

现代物理基础丛书

38

电磁波理论

葛德彪 魏兵 著



科学出版社

现代物理基础丛书 38

电 磁 波 理 论

葛德彪 魏 兵 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书讲述电磁波理论的基本原理. 全书共 9 章. 第 1 章为基本方程, 第 2、3 章为平面波, 讨论均匀介质中的平面波传播、半空间和分层介质的反射和折射以及各向异性介质中本征波的特性. 第 4 章分析波导和谐振腔, 讨论平行平板、平面介质波导和金属波导管以及介质圆波导中的导行波, 并介绍用微扰法处理波导与腔体中波的衰减以及腔壁和介质对谐振频率的影响. 第 5 章简单讨论传输线上波的特性. 第 6~8 章分别讨论辐射、衍射和散射. 辐射问题包括基本电偶极子和磁偶极子、线天线和电偶极子阵列特性, 并采用互易定理计算半空间界面上的电偶极子辐射. 在 Huygens 原理基础上分析 Fresnel 和 Fraunhofer 衍射, 并讨论平面互补结构的衍射特性. 散射问题给出球和无限长导体圆柱级数解的推导以及远区散射截面公式, 介绍用 Floquet 定理处理周期性表面散射. 第 9 章给出高频近似中的两种重要方法——几何光学近似和物理光学近似, 用于分析反射面和介质透镜准直特性以及理想导体目标的后向与双站散射. 本书给出一些公式编程计算和结果图形显示, 并附有相应的 MATLAB 程序代码, 以便读者更好理解和进一步研究.

本书可作为无线电物理、光学、等离子体物理、电子科学技术和电子信息专业研究生课程教材, 也可作为高年级本科生、高等学校教师和相关专业研究人员的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

电磁波理论/葛德彪, 魏兵著. —北京: 科学出版社, 2011
(现代物理基础丛书; 38)
ISBN 978-7-03-032006-3

I. ①电… II. ①葛… ②魏… III. ①电磁波 IV. ①O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011) 第 160443 号

责任编辑: 张 静 钱 俊 / 责任校对: 林青梅
责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

涿州印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 8 月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)
2011 年 8 月第一次印刷 印张: 31 3/4 插页: 2
印数: 1—2 000 字数: 615 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

自 Maxwell 方程提出 100 多年以来,电磁学的理论和应用发展迅速,目前已经广泛应用于现代科学技术和日常生活的许多领域.本书讨论电磁波理论,不涉及静态和准静态场、电介质、带电粒子等电磁学和电动力学的其他内容.对于电磁波的研究包括理论分析、数值模拟和实验等途径.本书从 Maxwell 方程出发分析电磁波在传播、导行、辐射、衍射和散射等方面的特性,所获得的公式和基本概念是数值模拟和实验研究以及应用的必要基础.电磁波的研究可分为时谐场和瞬态场两种情形,本书限于讨论时谐场情形,时谐因子采用 $\exp(-i\omega t)$.

全书共 9 章.围绕基本方程的讨论在第 1 章.第 2、3 章为平面波,包括分层介质和各向异性介质情形.第 4、5 章分析波导、谐振腔和传输线上的电磁波.第 6~8 章分别讨论辐射、衍射和散射问题.第 9 章简述高频技术中的几何光学和物理光学近似方法及其应用.实际上,许多电磁波的重要概念是从 Maxwell 方程出发结合基本物理模型分析演绎的结果.本书力求公式推导过程清楚,演绎的物理概念清晰.为了叙述思路连贯,有些公式先给出结果,然后再单独列出其推导或论证过程.例如,线天线辐射功率公式和 Huygens 原理数学表述等均给出详尽数学推导.此外,为了明确所得公式的物理意义和应用,还给出一些公式编程计算和结果图形显示,并附有相应 MATLAB 程序代码.

本书是在多年研究生教学和科研工作基础上根据原有讲义修订、改写而成.读者需要具备电磁场或电动力学以及矢量分析和场论的基本知识.电磁波理论中有较多数学推导和结果公式,阅读中应明了推演过程,注重物理分析,并适当参阅有关参考文献.

本书从讲义到书稿的形成过程中,得到许多同事的鼓励以及研究生的讨论与帮助.本书的准备和出版得到西安电子科技大学研究生教材建设基金支持,在此谨致谢意.本书出版过程中,科学出版社的编辑做了大量细致的编辑加工,在此一并表示感谢.最后,我们将十分欢迎和感谢专家和读者提出意见与建议.电子信箱: dbge@xidian.edu.cn, bwei@xidian.edu.cn.

葛德彪 魏 兵

2011 年 3 月于西安电子科技大学

符号示例

时谐因子

$$\exp(-i\omega t)$$

矢量

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_S \rho dV$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$$

单位矢量

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s$$

张量

$$\mathbf{D} = \bar{\bar{\varepsilon}} \cdot \mathbf{E} + \bar{\bar{\xi}} \cdot \mathbf{H}$$

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

可忽略量

$$k\sqrt{(x-x')^2 + z^2} \simeq kz \left(1 + \frac{x^2}{2z^2} - \frac{xx'}{z^2} + \frac{x'^2}{2z^2} \right)$$

目 录

前言

符号示例

第 1 章 基本方程	1
1.1 Maxwell 方程	1
1.1.1 Maxwell 方程积分形式	1
1.1.2 Maxwell 方程微分形式	2
1.2 边界条件	4
1.2.1 Maxwell 方程积分形式应用于分界面	4
1.2.2 边界条件	5
1.3 本构关系	6
1.3.1 各向同性介质	6
1.3.2 电各向异性介质	6
1.3.3 磁各向异性介质	7
1.4 Poynting 定理和能流密度	7
1.5 真空中平面波和电磁波谱	9
1.5.1 真空中平面波	9
1.5.2 时谐场复数表示	9
1.5.3 电磁波谱	10
1.6 时谐场 Maxwell 方程	11
1.6.1 时谐场方程和复数介电系数	11
1.6.2 复数 Poynting 矢量和平均能流	12
1.6.3 复数 Poynting 定理	13
1.7 引入磁荷磁流后的 Maxwell 方程	14
1.7.1 引入磁荷磁流后的方程和边界条件	14
1.7.2 时谐场情形和复数导磁系数	15
1.8 平面波的极化	16
1.8.1 左旋和右旋波的定义	16
1.8.2 极化椭圆: 正椭圆	17
1.8.3 斜椭圆的倾斜角	19

1.8.4 Stokes 参数和 Poincaré 球	20
1.9 平面波极化的 MATLAB 动态演示	24
习题	28
第 2 章 波动方程和平面波解	31
2.1 介质中平面波	31
2.1.1 时谐场平面波方程	31
2.1.2 平面波特性: 无耗和有耗介质情形	32
2.1.3 良导体和弱导电介质情形	34
2.1.4 相速群速和等离子体介质	35
2.2 半空间反射和折射	39
2.2.1 相位匹配条件和 Snell 定律	39
2.2.2 TE 和 TM 波的分解	41
2.2.3 Fresnel 公式	42
2.2.4 理想导体表面的反射	46
2.2.5 Brewster 定律	46
2.2.6 全反射	48
2.2.7 良导体表面阻抗边界条件	49
2.3 椭圆极化波在半空间界面的反射和透射	51
2.3.1 椭圆极化波的反射和透射	51
2.3.2 圆极化波在理想导体表面的反射	53
2.3.3 圆极化波在介质表面的反射和透射	54
2.4 分层介质	56
2.4.1 分层介质模型与方程	56
2.4.2 反射系数的连分数公式	57
2.4.3 理想导体衬底情形	59
2.4.4 单层介质板和增透膜	60
2.5 分层介质的传播矩阵方法	62
2.5.1 传播矩阵	62
2.5.2 单层介质	65
2.5.3 周期分层介质	68
2.6 半空间分层介质反射和透射系数的 MATLAB 计算	73
2.6.1 半空间界面反射和透射的 Fresnel 公式	73
2.6.2 分层介质反射系数的连分数法	76
2.6.3 分层介质反射和透射系数的传播矩阵法	79

习题	82
第 3 章 各向异性介质中的平面波	85
3.1 双各向异性介质	85
3.1.1 本构关系和能量密度	85
3.1.2 无耗介质条件	86
3.2 介电系数和导磁系数张量	88
3.2.1 磁化等离子体的介电系数张量	88
3.2.2 磁化铁氧体的导磁系数张量	91
3.3 相对旋转坐标系中矢量和张量的变换关系	93
3.4 kDB 系	96
3.4.1 各向异性介质中平面波方程	96
3.4.2 kDB 系及平面波方程	97
3.4.3 实验室系与 kDB 系之间变换关系	99
3.5 单轴介质中平面波	102
3.5.1 单轴介质本构关系	102
3.5.2 本征方程和本征波	103
3.5.3 k 面概念	105
3.5.4 双折射现象	108
3.6 回旋介质中的平面波	109
3.6.1 回旋介质本构关系	109
3.6.2 本征方程和本征波	110
3.6.3 Faraday 效应	114
3.7 双各向异性介质中的平面波	117
3.8 双各向同性介质中的平面波	120
习题	122
第 4 章 波导和空腔	125
4.1 平行导体平板波导	125
4.1.1 模型和方程	125
4.1.2 TE 模	126
4.1.3 TM 模	128
4.1.4 主模	129
4.2 平行平板中导行波的激励和衰减	129
4.2.1 波的激励	129
4.2.2 波导中能量传输	131
4.2.3 用微扰法计算衰减常数	132

4.3	理想导体板上介质层波导 (平板镜像波导)	134
4.3.1	分层介质中导行波基本方程	134
4.3.2	理想导体板上介质层波导: TE 模	137
4.3.3	理想导体板上介质层波导: TM 模	140
4.4	介质板波导 (平面介质波导)	143
4.4.1	TE 模	143
4.4.2	TM 模	147
4.5	金属矩形波导	147
4.5.1	基本方程和 TM、TE 波分解	147
4.5.2	矩形波导	150
4.5.3	矩形波导的主模	152
4.6	金属圆波导	153
4.6.1	基本方程和分离变量解	153
4.6.2	TM 模	155
4.6.3	TE 模	157
4.6.4	导行模的截止顺序和主模	159
4.7	介质圆波导	160
4.7.1	场分量和边界条件	160
4.7.2	$m = 0$ 轴对称模: TM_{0n} 和 TE_{0n} 模	162
4.7.3	混合模的导行条件	164
4.7.4	混合模 EH_{mn} 的截止频率	167
4.7.5	混合模 HE_{mn} 的截止频率	169
4.8	谐振腔	174
4.8.1	矩形腔	174
4.8.2	最低谐振频率	175
4.8.3	谐振腔的品质因数	176
4.8.4	用微扰法计算腔的品质因数: 矩形腔	178
4.8.5	圆柱腔	180
4.9	腔壁形状和腔内介质微扰对谐振频率的影响	181
4.9.1	腔壁凹陷时谐振频率的变化	181
4.9.2	腔内介质参数改变对谐振频率的影响	184
4.9.3	铁氧体复数导磁系数的测量	186
4.10	平行平板和分层介质波导的 MATLAB 计算	188
4.10.1	平行平板波导的场分布	188
4.10.2	平板镜像波导的场分布	191
4.10.3	平面介质波导的场分布	196

4.11 金属波导管的 MATLAB 计算	203
4.11.1 矩形波导的场分布	203
4.11.2 圆波导的场分布	208
习题	213
第 5 章 传输线	216
5.1 传输线方程	216
5.1.1 TEM 导波模的传输线方程	216
5.1.2 特征阻抗	217
5.2 传输线上的波: 时谐场情形	218
5.2.1 时谐场传输线方程	218
5.2.2 传输线负载端的反射系数	219
5.2.3 输入阻抗	221
5.2.4 广义反射系数和电压驻波比	222
5.3 集中元件传输线	225
5.3.1 传输线的分布参数	225
5.3.2 集中元件传输线的色散方程	226
5.3.3 一般集中元件传输线	228
5.4 传输线上波的反射和谐振	230
5.4.1 传输线上间断点的反射	230
5.4.2 传输线的谐振模	231
5.5 传输线模型的应用	232
5.5.1 半空间平面波反射和透射的模拟	232
5.5.2 理想导体表面反射及 Salisbury 吸波介质层	233
5.5.3 线天线的电流分布	236
习题	237
第 6 章 辐射	239
6.1 势函数和推迟势公式	239
6.1.1 势函数和 Lorentz 规范条件	239
6.1.2 推迟势公式	241
6.2 时谐场 Green 函数	241
6.2.1 标量 Green 函数	241
6.2.2 从势函数计算电磁场	243
6.2.3 张量 Green 函数	243
6.3 电偶极子辐射公式	245
6.4 磁偶极子辐射公式	248
6.4.1 对偶原理	248

6.4.2	磁偶极子辐射	249
6.4.3	圆电流辐射	250
6.4.4	圆磁流辐射	253
6.5	远区场近似	254
6.5.1	远区条件和电流矩矢量	254
6.5.2	电偶极子的远区场: 任意取向情形	257
6.5.3	磁偶极子的远区场: 任意取向情形	260
6.5.4	天线的辐射方向增益	261
6.6	线天线	263
6.6.1	线天线及辐射电阻	263
6.6.2	短天线	264
6.6.3	长天线	266
6.6.4	线天线辐射总功率的计算	269
6.6.5	半波天线	273
6.7	电偶极子阵列	274
6.7.1	平行排列阵列的电流矩矢量	274
6.7.2	各单元电流模值相等情形	276
6.7.3	阵列因子特点	277
6.7.4	天线阵的方向性	281
6.7.5	各单元电流模值不等情形	284
6.7.6	天线阵列因子概念的推广应用	287
6.8	缝隙天线	290
6.8.1	中心馈电缝隙天线的辐射	290
6.8.2	波导表面的缝隙	291
6.9	互易定理	292
6.9.1	反应	292
6.9.2	互易定理	293
6.9.3	PEC 表面平行电流元没有辐射	294
6.9.4	半空间介质界面垂直电偶极子的远区场	295
6.9.5	半空间介质界面任意取向电偶极子的远区场	297
6.9.6	天线的接收方向性和辐射方向性相同	302
6.10	线天线辐射的 MATLAB 计算	305
6.10.1	线天线辐射总功率	306
6.10.2	线天线辐射电阻	307
6.10.3	线天线辐射方向图	308
6.11	电偶极子及其阵列辐射的 MATLAB 计算	310

6.11.1	基本电偶极子的辐射场	310
6.11.2	电偶极子阵列的辐射方向图	312
6.11.3	半空间界面上电偶极子的远区场	314
	习题	318
第 7 章	衍射	320
7.1	等效原理	320
7.1.1	唯一性定理	320
7.1.2	等效原理	321
7.1.3	镜像原理	322
7.1.4	理想导体平面上同轴线开口的辐射	324
7.2	Huygens 原理的数学表述	326
7.2.1	用张量 Green 函数和等效面电磁流表示	327
7.2.2	用标量 Green 函数和 S 面上电磁场切向分量表示	328
7.2.3	Stratton-Chu 公式	329
7.2.4	Franz 公式	333
7.2.5	用 S 面上电场表示	334
7.2.6	Huygens 原理的标量表示式	336
7.3	衍射问题的 Kirchhoff 近似	337
7.3.1	Kirchhoff 近似	337
7.3.2	标量场的 Kirchhoff 近似	338
7.3.3	PEC 和 PMC 屏上孔缝场的 Kirchhoff 近似	339
7.4	Fresnel 衍射	340
7.4.1	Fresnel 衍射基本公式	340
7.4.2	半平面的 Fresnel 衍射	343
7.4.3	有限宽缝的 Fresnel 衍射	346
7.4.4	障碍物阴影区的衍射场	347
7.5	Fraunhofer 衍射	350
7.5.1	缝的 Fraunhofer 衍射: 二维情形	350
7.5.2	口径场分布及其 Fourier 变换	352
7.5.3	斜入射和垂直入射衍射场之间关系	358
7.5.4	孔的 Fraunhofer 衍射公式: 三维情形	359
7.5.5	矩形孔衍射	361
7.5.6	圆孔衍射	365
7.5.7	开口矩形波导的辐射	367
7.6	互补原理	371
7.6.1	对偶关系的另一形式	371

7.6.2	平面互补结构	371
7.6.3	Babinet 互补原理	372
7.6.4	Babinet 原理的另一表述	375
7.6.5	互补原理用于半平面衍射	377
7.7	Cornu 螺线和半平面 Fresnel 衍射的 MATLAB 计算	378
7.7.1	Fresnel 余弦积分和正弦积分	378
7.7.2	Cornu 螺线	378
7.7.3	半平面 Fresnel 衍射	379
7.8	PEC 屏上矩形孔 Fraunhofer 衍射的 MATLAB 计算	379
	习题	381
第 8 章	散射	384
8.1	Debye 势函数	384
8.1.1	球形腔和球散射问题	384
8.1.2	Debye 势	384
8.1.3	球坐标下 Helmholtz 方程的分离变量解	387
8.2	球形腔的轴对称 TM 模	389
8.3	球的散射	390
8.3.1	平面波的 Debye 势函数	390
8.3.2	理想导体球的 Mie 级数解	393
8.3.3	介质球散射的 Mie 级数解	396
8.3.4	小球情形	397
8.4	球的散射截面	399
8.4.1	散射截面定义	399
8.4.2	球的远区场和散射截面	400
8.4.3	小球的散射截面: Rayleigh 散射	402
8.4.4	理想导体球的散射截面	405
8.4.5	介质球的散射截面	406
8.5	导体圆柱的散射	407
8.5.1	级数解: TM 波	407
8.5.2	TM 波的远区散射和细导线情形	409
8.5.3	级数解: TE 波	410
8.5.4	TE 波的远区散射和细导线情形	411
8.5.5	柱体的散射宽度	414
8.5.6	讨论: 大圆柱情形	416
8.6	周期性表面的散射	416
8.6.1	Floquet 定理	417

8.6.2	理想导体表面周期性矩形槽的散射	418
8.7	无限长导体圆柱双站散射宽度的 MATLAB 计算	420
8.7.1	TM 情形	421
8.7.2	TE 情形	422
	习题	423
第 9 章	高频近似方法基础	424
9.1	几何光学近似	424
9.1.1	几何光学近似下的 Maxwell 方程	424
9.1.2	射线的特性	426
9.1.3	几何光学方法的适用性	431
9.2	反射面的几何光学分析	431
9.2.1	抛物型反射面	431
9.2.2	抛物型反射面口径场的幅值分布	433
9.2.3	双曲型反射面	434
9.3	介质透镜的几何光学分析	437
9.3.1	双曲线型和椭圆型介质透镜	437
9.3.2	介质透镜口径场的幅值分布	440
9.4	介质球的几何光学分析	442
9.4.1	均匀介质球的散射和彩虹	442
9.4.2	Luneburg 介质透镜	444
9.5	物理光学近似	446
9.5.1	散射问题的 Stratton-Chu 积分方程	446
9.5.2	理想导体散射的积分方程	447
9.5.3	物理光学近似: 理想导体情形	448
9.5.4	物理光学近似: 介质物体情形	451
9.5.5	物理光学近似的适用性	451
9.6	理想导体散射的物理光学计算	452
9.6.1	理想导体矩形板的单站散射	452
9.6.2	理想导体矩形板的双站散射	454
9.6.3	理想导体圆板的单站散射	458
9.6.4	理想导体球的单站散射	460
9.7	物理光学照明区边界的修正项	461
9.7.1	表面不连续处的电荷守恒定律	461
9.7.2	物理光学近似的修正线积分项	462
9.7.3	远区散射场情形	464
9.7.4	理想导体散射的远区场	466

9.8 物理光学近似下简单目标散射的 MATLAB 计算	466
9.8.1 理想导体矩形板的单站 RCS	467
9.8.2 理想导体矩形板的双站 RCS	468
9.8.3 理想导体圆板的单站 RCS	469
9.8.4 理想导体球的单站 RCS	470
习题	471
参考文献	474
附录 A 矢量分析和场论的若干基本公式	476
索引	485
《现代物理基础丛书》已出版书目	487
彩图	

第1章 基本方程

本章给出 Maxwell 方程的积分和微分形式以及介质分界面处的边界条件, 讨论介质的本构关系, 导出电磁场能量守恒 Poynting 定理. 介绍时谐场的复数表示, 以及平面波极化状态的描写.

1.1 Maxwell 方程

1.1.1 Maxwell 方程积分形式

在电磁实验定律基础上, Maxwell(1873) 建立电磁波基本方程, Hertz(1888) 用实验证实电磁波的存在. 实际上 Maxwell 方程建立前后百余年间许多科学家对电磁学的发展做出了重要贡献, 如表 1-1 所示 (Kraus, 1984; Kong, 2002). 目前电磁波理论在广播、通信、电视、遥感、光学工程、生物医学工程、地球物理及航空航天等领域具有广泛应用. 随着科学技术发展, 对电磁理论的研究也更加深入.

表 1-1 电磁学发展简表

姓名	年代	主要贡献	用以命名的电磁单位
Benjamin Franklin	1706~1790	提出电荷守恒	
Charles A. de Coulomb	1736~1806	测量电、磁作用力	库仑
Karl F. Gauss	1777~1855	提出散度定理, 地磁测量	高斯
Alessandro Volta	1745~1827	发明伏打电池	伏特
Andre M. Ampere	1775~1836	发明螺线管, 电流相互作用	安培
Hans C. Oersted	1777~1851	发现电可以产生磁	奥斯特
Georg S. Ohm	1787~1854	欧姆定律	欧姆
Michael Faraday	1791~1867	发现磁可以产生电	法拉第
Joseph Henry	1797~1878	电报实验	亨利
Wilhelm E Weber	1804~1891	地磁测量	韦伯
James P. Joule	1818~1889	电流热效应焦耳定律	焦耳
James C. Maxwell	1831~1879	奠定电磁理论	麦克斯韦
Thomas A. Edison	1847~1931	发明灯泡和电力系统	
Nikola Tesla	1856~1943	交流电机, 电力传输	特斯拉
Heinrich Hertz	1857~1894	电磁辐射	赫兹
Guglielmo Marconi	1874~1937	实现无线电通信	
Albert Einstein	1879~1955	给出 Maxwell 方程在相对论下的统一形式	

Maxwell 方程的积分形式为

$$\left. \begin{aligned} \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ \oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \\ \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 \\ \oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} &= \iiint_V \rho dV \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中, 第一、二式可应用于以任意回路 L 为边界的曲面 S ; 第三、四式可应用于以任意封闭面 S 为表面的体积 V , 如图 1-1 所示. 各物理量的单位如下:

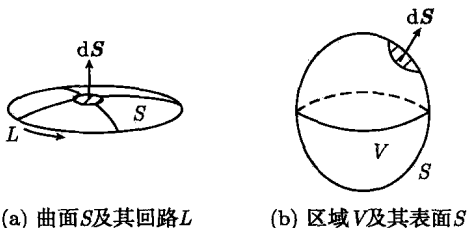
E 为电场强度, 单位为伏/米 (V/m);

D 为电通量密度, 单位为库/米² (C/m²);

H 为磁场强度, 单位为安/米 (A/m);

B 为磁通量密度, 单位为韦/米² (Wb/m²);

J 为电流密度, 单位为安/米² (A/m²).



(a) 曲面 S 及其回路 L

(b) 区域 V 及其表面 S

图 1-1 积分回路和积分体积

1.1.2 Maxwell 方程微分形式

由上述积分形式可以导出微分形式. 根据矢量场论 Stokes 回路定理, 式 (1-1) 第一式左端可以写为

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S}$$

代入式 (1-1) 得

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

上式对任意回路所围曲面成立, 所以有

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$