

根据教育部《国家课程标准》编写

LongMen



YZL10890151076



初中数学

数与式

本册作者 肖九河



龍門書局

龙门品牌·学子至爱
www.longmenbooks.com



数

与

式



初中数学

本册作者 肖九河



YZLI0890151076

(章节目录表，题纲量表等附录)

龍門書局
北 京

版权所有 侵权必究

举报电话:(010)64031958;13801093426

邮购电话:(010)64034160

图书在版编目(CIP)数据

龙门专题·新课标·初中数学·数与式/肖九河本册作者·一修订版·一北京:龙门书局,2010

ISBN 978-7-5088-2583-0

I. 龙… II. 肖 III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 154146 号

责任编辑:马建丽 唐 畅/封面设计:耕 者



龙门书局出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

北京龙兴印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2010 年 8 月第一版 开本:A5(890×1240)

2012 年 1 月第三次印刷 印张:11 3/4

字数:370 000

定 价:21.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前　　言

《龙门专题》自2001年面世以来，历经十年的风雨锤炼，套书总销量超2000万册，单品销量过100万册，稳居专题类首位，成为教辅图书中的一枝“奇葩”。

《龙门专题》能够在十年当中屹立不倒，竞争产品众多，但从未被超越，这是它独特的策划理念和定位所决定的。套书特性如下：

1. 独特的产品定位

与同步教辅不同，《龙门专题》定位在专题突破，在抓教材、抓基础的同时，侧重抓能力、抓素质。它以知识板块为分册依据，每本书针对一个板块，满足学生在这个板块上的学习需求。

在受众选择上，它定位于中等及中等以上的学生，在高度、深度和难度上都适当提高，满足这部分学生深入探究知识的需求。清晰准确的定位，使得《龙门专题》功能明确，读者清晰，这是《龙门专题》策划成功的前提和重要因素。

2. 别具的策划理念

《龙门专题》策划组根据多年中高考的动向以及教学改革的动态，再参考教材使用变化情况和学生需求，打破教材、版本、年级的限制，同时也打破了同步讲解类图书的编写模式，鲜明地提出“专题”的编写理念，在课程标准、考试大纲的基础上，创造性提出以知识板块为核心的编写理念，开辟了教辅市场专题类策划的先河。

考虑到学生参加中高考的现实需求，也照顾到对培养学生探究、应用能力和素质的需要，在栏目策划上，把“基础”和“能力”进行了分层，“基础篇”以教材为中心侧重夯实学生的基础，“能力篇”则侧重方法思维的培养、能力的提高以及与中高考的对接上。

3. 与时俱进，不断革新

图书的创新改革是其生命延伸的根本动力和源泉。只有不断地与时俱进才能够适应市场，适应读者的需求，在竞争中取得绝对的优势。《龙门专题》在这些年中，根据环境的变化而变化，但是“万变不离其宗”，一直秉承着专题的特色，并且不断地丰富、革新它的内容，使得这套书始终焕发着活力。

《龙门专题》是本着“授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷”的宗旨而编写的。套书包括高中九大学科，初中数学、物理、化学、语文、英语五大学科，共计89个品种。

十年的倾心打造，对细节和品质近乎偏执地追求完美，铸造了《龙门专题》这饱蕴汗水和智慧的甘果。为更多的学子提供帮助是我们最大的愿望与期待。

《龙门专题》策划组

2011年8月

CONTENTS



目 录

基础篇	(1)
第一章 有理数	(1)
1. 1 正数和负数	(1)
1. 2 有理数	(10)
1. 3 有理数的加减法	(24)
1. 4 有理数的乘除法	(40)
1. 5 有理数的乘方	(53)
中考热点题型评析与探究	(68)
本章测试题	(74)
第二章 实数	(79)
2. 1 平方根	(79)
2. 2 立方根	(89)
2. 3 实数	(95)
中考热点题型评析与探究	(105)
本章测试题	(111)
第三章 整式	(115)
3. 1 整式	(115)
3. 2 整式的加减	(127)
3. 3 整式的乘法	(138)
3. 3. 1 整式的乘法	(138)
3. 3. 2 乘法公式	(156)
3. 4 整式的除法	(171)
3. 5 因式分解	(183)
中考热点题型评析与探究	(194)

本章测试题	(201)
第四章 分式	(204)
4.1 分式	(204)
4.2 分式的乘除法	(212)
4.3 分式的加减法	(221)
4.4 分式方程	(233)
中考热点题型评析与探究	(242)
本章测试题	(251)
第五章 二次根式	(255)
5.1 二次根式	(255)
5.2 二次根式的乘除	(266)
5.3 二次根式的加减	(282)
中考热点题型评析与探究	(298)
本章测试题	(306)
综合应用篇	(310)
专题一 数式的计算与求值	(310)
专题二 数式的应用	(318)
专题三 数式新型题	(334)
专题四 综合问题中的数式	(343)
模拟考场	(365)



基础篇

第一章 有理数

1.1 正数和负数

知识点精析与应用



知识点精析

1. 相反意义的量

现实生活中,有一些意义相反的词,反映着一些不同的情境、状态或过程,如“高出与低于”“扩大与缩小”等,这些词与数字、单位结合在一起就构成了相反意义的量,如“涨 0.1 元”“调出 80t”等,这个概念包含:

(1) 意义相反,如向东与向西,收入与支出等.

(2) 都是同类的数量,如“高出 10 米与支出 300 元”就不是相反意义的量.

2. 正数和负数

(1) 正数:如 $+1$, $+\frac{3}{2}$, $+1.05$ 等这些小学里学过的数(除 0 外)前加上“+”号就是正数,此时的“+”不是表示加法运算,而是代表数的性质,如“ $+1$ ”读作“正 1”,正数前面的“+”可省略不写.

(2) 负数:如 -1 , $-\frac{7}{3}$, -2.1 等在正数前面加“-”号的数就是负数,“-”号表示数的性质,读作“负”,负数前面的“-”号不能省略.

(3) 关于“0”的意义.

0 既不是正数,也不是负数,是正数与负数的“分界线”,同时,它不再是小学理解的表示“没有”的数,也不再是最小的数,结合生活实际,它具有自身的意义,如“ 0°C ”表示冰点时的温度等.

3. 用正负数表示具有相反意义的量

正数是比 0 大的数,负数是比 0 小的数,正、负数可用来表示生活中这些具有相反意义的量.自然界中有许多具有相反意义的量,如上升 5 米与下降 6 米,向东 10km 与向西 8km,盈余 10 万元与亏损 2 万元等,都可以用正数与负数来表

示它们。



解题方法指导

[例 1] 对下图中具有相反意义的量,用线将它们连接起来。

向南 20m	零上 8°C
向东 5m	高出海平面 3m
零下 4°C	向北 12m
低于海平面 90m	向西 8m

分析 先找出具有相反意义的词,再确定相反意义的量,相反意义的量必须有数据与单位.

解

向南 20m	零上 8°C
向东 5m	高出海平面 3m
零下 4°C	向北 12m
低于海平面 90m	向西 8m

[例 2] 用正、负数表示下列具有相反意义的量.

(1)在知识竞赛中,如果用+10 表示加 10 分,那么扣 20 分应怎样表示?

(2)某人转动转盘,如果用+5 圈表示沿逆时针方向转了 5 圈,那么沿顺时针方向旋转了 12 圈怎样表示?

(3)在某次乒乓球质量检测中,一只乒乓球超出标准重量 0.02g 记作 +0.02g,那么 -0.03g 表示什么?

分析 (1)加分和扣分具有相反意义,+10 表示加 10 分,则扣 20 分应用 -20 表示;

(2)逆时针转动转盘与顺时针转动转盘表示相反意义,逆时针转动为正,则顺时针转动为负;

(3)超出标准质量的相反意义的量是低于标准质量,超出标准质量 0.02g 表示为 +0.02g,则 -0.03g 表示低于标准质量 0.03g.

解 (1)扣 20 分记作 -20;

(2)沿顺时针方向转 12 圈记作 -12 圈;

(3) -0.03g 表示乒乓球低于标准质量 0.03g.

说明 具有相反意义的两个量规定其中一个量用正数表示,另一个量就用负数表示,到底用正数还是用负数来表示其中的哪一个量,只是一种规定,但也常遵循人们的习惯,比如人们习惯用正数表示零上温度,用正数表示收入等.

[例 3] 某水文站记录一条河流的正常水位是 28 米,记录表上有 6 次记录分别为 $+2.1, 0, -1.2, -3, -2, +1$, 这 6 次记录表示的实际水位分别是_____.

分析 在现实生活中,人们总是习惯把“高于”“上升”等记为正数,一般情况下,数学遵循这些生活“约定俗成”的规矩,所以,本题中的“+”号表示高于正常水位.

解 30.1 米, 28 米, 26.8 米, 25 米, 26 米, 29 米.

说明 从本题的解答过程可以看出,数学与现实生活是密不可分的,脱离了生活去看数学,不仅会感到单调与枯燥,而且也会让数学成了“无源之水”.

[变式] 课桌的高度比标准高度高出 2mm, 记作 $+2\text{mm}$, 那么比标准高度低 3mm 记作什么? 现在有 5 张课桌,量得它们的尺寸分别为 $+1\text{mm}, -1\text{mm}, -1.5\text{mm}, 0\text{mm}, +3\text{mm}$. 若规定课桌高度比标准高度最高不能超过 2mm、最低不能少于 2mm 就算合格,问上述 5 张课桌中有几张合格?

分析 用正、负数表示相反意义的量,把比标准高度高记为正,则比标准高度低记为负;规定课桌的高度比标准高度最高不能超过 2mm,最低不能少于 2mm 就算合格,也就是量得尺寸高、低在 $+2\text{mm}$ 和 -2mm 之间算合格,故知 $+1\text{mm}, -1\text{mm}, 0\text{mm}, -1.5\text{mm}$ 均为合格.

解 比标准高度低 3mm 记作 -3mm ,以上 5 张课桌中有 4 张合格.

[例 4] 若向东走 8m,记作 $+8\text{m}$,一个人从 A 地出发先走 $+18\text{m}$,再走 -15m ,又走 $+20\text{m}$,最后走 -12m ,你能判断此人这时在何处吗?

分析 因为规定向东为正,所以走 $-15\text{m}, -12\text{m}$,即为向西走 15m 和 12m,那么这个人最后应在 $18 - 15 + 20 - 12 = 11(\text{m})$ 处,即在 A 的东边 11m 处.

解 $18 - 15 + 20 - 12 = 11$ 即 $+11$,故这个人最后在 A 处以东 11m 处.

说明 (1)要正确理解“+”“-”号在实际问题中的意义,当我们规定出正数的意义后,“-”号就表示与“+”号意义相反的意思,如本题的“-”号即表示“向西走”.

(2)本题可结合经验,用示意图帮助求解,就像直接观察温度计来获取温度变化情况一样.



基础达标演练

- 下列各数: $-27, -4.9, 8, +\frac{4}{9}, 2012, 3.141, 0, -2\frac{1}{5}, +999$,其中正数_____个,负数有_____个.
- 比海平面高380米的地方,可记作+380米,则海拔高度为-20米表示_____.
- 某银行在1h内办理了四笔业务:存款300元,取款100元,存款500元,取款200元,用正数、负数表示分别为_____.
- 在一个圆形零件的图纸上标明零件的直径为80mm,但后面又标出土0.5mm,那么它表示的是_____.
- 在电视上看到的天气预报中,某地自然保护区某天的气温为“-5°C”表示的意思是_____.
- 如果收入200元记作+200元,那么支出150元,记作 ()
A. +150元 B. -150元 C. +50元 D. -50元
- 若向东走3米,记作-3米,那么向西走4米,记作 ()
A. 4米 B. 7米 C. -4米 D. -7米
- 下列各数中,不是互为相反的量的是 ()
A. 高出8cm和低于8cm B. 节约10min和浪费8min
C. 红色和黑色 D. 前进5米和后退10米
- 下列说法正确的是 ()
A. 某公司股票先上涨3元,再下跌1元,则实际上涨2元
B. 一个正数和一个负数构成一对具有相反意义的量
C. 水位+3米与水位-1米相差2米
D. 规定向东为正,则向西移动5米,记作5米
- 下列说法正确的是 ()

- A. 0 是正数, 又是负数 B. 0°C 表示没有温度
 C. “超过”一定用正数表示 D. 0 不是正数, 也不是负数
11. 下列说法中, (1) 带“—”号的数一定是负数; (2) 带“+”号的数都是正数; (3) 正数是大于 0 的数; 错误的结论有 () 个.
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
12. 扬帆中学进行七年级数学竞赛, 满分 120 分, 96 分以上的为优秀, 王老师将某一小组五名同学的成绩简记为: +10, -3, 0, +4, -4, 则这五名同学的成绩实际为 ()
 A. 130, 117, 120, 106, 124 B. 106, 93, 96, 100, 92
 C. 10, -3, 0, 4, -4 D. 120, 117, 120, 120, 116
13. 一天早晨的气温是 -7°C , 中午上升了 11°C , 午夜又下降了 9°C , 则午夜的气温是 ()
 A. -5°C B. -6°C C. -7°C D. -9°C
14. “老张比老李大 -8 岁”表示的意义是 ()
 A. 老张比老李小 8 岁 B. 老张比老李大 8 岁
 C. 老李比老张大 -8 岁 D. 老李比老张小 8 岁
15. 某项科学研究, 以 45 分钟为 1 个时间单位, 并记每天上午 10 时以前记为负, 10 时以后记为正, 例如: 9:15 记为 -1 , 10:45 记为 1 等, 依此类推, 上午 7:45 应记为 ()
 A. -7.45 B. 2.5 C. -3 D. 3
16. 在下列横线上填适当的词, 使前后构成具有相反意义的量:
 (1) 支出 12 元, _____ 4 元; (2) 减少 10% , _____ 2.8% ;
 (3) 上来 8 人, _____ 2 人; (4) 缩小 3 倍, _____ 5 倍.
17. 用正数和负数表示下列具有相反意义的量.
 (1) 温度上升 15°C 和温度下降 18°C .
 (2) 赢利 3 万元和亏损 5 千元.
 (3) 向东走 10m 和向西走 8m.
18. 为了解某中学七年级男生的体能状况, 从该中学七年级抽取 50 名男生进行 1 分钟跳绳测试, 以跳 100 次为标准, 超过的次数用正数表示, 不足的次数用负数表示, 其中 8 名学生成绩为: 2, -1, 0, 3, -2, -3, 1, 0.
 (1) 这 8 名男生有百分之几达到标准?
 (2) 这 8 名男生共跳绳多少次?
19. 某工厂第一季度盈利 25 万元, 记作 $+25$ 万元, 第二季度盈利 32 万元, 第三

季度亏损 10 万元,第四季度盈利 35 万元.

(1)用正数或负数表示第二、三、四季度的盈亏情况.

(2)全年总算是盈利还是亏损多少万元?

20. 粮库进出粮食记录如下(运进为正):

日期	15	16	17	18	19
进出(吨)	+82	-17	-30	+68	0

说明每天进出记录的实际意义.

21. 用正数、负数表示下列各组具有相反意义的量.

(1)零上 19℃与零下 20℃;

(2)高于海平面 1423 米与低于海平面 253 米.

22. 商品的买卖过程中,利润的计算公式是:利润=销售收入-销售成本.晓叶利用这个公式算出妈妈经营的小店某一天的利润为-20 元.请问-20 元是什么意思?



答案与提示

1. 5,3 2. 比海平面低 20 米 3. 300 元, -100 元, 500 元, -200 元 4. 允许误差的大小 5. 零下 5℃ 6. B 7. A 8. C 9. A

10. D 11. C 12. B 13. A 14. A 15. C

16. (1)收入 (2)增加 (3)下去 (4)扩大

17. (1)15℃, -18℃ (2)3 万元, -5 千元 (3)10m, -8m

18. (1)由题意知,这 8 名男生中共有 5 人达到了标准. $5 \div 8 = 0.625 = 62.5\%$ 答:这 8 名男生有 62.5% 达到标准. (2)以 100 次为标准,这 8 名男生分别跳了 100+2, 100-1, 100, 100+3, 100-2, 100-3, 100+1, 100 次, 即 102, 99, 100, 103, 98, 97, 101, 100 次. $102+99+100+103+98+97+101+100=800$ 答:这 8 名男生共跳绳 800 次.

19. (1)第二季度:+32 万元;第三季度:-10 万元;第四季度:+35 万元; (2) $25+32-10+35=82$ (万元)

20. 15 日运进 82 吨,16 日运出 17 吨,17 日运出 30 吨,18 日运进 68 吨,19 日不运进也不运出.

21. (1)如果用正数表示零上温度,那么零上 19℃ 就表示为 +19℃, 零下 20℃ 就表示为 -20℃. (2)如果用正数表示高出海平面的高度,那么高于海平面 1423 米表示为 +1423 米, 低于海平面 253 米就表示为 -253 米.

22. 指亏本 20 元.

能力拓展



考点剖析

本节重点考查对负数意义的理解,负数、“—”号新的意义与小学所建立的“数学体系”有些不同,所以要结合实际情境接受这个“新数”,并灵活地对原来知识予以拓展,比如,认识到负数中也有偶数,如 $-2, -4, -6$ 等;负数中也有整数、分数的区别等.

负数的出现扩大了数的领域,要善于观察,发现隐于数字中的规律,探寻一般性结论.



考题探究

[例 1] 冬季某天我国三城市的最高气温分别是 -10°C , 1°C , -7°C ,把它们从高到低排列正确的是 ()

- A. $-10^{\circ}\text{C}, -7^{\circ}\text{C}, 1^{\circ}\text{C}$ B. $-7^{\circ}\text{C}, -10^{\circ}\text{C}, 1^{\circ}\text{C}$
 C. $1^{\circ}\text{C}, -7^{\circ}\text{C}, -10^{\circ}\text{C}$ D. $1^{\circ}\text{C}, -10^{\circ}\text{C}, -7^{\circ}\text{C}$

分析 根据生活经验及所学知识可知: 1°C 表示零上 1°C , -10°C 表示零下 10°C , -7°C 表示零下 7°C ,故可知三个城市的温度从高到低排列是 $1^{\circ}\text{C}, -7^{\circ}\text{C}, -10^{\circ}\text{C}$,从而 C 答案正确.

说明 本题借助温度计加以理解,可形象生动、直观地显示出结论来,观察实物或者通过实际动手操作寻找问题答案,也是一种学习方法,应予以重视.

[例 2] 请写出反映 $-6, +8$ 实际意义的例子各一个,注意设计好现实情境.

解 规定收入为正,支出 6 元记作 -6 元,规定零上温度为正,今天的气温是零上 8°C 记作 $+8^{\circ}\text{C}$,或小商店的经营中,和去年同期相比,收入上升 8 个百分点,支出减少 6 个百分点等.

说明 这是一道开放性问题,答案不唯一,只要符合实际即可,但要注意的是,应先规定一种意义用正数表示,因为正数、负数表示现实生活中相反意义的量时,并不是一成不变的,不先作出规定,那么正数的意义就不明确了.

[例 3] 观察下面一列数, 探求其规律:

$$-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \dots$$

(1) 写出第 7、8、9 项的三个数.

(2) 第 2012 个数是什么?

(3) 如果这一列数无限排列下去, 与哪两个数越来越接近?

分析 要解决问题, 关键是研究其规律, 这一列数的分母分别是 2, 3, 4, …, 分子相应地为 1, 2, 3, …, 并且奇数项为负, 偶数项为正.

解 (1) $-\frac{7}{8}, \frac{8}{9}, -\frac{9}{10}$; (2) $\frac{2012}{2013}$; (3) -1 和 1 .

说明 发现本题数字排列规律可分四步: 一看分子, 二看分母, 三看分子、分母间关系, 四看性质符号.



思维拓展演练

- 飞机上升以正数表示, 下降以负数表示, 若甲飞机在 1200 米高空, 两次记录升降情况是 +300 米, -600 米; 乙飞机在 1600 米高空, 同一时间记录升降情况为 +450 米, -900 米, 这时哪架飞机高些?
- 某化肥厂按计划每月生产化肥 500 吨, 2 月份超额 12 吨, 3 月份少生产 2 吨, 4 月份少生产 3 吨, 5 月份超额 6 吨, 6 月份刚好完成指标, 7 月份超额 5 吨, 请你设计一个表格用正、负数表示这 6 个月的生产情况.
- 观察下列依次排列的一列数, 你能发现它的排列有什么规律? 它后面三个数可能是什么数? 试把它写出来.
 - 1, -2, 4, -8, 16, -32, _____, _____, _____, …
 - 1, 2, -3, 4, 5, -6, 7, 8, -9, _____, _____, _____, …
 - 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, _____, _____, _____, …
- 对于正整数, a, b , 规定一种新运算 \ast , 用 $a \ast b$ 表示由 a 开始的连续 b 个正整数之和, 如 $2 \ast 3 = 2 + 3 + 4 = 9$, $3 \ast 4 = 3 + 4 + 5 + 6 = 18$.
 - 计算 $7 \ast 8$ 的值;
 - 计算 $1 \ast (2 \ast 6)$ 的值.
- 长江某水文检测站, 以正常水位 10 米为基准, 对 4 个不同时刻的水位情况记录下:

+1.5 米, 0 米, -1.6 米, +3 米.

 这 4 项记录表示的实际水位分别是多少米?

6. 把下列各数填到相应的大括号里:

$$-17, 4.8, +84, 0, \frac{1}{3}, -7.9, -12.1, -5, -\frac{5}{6}, \frac{2}{7}, 29.$$

正数集合: { ... };

负数集合: { ... };

正整数集合: { ... };

负整数集合: { ... };

正分数集合: { ... };

负分数集合: { ... }.

7. 好优多超市一周里每天的利润如下(单位:元):

$$-100, -230, +180, -750, +400, +300, +1000.$$

在这一周里该超市是盈利了还是亏损了?

8. 观察下面每一列数, 它们的排列有什么规律? 请接着写出后面的3个数:

$$(1) 1, 0, -1, 1, 0, -1, 1, 0, -1, \dots.$$

$$(2) -1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots.$$

$$(3) 1, -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{5}{6}, \dots.$$

9. 一名足球守门员练习折返跑, 从守门员位置出发, 向前跑记作正数, 向后跑记作负数, 他的练习记录如下:(单位:米):

$$+5, -3, +10, -8, -6, +12, -10.$$

(1) 守门员是否回到了守门员位置?

(2) 守门员离开守门员位置最远是多少米?

(3) 守门员离开守门员位置达10米以上(包括10米)的次数是多少?

答案与提示

1. 乙飞机高些.

2. 设计表格举例如下, 供参考:

月份	2	3	4	5	6	7
化肥吨数	12	-2	-3	6	0	5

3. (1) 64 -128 256; (2) 10 11 -12; (3) -4 -5 -6

4. (1) 84; (2) 378

5. 这4项记录分别表示比正常水位高1.5米, 正常水位, 比正常水位低1.6米, 比正常水位高3米.

所以这 4 项记录表示的实际水位分别是 11.5 米, 10 米, 8.4 米, 13 米.

6. 正数集合: $\{4.8, +84, \frac{1}{3}, \frac{2}{7}, 29, \dots\}$; 负数集合: $\{-17, -7.9, -12.1, -5, -\frac{5}{6}, \dots\}$; 正整数集合: $\{+84, 29, \dots\}$; 负整数集合: $\{-17, -5, \dots\}$; 正分数集合: $\{4.8, \frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \dots\}$; 负分数集合: $\{-7.9, -12.1, -\frac{5}{6}, \dots\}$.

7. 一周里有 4 天盈利, 3 天亏损, 4 天共盈利 $180+400+300+1000=1880$ (元), 3 天共亏损 $100+230+750=1080$ (元), 故一周内共盈利 800(元).

8. (1) 1, 0, -1; (2) -7, 8, -9; (3) $\frac{6}{7}, -\frac{7}{8}, \frac{8}{9}$

9. (1) 这名足球守门员折返跑的具体情形是: 向前跑 5 米, 向后跑 3 米, 向前跑 10 米, 向后跑 8 米, 向后跑 6 米, 向前跑 12 米, 向后跑 10 米. 向前跑的总路程为 27 米, 向后跑的总路程为 27 米, 所以守门员回到了守门员位置. (2) 几次运动后, 守门员离开守门员位置的具体情形为: 前 5 米, 前 2 米, 前 12 米, 前 4 米, 后 2 米, 前 10 米, 0 米. 所以, 守门员离开守门员位置最远是 12 米. (3) 守门员离开守门员位置达 10 米以上(包括 10 米) 的次数是 2 次.

1.2 有理数

知识点精析与应用



知识点精析

1. 有理数

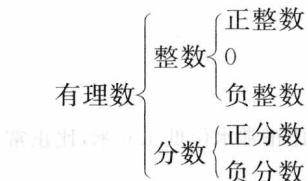
(1) 正整数、0、负整数统称为整数, 正分数和负分数统称为分数.

(2) 整数和分数统称为有理数.

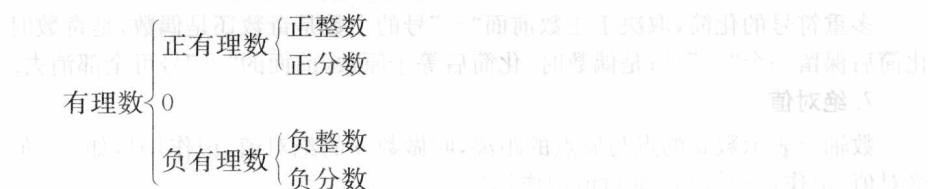
(3) 引入负数后, 数的范围扩大为有理数, 自然数扩大为整数, 整数也可以分为奇数和偶数两类, 能被 2 整除的数是偶数, 如 $-6, -4, -2, 0, 2, 4, \dots$; 不能被 2 整除的数是奇数, 如 $-5, -3, -1, 1, 3, \dots$.

2. 有理数的分类

(1) 按整数、分数的关系分类



(2)按正数、负数与 0 的关系分类



注意 ①观察上面两种分类法发现,有理数可被细分为:正整数、正分数、0、负整数、负分数五类.

②通常把正整数和零统称为非负整数,也叫自然数;负整数和零统称为非正整数,正有理数和 0 统称为非负有理数,负有理数和 0 统称为非正有理数.

3. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

(1)数轴具有三要素:原点、正方向和单位长度,三者缺一不可.

(2)“三要素”是人为规定的,即是说原点的选取、正方向的确定(通常规定向右为正),单位长度的大小的确定,都是根据需要而规定的,但一经确定(在同一个问题中)就不能随便更改.

(3)数轴是直线,可以向两边无限延伸,因此所有的有理数都可用数轴上的点来表示.

4. 用数轴上的点表示有理数

每一个有理数都可用数轴上的点来表示,表示负有理数的点都在数轴原点的左边,表示正有理数的点都在原点的右边,原点表示数 0.

(1)设 a 是一个正数,则数轴上表示数 a 的点在原点的右边,与原点的距离是 a 个单位长度;表示 $-a$ 的点在原点的左边,与原点的距离是 a 个单位长度.

(2)数轴上的点表示的数,右边的点表示的数总比左边的点表示的数大,因此,可借助数轴比较有理数的大小.

5. 相反数

(1)只有符号不同的两个数,说其中一个是另一个的相反数,也称这两个数互为相反数,0 的相反数是 0.

(2)在数轴上位于原点的两旁,并且与原点距离相等的两个点所表示的数,叫作互为相反数.互为相反数的和为 0.

6. 多重符号的化简

(1)在一个数的前面添加一个“+”号,仍然与原数相同;