌) | 陈燕洪(福建福州) | 李晓庆(云南丽江) | 钟珍纯子(湖南岳阳) |
| 梁柏坚(广西桂平) | 刘帅(河北承德) | 刘晓怡(广西钦州) | 许译丹(河南焦作) | 何小玲(四川内江) |
| 张莉(浙江上虞) | 秦璇(安徽马鞍山) | 何洋欢(四川遂宁) | 李宗豪(福建宁德) | 李杠杆(广东茂名) |
| 袁振斌(广东梅州) | 薛慧敏(福建莆田) | 洪蒙(江西余干) | 丁睿(甘肃高台) | 孟懿婷(内蒙古呼和浩特) |

倍速学习法
BEISU XUEXI FA

八年级数学(下)
BA NIANJI SHUXUE(XIA)

浙教版
ZHEJIAO BAN

| | | | |
|------|-----------------------|-----|------------------------|
| 策划设计 | 北京万向思维基础教育教学研究中心数学教研组 | 出版 | 北京出版集团公司 北京教育出版社 |
| 主编 | 刘增利 | 地址 | 北京北三环中路6号 |
| 执行策划 | 邓鹏 | 邮编 | 100120 |
| 学科主编 | 邓鹏 | 网址 | www.bph.com.cn |
| 本册主编 | 王学玲 | 总发行 | 北京出版集团公司 |
| 责任编辑 | 王俊凤 | 经销 | 各地书店 |
| 责任审读 | 罗丽 | 开本 | 890×1240 1/32 |
| 责任校对 | 史雷雷 刘佃坤 | 印张 | 13 |
| 责任录排 | 陈树青 | 字数 | 364千字 |
| 插图制作 | 陈树青 | 版次 | 2011年11月第1版 |
| 封面设计 | 魏晋 | 印次 | 2011年11月第1次印刷 |
| 版式设计 | 廉赢 | 书号 | ISBN 978-7-5303-9571-4 |
| 责任印制 | 赵天宇 | 定价 | 19.80元 |
| 印刷 | 陕西思维印务有限公司 | | |

版权所有 翻印必究

✉ 主编邮箱:beisuxuexi@126.com 投稿邮箱:towxsw4@163.com

☎ 图书质量监督电话:010-82378880 转 666(含图书内容咨询) 010-58572750 010-58572393

🏠 通信地址:北京市海淀区王庄路1号清华同方科技广场B座16层万向思维《倍速学习法》
项目研发部(邮编100083)

教师QQ交流群:131365302

图说倍速

翻开新的篇章，我们需要做些什么呢？浏览一下新知识的概貌、听学长聊聊宝贵的经验、寻求一下名师的指点，也别忘了看一下有没有什么好玩的东东……来倍速搜索吧！



知识那么深，教材那么板，漫画为你拉开学习的序幕，展现多姿多彩、饱含生活乐趣的数学世界。不要犹豫，一起进入！

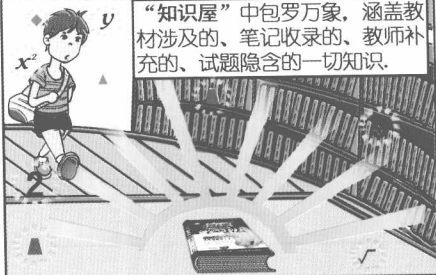


数学世界里，知识储存在“知识屋”里，能力隐藏在“题海”中。



知识屋里藏有一把打开另一个屋门的钥匙，记得拎好旧知的钥匙去开启新知的大门。

“知识屋”中包罗万象，涵盖教材涉及的、笔记记录的、教师补充的、试题隐含的一切知识。



特别提示

鉴于数学知识的细腻、琐碎、繁杂，采集知识请注意：

1. 分清层次，抓住重点；
2. 了解知识脉络，小心“张冠李戴”；
3. 关注“树梢”上的延伸拓展。

祝旅途愉快！



亲爱的主人，想获得知识，请读“新知详析”栏目，将知识梳理、分类，整合为一棵清晰的知识树，植入脑中，建构你自己的知识。

$$a+b$$

9

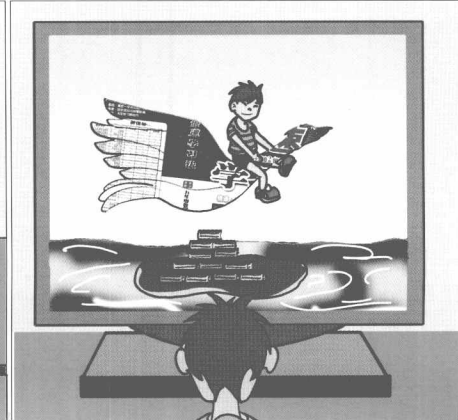


题海

探索知识之后，一起来题海训练营冲浪吧！



浅水区，训练基本能力，经历各类题型的波浪起伏，学习基本解题技巧和方法。



万向思维教育图书智囊团

THINKTANK



特级教师 骆传权

题海无边，
只有跳出题海，
才能领会数学
学习的奥妙。



特级教师 王建民

在数学学习中，
要特别重视运用
数学知识解决实际
问题能力的培养。



特级教师 刘志国

对数学知识
切忌死记硬背，
生搬硬套。



高级教师 韩际清

数学意识既是
数学难学的地方，
又是它的放光点。



高级教师 李开圻

数学不是靠老师
教会的，而是靠
自己主动的思维
活动去获取的。



高级教师 周华辅

建立良好的学习
数学的习惯，
会使自己的学习
变得有序而轻松。

主 编：刘增利
策划研发：万向思维研发部
研发总监：杨文彬
执行策划：邓 鹏
创意总监：刘 燕
版式设计：廉 赢
漫画绘者：齐春虹 胡洪江
学科主编：邓 鹏
本册主编：王学玲
撰稿人：沈 玲 鲍霄梅
运营责编：罗 丽
一审编辑：罗 丽
二审编辑：柳 慧 叶萍华
三审编辑：罗 丽
审校主管：吴 鲁
一校编辑：罗 丽
二校编辑：史雷雷 刘佃坤
三校编辑：白晓慧
责任录排：陈树青
插图制作：陈树青
专家顾问团：22省市特级高级教师
学生顾问团：最近5年高考状元
图书质检：彭凤珠
印刷质检：高峰
13096935553
读者反馈：信息部
010-82378880转900

重点合作：

浙江新华集团
江苏新华集团
四川文轩集团
河南新华集团
云南新华集团
其他各省新华书店连锁店

网络书店：

当当网
dangdang.com
http://www.dangdang.com

卓越亚马逊
jojo
amazon.cn

http://www.amazon.cn
金极点科技(北京)有限公司

和你一起

亲子成长教育

http://www.heniyiqi.com

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|------|----|-----|----|------|----|------|----|------|-----|------|----|------|----|------|----|------|----|------|-----|------|------|
| 北京 | 王大绩 | 河北 | 潘鸿章 | 山西 | 田秀忠 | 辽宁 | 林淑芬 | 吉林 | 黑正文 | 黑龙江 | 朱 靖 | 江苏 | 曹惠玲 | 浙江 | 施 储 | 安徽 | 章凌生 | 福建 | 邢凌初 | 李松华 | 江敬润 | |
| | 特级教师 | | 教授 | | 特级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | | 特级教师 | | 高级教师 | 高级教师 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|------|----|------|----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|------|
| 河南 | 陈达仁 | 湖北 | 胡明道 | 湖南 | 夏正盛 | 杨慧仙 | 广东 | 吴毓全 | 广西 | 邓雅学 | 重庆 | 郑中和 | 四川 | 汪永琪 | 贵州 | 申营行 | 云南 | 杨淑筠 | 陕西 | 张载锡 | 甘肃 | 周 雪 | 新疆 | 王光曾 |
| | 高级教师 | | 特级教师 | | 特级教师 | | 高级教师 | | 特级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | | 特级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | | 高级教师 | 高级教师 |

目录

CONTENTS

第1章 二次根式

1.1 二次根式 / 2

自主学习 / 2

新知导入 / 2

新知详析 / 2

解题方法 / 3

基础经典全析 / 3

综合创新探究 / 4

相关中考信息 / 7

厚积薄发 / 7

新题精练 / 8

参考答案与点拨 / 9

1.2 二次根式的性质 / 11

自主学习 / 11

新知导入 / 11

新知详析 / 11

解题方法 / 13

基础经典全析 / 13

综合创新探究 / 15

相关中考信息 / 17

厚积薄发 / 17

新题精练 / 18

参考答案与点拨 / 19

1.3 二次根式的运算 / 22

自主学习 / 22

新知导入 / 22

新知详析 / 22

解题方法 / 23

基础经典全析 / 23

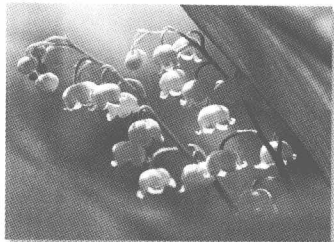
综合创新探究 / 26

相关中考信息 / 28

厚积薄发 / 30

新题精练 / 30

参考答案与点拨 / 31



本章总结 / 34

本章概念地图 / 34

本章专题讲座 / 34

综合应用创新 / 37

中考命题方向 / 39

本章测试 / 39

参考答案与点拨 / 41

第2章 一元二次方程

2.1 一元二次方程 / 46

自主学习 / 46

新知导入 / 46

新知详析 / 46

解题方法 / 48

基础经典全析 / 48

综合创新探究 / 50

相关中考信息 / 51

厚积薄发 / 52

新题精练 / 53

参考答案与点拨 / 54

目录

CONTENTS

2.2 一元二次方程的解法

| | |
|---------|------|
| 自主学习 | / 56 |
| 新知导入 | / 56 |
| 新知详析 | / 56 |
| 解题方法 | / 57 |
| 基础经典全析 | / 57 |
| 综合创新探究 | / 60 |
| 相关中考信息 | / 63 |
| 厚积薄发 | / 63 |
| 新题精练 | / 64 |
| 参考答案与点拨 | / 65 |

2.3 一元二次方程的应用

| | |
|---------|------|
| 自主学习 | / 68 |
| 新知导入 | / 68 |
| 新知详析 | / 68 |
| 解题方法 | / 70 |
| 基础经典全析 | / 70 |
| 综合创新探究 | / 72 |
| 相关中考信息 | / 74 |
| 厚积薄发 | / 75 |
| 新题精练 | / 75 |
| 参考答案与点拨 | / 77 |



| | |
|---------|------|
| 本章总结 | / 79 |
| 本章概念地图 | / 79 |
| 本章专题讲座 | / 79 |
| 综合应用创新 | / 82 |
| 中考命题方向 | / 84 |
| 本章测试 | / 85 |
| 参考答案与点拨 | / 87 |

第3章 频数及其分布

| | |
|-------------|-------|
| 3.1 频数与频率 | / 92 |
| 自主学习 | / 92 |
| 新知导入 | / 92 |
| 新知详析 | / 92 |
| 解题方法 | / 93 |
| 基础经典全析 | / 93 |
| 综合创新探究 | / 96 |
| 相关中考信息 | / 99 |
| 厚积薄发 | / 100 |
| 新题精练 | / 100 |
| 参考答案与点拨 | / 102 |
| 3.2 频数分布直方图 | / 105 |
| 自主学习 | / 105 |
| 新知导入 | / 105 |
| 新知详析 | / 105 |
| 解题方法 | / 106 |
| 基础经典全析 | / 106 |
| 综合创新探究 | / 108 |
| 相关中考信息 | / 112 |
| 厚积薄发 | / 114 |
| 新题精练 | / 114 |
| 参考答案与点拨 | / 118 |

| | |
|-------------|-------|
| 3.3 频数分布折线图 | / 121 |
| 自主学习 | / 121 |
| 新知导入 | / 121 |
| 新知详析 | / 121 |
| 解题方法 | / 122 |
| 基础经典全析 | / 122 |
| 综合创新探究 | / 125 |
| 相关中考信息 | / 128 |
| 厚积薄发 | / 131 |
| 新题精练 | / 131 |
| 参考答案与点拨 | / 134 |



| | |
|---------|-------|
| 本章总结 | / 137 |
| 本章概念地图 | / 137 |
| 本章专题讲座 | / 137 |
| 综合应用创新 | / 141 |
| 中考命题方向 | / 145 |
| 本章测试 | / 148 |
| 参考答案与点拨 | / 153 |


第4章 命题与证明


| | |
|-----------|-------|
| 4.1 定义与命题 | / 158 |
| 自主学习 | / 158 |
| 新知导入 | / 158 |
| 新知详析 | / 158 |

| | |
|-----------|-------|
| 解题方法 | / 159 |
| 基础经典全析 | / 159 |
| 综合创新探究 | / 161 |
| 相关中考信息 | / 162 |
| 厚积薄发 | / 163 |
| 新题精练 | / 164 |
| 参考答案与点拨 | / 165 |
| 4.2 证明 | / 167 |
| 自主学习 | / 167 |
| 新知导入 | / 167 |
| 新知详析 | / 167 |
| 解题方法 | / 168 |
| 基础经典全析 | / 168 |
| 综合创新探究 | / 171 |
| 相关中考信息 | / 173 |
| 厚积薄发 | / 173 |
| 新题精练 | / 174 |
| 参考答案与点拨 | / 176 |
| 4.3 反例与证明 | / 178 |
| 自主学习 | / 178 |
| 新知导入 | / 178 |
| 新知详析 | / 178 |
| 解题方法 | / 179 |
| 基础经典全析 | / 179 |
| 综合创新探究 | / 180 |
| 相关中考信息 | / 182 |
| 厚积薄发 | / 182 |
| 新题精练 | / 182 |
| 参考答案与点拨 | / 184 |
| 4.4 反证法 | / 186 |
| 自主学习 | / 186 |

目录

CONTENTS

| | | | |
|---|-------|---------------------|-------|
| 新知导入 | / 186 | 综合创新探究 | / 212 |
| 新知详析 | / 186 | 相关中考信息 | / 214 |
| 解题方法 | / 187 | 厚积薄发 | / 215 |
| 基础经典全析 | / 187 | 新题精练 | / 216 |
| 综合创新探究 | / 188 | 参考答案与点拨 | / 217 |
| 相关中考信息 | / 190 | 5.2 平行四边形 | / 219 |
| 厚积薄发 | / 190 | 自主学习 | / 219 |
| 新题精练 | / 191 | 新知导入 | / 219 |
| 参考答案与点拨 | / 192 | 新知详析 | / 219 |
|  | | 解题方法 | / 220 |
| 本章总结 | / 194 | 基础经典全析 | / 220 |
| 本章概念地图 | / 194 | 综合创新探究 | / 222 |
| 本章专题讲座 | / 194 | 相关中考信息 | / 224 |
| 综合应用创新 | / 198 | 厚积薄发 | / 225 |
| 中考命题方向 | / 201 | 新题精练 | / 225 |
| 本章测试 | / 201 | 参考答案与点拨 | / 227 |
| 参考答案与点拨 | / 204 | 5.3 平行四边形的性质 | / 229 |
| 第5章 平行四边形 | | 自主学习 | / 229 |
| 5.1 多边形 | / 208 | 新知导入 | / 229 |
| 自主学习 | / 208 | 新知详析 | / 229 |
| 新知导入 | / 208 | 解题方法 | / 230 |
| 新知详析 | / 208 | 基础经典全析 | / 230 |
| 解题方法 | / 210 | 综合创新探究 | / 231 |
| 基础经典全析 | / 210 | 相关中考信息 | / 233 |
| | | 厚积薄发 | / 234 |
| | | 新题精练 | / 235 |
| | | 参考答案与点拨 | / 236 |
| | | 5.4 中心对称 | / 239 |
| | | 自主学习 | / 239 |
| | | 新知导入 | / 239 |
| | | 新知详析 | / 239 |

| | | | |
|---------------------|-------|--|-------|
| 解题方法 | / 240 | 新知导入 | / 272 |
| 基础经典全析 | / 240 | 新知详析 | / 272 |
| 综合创新探究 | / 242 | 解题方法 | / 273 |
| 相关中考信息 | / 244 | 基础经典全析 | / 273 |
| 厚积薄发 | / 245 | 综合创新探究 | / 275 |
| 新题精练 | / 245 | 相关中考信息 | / 277 |
| 参考答案与点拨 | / 247 | 厚积薄发 | / 278 |
| 5.5 平行四边形的判定 | / 250 | 新题精练 | / 279 |
| 自主学习 | / 250 | 参考答案与点拨 | / 280 |
| 新知导入 | / 250 | | |
| 新知详析 | / 250 | | |
| 解题方法 | / 251 |  | |
| 基础经典全析 | / 251 | | |
| 综合创新探究 | / 253 | | |
| 相关中考信息 | / 254 | | |
| 厚积薄发 | / 256 | 本章总结 | / 283 |
| 新题精练 | / 257 | 本章概念地图 | / 283 |
| 参考答案与点拨 | / 258 | 本章专题讲座 | / 283 |
| 5.6 三角形的中位线 | / 261 | 综合应用创新 | / 285 |
| 自主学习 | / 261 | 中考命题方向 | / 288 |
| 新知导入 | / 261 | 本章测试 | / 289 |
| 新知详析 | / 261 | 参考答案与点拨 | / 291 |
| 解题方法 | / 262 | | |
| 基础经典全析 | / 262 | | |
| 综合创新探究 | / 264 | | |
| 相关中考信息 | / 266 | | |
| 厚积薄发 | / 267 | | |
| 新题精练 | / 268 | | |
| 参考答案与点拨 | / 269 | | |
| 5.7 逆命题和逆定理 | / 272 | | |
| 自主学习 | / 272 | | |

第6章 特殊平行四边形

与梯形

| | |
|---------------|-------|
| 6.1 矩形 | / 296 |
| 自主学习 | / 296 |
| 新知导入 | / 296 |
| 新知详析 | / 296 |
| 解题方法 | / 297 |

目录

CONTENTS

| | |
|----------------|-------|
| 基础经典全析 | / 297 |
| 综合创新探究 | / 299 |
| 相关中考信息 | / 301 |
| 厚积薄发 | / 302 |
| 新题精练 | / 303 |
| 参考答案与点拨 | / 304 |
| 6.2 菱形 | / 307 |
| 自主学习 | / 307 |
| 新知导入 | / 307 |
| 新知详析 | / 307 |
| 解题方法 | / 308 |
| 基础经典全析 | / 308 |
| 综合创新探究 | / 309 |
| 相关中考信息 | / 312 |
| 厚积薄发 | / 313 |
| 新题精练 | / 314 |
| 参考答案与点拨 | / 316 |
| 6.3 正方形 | / 318 |
| 自主学习 | / 318 |
| 新知导入 | / 318 |
| 新知详析 | / 318 |
| 解题方法 | / 319 |
| 基础经典全析 | / 319 |
| 综合创新探究 | / 322 |
| 相关中考信息 | / 324 |
| 厚积薄发 | / 327 |
| 新题精练 | / 327 |
| 参考答案与点拨 | / 329 |

| | |
|---------------|-------|
| 6.4 梯形 | / 332 |
| 自主学习 | / 332 |
| 新知导入 | / 332 |
| 新知详析 | / 332 |
| 解题方法 | / 334 |
| 基础经典全析 | / 334 |
| 综合创新探究 | / 336 |
| 相关中考信息 | / 339 |
| 厚积薄发 | / 340 |
| 新题精练 | / 341 |
| 参考答案与点拨 | / 343 |



| | |
|--------------------|-------|
| 本章总结 | / 346 |
| 本章概念地图 | / 346 |
| 本章专题讲座 | / 346 |
| 综合应用创新 | / 348 |
| 中考命题方向 | / 351 |
| 本章测试 | / 352 |
| 参考答案与点拨 | / 356 |
| 期中测试题 | / 361 |
| 参考答案与点拨 | / 364 |
| 期末测试题 | / 368 |
| 参考答案与点拨 | / 371 |
| 附录 课本习题参考答案 | / 375 |



相关链接

1. 二次根式的概念
2. 二次根式有意义的条件
3. 二次根式的性质
4. 二次根式的乘除运算
5. 二次根式的加减运算
6. 运用二次根式解决简单的实际问题



呜~~呜~~~马上就要考试了,可二次根式这一节的知识,我几乎全部还给老师了,谁能帮我总结一下复习的重、难点啊,--^--谢谢!!!!



本章的重点是二次根式的概念及二次根式的运算,难点是正确理解二次根式的性质和运算法则.



啊~~~ $\sqrt{\quad}$,一看到根号这个东东就晕的不得了啊~~~作业本都是 $\times \times \times$ 更别说见到比较难的题目~~简直晕菜!!!



进行二次根式的化简与运算时,一般应遵循以下做法:

1. 先将式中的二次根式适当化简;
2. 二次根式的乘法可以类比多项式的乘法进行,除法通常先写成分式形式,然后分母有理化;
3. 二次根式的加减法与多项式的加减法类似,即在化简的基础上去括号与合并同类项;
4. 运算结果一般要化成最简二次根式.

【数学符号的起源】

数学除了记数以外,还需要一套数学符号来表示数和数、数和形的相互关系.

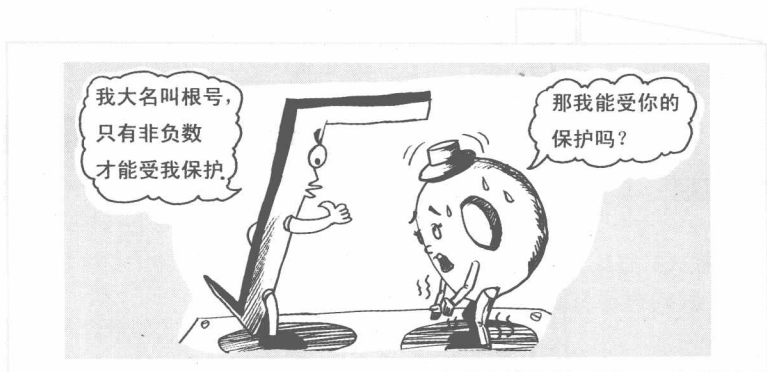
在很长一段时期内,人们用 p 表示加(plus),用 m 表示减(minus).乘号,现在通用的有两种:一种是“ \times ”,是由英国数学家奥特雷德于 1631 年提出的;另一种是“ \cdot ”,是英国数学家哈里奥特首创的.

“ \div ”最初作为除号在欧洲大陆长期流行,直到 1631 年英国数学家奥特雷德用“:”表示除或比,另外有人用“—”(除线)表示除.后来瑞士数学家拉哈在他所著的《代数学》里,才根据群众创造,正式将“ \div ”作为除号.

平方根号曾经用拉丁文“radix”(根)的首尾两个字母合并起来表示.17 世纪初叶,法国数学家笛卡儿在他的《几何学》中,第一次用“ $\sqrt{\quad}$ ”表示根号.

“ $\sqrt{\quad}$ ”是由“radix”的字头 r 变形而来,“—”是括线.

1.1 二次根式



自主学习 / 享受探究乐趣

一、新知导入

忆旧(知识回顾)

迎新(问题引入)

1. 若 $x^2 = a (a \geq 0)$, 则称 x 为 a 的平方根, 记作 $x = \pm\sqrt{a}$. 只有非负数才有平方根.

2. 正数 a 的正的平方根, 叫做 a 的算术平方根, 记作 $\sqrt{a} (a > 0)$. 0 的算术平方根是 0, 负数没有算术平方根.

要剪出一块面积为 $a \text{ cm}^2 (a > 0)$ 的正方形纸片, 纸片的边长能计算出来吗?

如果把这个问题抽象成一个数学问题, 该是什么问题呢? 面积为 $a \text{ cm}^2$ 的正方形的边长应如何表示呢?

二、新知详析

知识点 1: 二次根式的概念

可以表示为 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 的形式, 且根号内含有字母的代数式叫做二次根式. 为了方便起见, 我们把一个数的算术平方根也叫做二次根式.

(1) 在二次根式 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 中, 被开方数 a 既可以是具体的数, 也可以是单项式或多项式. 如: $\sqrt{3}$, $\sqrt{4x^2}$, $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{x-3} (x \geq 3)$ 等都是二次根式.

特别提示
lebetishi

(2) 式子 \sqrt{a} 叫做二次根式的条件是 $a \geq 0$, 即 a 是非负数. 因此, 当 $a < 0$ 时, \sqrt{a} 没有意义.

(3) \sqrt{a} 是一个非负数, 即 $\sqrt{a} \geq 0$. 这是因为 \sqrt{a} 表示 a 的算术平方根, 由算术平方根的意义知, 当 $a > 0$ 时, $\sqrt{a} > 0$; 当 $a = 0$ 时, $\sqrt{a} = 0$, 综合起来得 $\sqrt{a} \geq 0$.

知识点2: 二次根式有意义的条件

根据算术平方根的意义, 二次根式根号内字母的取值范围必须满足被开方数大于或等于零, 即对于二次根式 \sqrt{a} , 当 $a \geq 0$ 时, \sqrt{a} 有意义; 当 $a < 0$ 时, \sqrt{a} 没有意义.

特别提示
tebielishi

确定被开方数中字母的取值问题, 可根据形如 \sqrt{a} 的式子有意义或无意义的条件, 列出不等式, 然后解不等式即可.

解题方法 / 乘坐智慧快车

一、基础经典全析

题型1 判别代数式是否是二次根式

例1 判断下列各式, 哪些是二次根式?

(1) $\sqrt{5}$; (2) $\sqrt{-8}$; (3) $\sqrt{(-3)^2}$; (4) $\sqrt{a^2+1}$; (5) $\sqrt[3]{-6}$; (6) $\sqrt{x^2+2x+1}$.

分析 根据二次根式的概念判断.

解: (1) $\because \sqrt{5}$ 满足二次根式的概念, $\therefore \sqrt{5}$ 是二次根式.

(2) \because 被开方数 -8 是负数, $\therefore \sqrt{-8}$ 不是二次根式.

(3) $\because (-3)^2 = 9 > 0$, $\therefore \sqrt{(-3)^2}$ 是二次根式.

(4) \because 无论 a 取何值, $a^2+1 > 0$ 恒成立, $\therefore \sqrt{a^2+1}$ 是二次根式.

(5) $\because \sqrt[3]{-6}$ 的根指数是 3 , $\therefore \sqrt[3]{-6}$ 不是二次根式.

(6) $\because x^2+2x+1 = (x+1)^2$, 无论 x 取何值, $(x+1)^2 \geq 0$ 恒成立, $\therefore \sqrt{x^2+2x+1}$ 是二次根式.

方法归纳

判断一个式子是否是二次根式, 要看它是否具备两个特征:

- (1) 含有二次根号“ $\sqrt{\quad}$ ”, 即根指数为 2 (通常省略不写).
- (2) 被开方数是非负数.

题型2 二次根式有意义的条件

例2 x 取什么实数时,下列各式有意义.

(1) $\sqrt{10-x}$; (2) $\sqrt{3x+2}$; (3) $\sqrt{(4x+7)^2}$; (4) $\sqrt{-x^2-1}$.

分析 由于题中各式都含有二次根号,所以应由被开方数非负,列出不等式,通过解不等式求出 x 的取值范围.

解: (1) 由 $10-x \geq 0$, 得 $x \leq 10$.

$\therefore x \leq 10$ 时, $\sqrt{10-x}$ 有意义.

(2) 由 $3x+2 \geq 0$, 得 $x \geq -\frac{2}{3}$.

$\therefore x \geq -\frac{2}{3}$ 时, $\sqrt{3x+2}$ 有意义.

(3) $\because x$ 取任何实数时, 都有 $(4x+7)^2 \geq 0$,

$\therefore x$ 取任何实数时, $\sqrt{(4x+7)^2}$ 都有意义.

(4) $\because x$ 取任何实数时, 都有 $-x^2 \leq 0$, 即 $-x^2-1 \leq -1 < 0$,

$\therefore x$ 取任何实数时, $\sqrt{-x^2-1}$ 都没有意义.

点拨: 在二次根式中, 根号内字母的取值范围必须满足被开方数大于或等于零.

题型3 求二次根式的值

例3 当 x 分别取下列值时, 求二次根式 $\sqrt{3x-1}$ 的值.

(1) $x = \frac{1}{3}$; (2) $x = -1$; (3) $x = 1$.

分析 分别把 x 的值代入二次根式 $\sqrt{3x-1}$ 中即可.

解: (1) 把 $x = \frac{1}{3}$ 代入二次根式, 得 $\sqrt{3x-1} = \sqrt{3 \times \frac{1}{3} - 1} = \sqrt{0} = 0$.

(2) \because 当 $x = -1$ 时, $3x-1 = 3 \times (-1) - 1 = -4 < 0$,

\therefore 当 $x = -1$ 时, $\sqrt{3x-1}$ 无意义.

(3) 把 $x = 1$ 代入二次根式, 得 $\sqrt{3x-1} = \sqrt{3 \times 1 - 1} = \sqrt{2}$.

点拨: 求二次根式的值可参照求有理式的值的方法, 但要注意被开方数必须是非负数.

二、综合创新探究

例4 x 取什么实数时, 下列各式有意义.

(1) $\frac{4x}{\sqrt{3x-2}}$; (2) $\frac{\sqrt{x+2}}{x-9}$; (3) $\sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$; (4) $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{7-x}}$.

分析?

根据二次根式的被开方数非负和分式的分母不等于0,列出不等式(组),这个不等式(组)的解即为 x 的取值范围.

解:(1) $\because \sqrt{3x-2}$ 在分母上, $\therefore 3x-2 > 0. \therefore x > \frac{2}{3}$.

\therefore 当 $x > \frac{2}{3}$ 时, $\frac{4x}{\sqrt{3x-2}}$ 有意义.

(2) $\because x+2 \geq 0$ 且 $x-9 \neq 0, \therefore x \geq -2$ 且 $x \neq 9$.

\therefore 当 $x \geq -2$ 且 $x \neq 9$ 时, $\frac{\sqrt{x+2}}{x-9}$ 有意义.

(3)由 $\begin{cases} x-4 \geq 0, \\ 6-x \geq 0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x \geq 4, \\ x \leq 6. \end{cases} \therefore 4 \leq x \leq 6$.

\therefore 当 $4 \leq x \leq 6$ 时, $\sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$ 有意义.

(4)由 $\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ 7-x > 0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x \geq -3, \\ x < 7. \end{cases} \therefore -3 \leq x < 7$.

\therefore 当 $-3 \leq x < 7$ 时, $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{7-x}}$ 有意义.

点拨:如果二次根式和分式在同一个式子中出现,字母的取值应保证二次根式有意义且使分母不等于零;如果在一个式子中出现几个二次根式,那么字母的取值应保证使每一个二次根式都有意义.

例5 已知 a, b 为实数,且满足等式 $a = \sqrt{b-3} + \sqrt{3-b}$,求 $\sqrt{a+b}$ 的值.

分析?

由于题中出现了二次根式,所以它们的被开方数均为非负数,即 $b-3 \geq 0$,且 $3-b \geq 0$,解得 $b=3$,进而求得 $a=0$.

解:由二次根式的意义,得 $\begin{cases} b-3 \geq 0, \\ 3-b \geq 0. \end{cases}$ 解得 $b=3$.

$\therefore a = \sqrt{b-3} + \sqrt{3-b} = \sqrt{3-3} + \sqrt{3-3} = 0$.

$\therefore \sqrt{a+b} = \sqrt{0+3} = \sqrt{3}$.

点拨:在没有特殊说明的情况下,题中出现的二次根式都是认为有意义的,这时由定义中被开方数是非负数可得出隐含条件.

例6 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边上的高, $\angle A = 30^\circ$, $DB = 1$ cm.

(1)求 $\triangle ACD$ 的周长(精确到0.01 cm);

(2)求 $\triangle ABC$ 的面积(精确到0.01 cm^2).

分析?

根据题意画出图形,易知 $\angle BCD = \angle A = 30^\circ$.因此 $BC = 2BD = 2$ cm,则

$CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{3}$.同理可求 $AC = 2CD = 2\sqrt{3}$,从而 $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 3$.可得