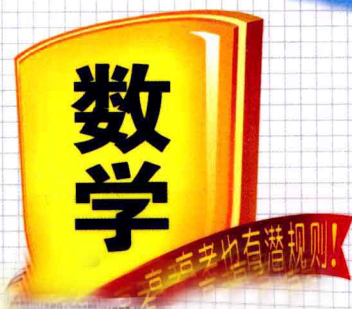


用20%的时间掌握80%的考点，从此高考变轻松！

高考命题 潜规则

丛书主编：周贞雄 本册主编：蒋明权 毛艳 梁喜涛



MATHEMATICS

- ◆这是一套揭秘高考命题规律的书
- ◆这是一套激活高考应试潜能的书
- ◆这是一套颠覆高考复习模式的书
- ◆这是一套打破高考战争平衡的书

湖南大学出版社



惊人发现——高考命题也有潜规则

高考命题潜规则

—— 数 学 ——

总策划：李 景

丛书主编：周贞雄

本册主编：~~蒋明权~~ 毛 艳 梁喜涛

副主编：~~蒋芳茂~~ 周晓鹤 陈雪晴 刘锡兵

编 委：蒋明权 毛 艳 梁喜涛 蒋芳茂

周晓鹤 陈雪晴 刘锡兵 刘璟珺

丁边 刘火顺

戈立 王 红

刘建国 田立平

湖南大学出版社



内容简介

本书不像其他同类辅导书那样将课本中的知识点逐条罗列,而是从近几年的高考真题中提炼、归纳出高考命题的“潜规则”,即把高考中的高频考点和解答方法与技巧整理成通用、有效的知识要点,使考生在复习备考时做到胸有成竹,有的放矢。通过这种知识体系的学习,考生可以充分体验到“积点成线,由线到面”的学习效果,从而大大提高学习效率!

本书适合高中各年级学生及数学教师使用。

图书在版编目(CIP)数据

高考命题潜规则·数学 / 蒋明权,毛艳,梁喜涛主编.

—长沙:湖南大学出版社,2011.7

(高考潜规则系列丛书)

ISBN 978-7-5667-0002-5

I. ①高… II. ①蒋… ②毛… ③梁… III. ①中学数学课—高中—升学参考资料

IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 132809 号

高考命题潜规则·数学

Gaokao Mingti Qianguize · Shuxue

作者:蒋明权 毛艳 梁喜涛 主编

责任编辑:严小涛

封面设计:李华丽 张毅

出版发行:湖南大学出版社

社址:湖南·长沙·岳麓山 邮编:410082

电话:0731-88821691(发行部),88821343(编辑室),88821006(出版部),88619166(经销)

传真:0731-88649312(发行部),88822264(总编室)

电子邮箱:yanxiaotao@hnu.cn

网址:<http://www.hnupress.com>

印装:长沙鸿发印务实业有限公司

开本:889×1194 16开 印张:16 字数:421千字

版次:2011年8月第1版 印次:2011年8月第1次印刷

书号:ISBN 978-7-5667-0002-5 / G·498

定价:39.80元

版权所有,盗版必究

湖南大学版图书,凡有印装差错,请与发行部联系

惊人发现——高考命题也有潜规则

“潜规则”是个新名词,从字面上看,它的意思是“潜在的规则”,如今很大程度上被人理解成贬义词。当我们说某某人或某某事被“潜”的时候,往往意味着某人或某事被迫在潜规则面前妥协。但换个角度来说,是不是认识和了解了某些潜规则,我们就可以将复杂的问题简单化,将棘手的事情容易化?回答是肯定的,有时甚至是绝对的!

经过多年的潜心研究和细致比较,我们发现高考命题也有潜规则,而且有不少潜规则。但是,关乎同学们高考成败的大事,我们不能信口开河,当然要用事实说话!但这篇短短的前言篇幅实在有限,这里我们只能以部分学科的部分命题潜规则为例加以简要说明,与大家分享!为了增强说服力,我们只举具体实例,不进行空洞的理论“说教”——下面就是见证奇迹的时刻!

■语文学科:

◆近几年,绝大部分省市都考查常用汉字的读音。根据教学大纲和考试说明,中学生应该掌握的常用汉字有3500多个,按理说,命题者对汉字读音的考查空间是很大的,换句话说,同一汉字的读音被重复考查的几率应该是很小的。但是,从近几年的高考命题来看,情况根本不是这样,有些汉字的读音很少考查,而有些汉字的读音却考得非常频繁,比如“否极泰来”这一成语,其中“否”字(读pǐ,不读fǒu)的读音就备受高考命题者的青睐。请看实例:

2008 江西卷:考查了“否极泰来”中“否”字的读音

2008 山东卷:考查了“否极泰来”中“否”字的读音

2009 江苏卷:考查了“否极泰来”中“否”字的读音

2009 浙江卷:考查了“否极泰来”中“否”字的读音

2010 江西卷:考查了“否极泰来”中“否”字的读音

……

又如“溯”(读sù)这个字,它也备受高考命题者的青睐,该字的读音在近几年的高考中就被考查了若干次:

2008 广东卷:考查了“溯源”中“溯”字的读音

2008 重庆卷:考查了“追本溯源”中“溯”字的读音

2008 全国卷:考查了“探本溯源”中“溯”字的读音

2009 四川卷:考查了“溯流而上”中“溯”字的读音

2010 四川卷:考查了“追根溯源”中“溯”字的读音

2010 北京卷:考查了“穷源溯流”中“溯”字的读音

2011 天津卷:考查了“追本溯源”中“溯”字的读音

……

◆再看看名句名篇的默写。虽然各个省市的考试大纲不同,对要求背诵的篇目也有所不同,但高考命题者对某些比较经典的名篇考查的几率非常大,《劝学》就是其中之一:

2008 广东卷:考查了《劝学》中名句的默写

2008 全国卷:考查了《劝学》中名句的默写

2008 山东卷:考查了《劝学》中名句的默写

2009 江苏卷:考查了《劝学》中名句的默写

2009 安徽卷:考查了《劝学》中名句的默写

2009 福建卷:考查了《劝学》中名句的默写

2009 全国卷:考查了《劝学》中名句的默写

2009 山东卷:考查了《劝学》中名句的默写

2009 四川卷:考查了《劝学》中名句的默写

2009 天津卷:考查了《劝学》中名句的默写

2009 重庆卷:考查了《劝学》中名句的默写

2010 陕西卷:考查了《劝学》中名句的默写

2010 江苏卷:考查了《劝学》中名句的默写

2010 福建卷:考查了《劝学》中名句的默写

2010 安徽卷:考查了《劝学》中名句的默写

2011 福建卷:考查了《劝学》中名句的默写

2011 山东卷:考查了《劝学》中名句的默写

2011 上海卷:考查了《劝学》中名句的默写

……

又如经典名篇《离骚》也是历年高考各省市试卷中出现频率很高的一篇：

2009 江苏卷：考查了《离骚》中名句的默写	2009 福建卷：考查了《离骚》中名句的默写
2009 江西卷：考查了《离骚》中名句的默写	2009 辽宁卷：考查了《离骚》中名句的默写
2009 全国卷：考查了《离骚》中名句的默写	2009 四川卷：考查了《离骚》中名句的默写
2009 天津卷：考查了《离骚》中名句的默写	2010 北京卷：考查了《离骚》中名句的默写
2010 湖北卷：考查了《离骚》中名句的默写	2010 福建卷：考查了《离骚》中名句的默写
2010 江西卷：考查了《离骚》中名句的默写	2010 辽宁卷：考查了《离骚》中名句的默写
2010 全国卷：考查了《离骚》中名句的默写	2011 重庆卷：考查了《离骚》中名句的默写
2011 安徽卷：考查了《离骚》中名句的默写

■数学学科：

◆比如数列这一专题，它既是学习的重点，也是备考的难点。因为数列公式很多，而且公式的变式也多，许多同学在备考时感到很吃力，碰到数列考题往往不知所措。不过，有趣的是，高考命题者对数列的考查非常有规律，比如在考查等差数列的性质时，90%的试题是对“若 $m+n=p+q$ ，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$ ”这一性质的考查，请看实例：

- (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_9=72$ ，则 $a_2+a_4+a_9=$ _____。(2009 全国卷)
- (2) 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列， $a_1+a_3+a_5=105$ ， $a_2+a_4+a_6=99$ ，则 $a_{20}=$ _____。(2009 安徽卷)
A. -1 B. 1 C. 3 D. 7
- (3) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_3+a_4+a_5=12$ ，那么 $a_1+a_2+\dots+a_7=$ _____。(2010 全国卷)
A. 14 B. 21 C. 28 D. 35
- (4) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1+a_9=10$ ，则 $a_5=$ _____。(2010 重庆卷)
A. 5 B. 6 C. 8 D. 10
- (5) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_3+a_7=37$ ，则 $a_2+a_4+a_6+a_8=$ _____。(2011 重庆卷)
.....

■英语学科：

◆许多人（包括学生和教师）认为像 ahead 这样的词过于简单，高考一般不会考。事实上，它备受高考英语命题者的青睐，而且涉及这个考点的试题隐含一个惊天的秘密，那就是这些考查 ahead 用法的考题，不管是出现在哪一年的高考题中，也不管是出现在哪个省市的高考题中，命题者都无一例外地将答案定格在 go ahead 这一习惯表达上。请看实例：

- (1) —I probably shouldn't have any more cake.
—Oh, A. It won't kill you. (2011 辽宁卷)
A. go ahead B. hold on, please C. you're welcome D. that'll do
- (2) —May I open the window to let in some fresh air?
— C (2009 四川卷)
A. Come on. B. Take care. C. Go ahead! D. Hold on!
- (3) —Could I ask you a rather personal question?
—Sure, B. (2008 全国卷 II)
A. pardon me B. go ahead C. good idea D. forget it
- (4) — Could I use your computer for a few moments, please?
— C. I'm not using it myself. (2007 陕西卷)
A. Come on B. It depends C. Go ahead D. That's great
- ...

◆同样，许多人（包括学生和教师）认为像 really 这样的词高考一般不会考，因为它的意义太单一，用法太简单。事实上，它也是备受高考英语命题者青睐的一个热点词，而且涉及这个考点的试题也隐含一个惊天的秘密，那就是这些考查 really 用法的考题，不管是出现在哪一年的高考题中，也不管是出现

在哪个省市的高考题中，命题者都无一例外地将答案定格在 not really 这一习惯表达上。请看实例：

(1) —Do you enjoy your present job?

— B. I just do it for a living. (2010 江西卷)

A. Of course B. Not really C. Not likely D. Not a little

(2) —Was he sorry for what he'd done?

— C. (2010 全国卷I)

A. No wonder B. Well done C. Not really D. Go ahead

(3) —Have you played baseball before? We need one more player. (2010 重庆卷)

— B. I like ball games, so I believe it will be fun to learn baseball.

A. Sometimes B. Not really C. Never mind D. That's cool

(4) —Did you have a good time in Thailand last week?

— A. It was too hot. (2008 辽宁卷)

A. Not really B. Yes, why not C. Oh, great really D. You're right

(5) —Was Martin sorry for what he'd done?

— C. It was just like him! (2007 安徽卷)

A. Never mind B. All right C. Not really D. Not surprisingly

(6) —“Could we put off the meeting?” she asked.

— D.” He answered politely. “This is the only day everyone is available.” (2007 江苏卷)

A. Not likely B. Not exactly C. Not nearly D. Not really

(7) —Have you been wasting time on computer games again?

— B. I've been studying a lot and I need a break. (2007 山东卷)

A. No way B. Not really C. I don't agree D. I couldn't agree more

...

◆你熟悉 seated 吗？你知道 seated 的用法吗？你认为高考会考 seated 吗？请看下面的高考题，看看命题者都遵循了什么样的潜规则（重点比较第(2)题和第(4)题）：

(1) Can those C at the back of the classroom hear me? (2008 福建卷)

A. seat B. sit C. seated D. sat

(2) Ladies and gentlemen, please remain A until the plane has come to a complete stop. (2009 四川卷)

A. seated B. seating C. to seat D. seat

(3) Please remain B; the winner of the prize will be announced soon. (2008 辽宁卷)

A. seating B. seated C. to seat D. to be seated

(4) Please remain D until the plane has come to a complete stop. (2007 山东卷)

A. to seat B. to be seated C. seating D. seated

...

◆你认为高考会考“超纲”词汇的用法吗？你能在3500个课标词汇中找到 reputation 这个词吗？找不到！你肯定会认为，这个超出3500个课标词汇的 reputation 肯定不会作为直接考点出现在高考题中。请看下面的实例，你会发现，高考不仅直接考查 reputation 的用法，而且均涉及 have a good reputation 这一搭配：

(1) The doctor is skilled at treating heart trouble and never accepts any gift from his patients, so he has a very good B. (2010 江苏卷)

A. expectation B. reputation C. contribution D. civilization

(2) China has got a good A for fighting against the flu with its careful and smooth organization. (2009 安徽卷)

A. reputation B. influence C. impression D. knowledge

...

◆你也许会想，上面的例题所反映的都是单项填空方面的命题潜规则，其他题型也有这样的潜规则吗？下面我们来看看单词拼写题。近几年来，考查单词拼写的省市不多，其实只有陕西卷和全国卷II（适用于贵州、云南、甘肃、内蒙古、青海等）。不过，尽管全国考查单词拼写的考卷不多，每年考查的单词也非常有限（每套试题只涉及10个词，两套试题共涉及20个词），但还是体现出非常明显的命题规律（或叫潜规则）。

根据新课标的要求，中学生应掌握3500个常用单词，所以从理论上说，这3500个单词可以让高考在175年内不出现重复考查的单词（计算公式为：3500词÷20词/年=175年）；即使撇开50%的单词不适合命制单词拼写题（其实远没有这么多单词不适合命制单词拼写题），如a, an, on, in, at, with, come, go, boy, girl等，新课标中的单词量也够高考命题者用八九十年而无需使用重复的单词。但情况根本不是这样，事实上，绝大部分单词从来没有被高考考查过，但有少数“明星”单词反复地被考查。如：

◇ **lawyer**（律师）

(1) Sydney wants to become a _____（律师）in the future.（2009全国卷II）

(2) He is an excellent _____（律师）with a good brain and a determination to achieve.（2009陕西卷）

...

◇ **plastic**（塑料；塑料的）

(1) He put the rubbish into the _____（塑料）bag and took it downstairs.（2011全国卷II）

(2) If you cannot find wooden boxes, you may use either _____（塑料的）or metal ones instead.（2009陕西卷）

...

◇ **ceiling**（天花板）

(1) Tall people like rooms with high _____（天花板）.（2011全国卷II）

(2) He turned on the television set hanging from the _____（天花板）.（2007陕西卷）

...

◇ **neighbour**（邻居）

(1) One of our _____（邻居）kept a very beautiful garden.（2008全国卷II）

(2) Leave your key with a _____（邻居）in case you lock yourself out one day.（2008陕西卷）

...

◇ **favourite**（最喜欢的）

(1) My _____（最喜欢的）colour is green.（2010全国卷II）

(2) What is your _____（最喜欢的）color?（2007全国卷II）

...

限于篇幅，更多精彩的潜规则不宜放在这篇前言里详述。你若有兴趣，不妨找一本我们的《高考命题潜规则》看个究竟，相信不会让你失望！

上面列举了语文、数学、英语三科所呈现的高考命题潜规则，物理、化学、生物呢？情况也大同小异！

面对如此细致的研究，如此惊人的高考命题揭秘，如此让人不可思议的潜规则，同学们会有何感想呢？你认为这套书值得你买吗？你认为这套书对你的高考会有帮助吗？相信你的选择是明智的！

C 目录

Contents

专题一 集合命题潜规则	
规则一 考查新定义集合	1
规则二 考查集合之间的包含与相等关系	2
规则三 考查集合的子集	3
规则四 考查两个集合的并集	3
规则五 考查两个集合的交集	4
规则六 考查全集与补集	5
规则七 考查用韦恩(Venn)图表示集合的关系及运算	6
专题二 常用逻辑用语命题潜规则	
规则一 考查命题及其关系	7
规则二 考查充要条件的判断	7
规则三 考查复合命题真假的判断	9
规则四 考查全称命题与特称命题	10
专题三 函数命题潜规则	
规则一 考查函数概念及函数值的求解	12
规则二 考查函数的定义域	13
规则三 考查函数的值域	14
规则四 考查分段函数	14
规则五 考查函数的单调性	16
规则六 考查函数的奇偶性	17
规则七 考查函数的最值	18
规则八 考查函数的周期性	19
规则九 考查函数的反函数	20
规则十 考查指数函数的图像和性质	20
规则十一 考查对数函数的概念及其运算性质	21
规则十二 考查对数函数的图像和性质	22
规则十三 考查指数函数 $y = a^x$ 与对数函数 $y = \log_a x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 的关系	23
规则十四 考查二次函数的相关问题	24
规则十五 考查函数的零点	26
规则十六 考查函数的图像	27
专题四 导数及其应用命题潜规则	
规则一 考查切线与斜率	30

规则二	考查导数与函数的单调性	32
规则三	考查导数与函数的极值	35
规则四	考查导数与函数的最值	39
规则五	考查导数与函数的图像	41
规则六	考查导数与含参问题	42
规则七	考查定积分	45

专题五 立体几何初步命题潜规则

一、空间几何体	46
规则一 考查几何体的体积	46
规则二 考查球面距离	48
规则三 考查球的表面积和体积	49
规则四 考查直观图与三视图	50
二、点、直线、平面之间的位置关系	53
规则五 考查直线、平面之间的位置关系	53
规则六 考查点到平面的距离	53
三、直线与直线的位置关系	57
规则七 考查空间中直线与直线的垂直	57
规则八 考查异面直线所成的角	59
四、直线与平面的位置关系	61
规则九 考查直线与平面的平行	61
规则十 考查直线与平面的垂直	64
规则十一 考查直线与平面所成的角	66
规则十二 考查直线到平面的距离	69
五、平面与平面的位置关系	71
规则十三 考查平面与平面的垂直	71
规则十四 考查平面与平面所成的角(二面角)	74

专题六 直线与圆命题潜规则

一、直线与方程	80
规则一 考查直线的倾斜角和斜率	80
规则二 考查直线的方程	80
规则三 考查两条直线的平行与垂直	81
规则四 考查距离的相关问题	82
二、直线与圆	83
规则五 考查圆的方程	83
规则六 考查直线与圆的位置关系	84
规则七 考查两圆的位置关系	86
规则八 考查圆的切线相关问题	87
规则九 考查对称问题	87

专题七 圆锥曲线与方程命题潜规则

一、椭圆	89
规则一 考查椭圆的定义	89
规则二 考查椭圆的方程	90
规则三 考查椭圆的离心率	93
二、双曲线	96
规则四 考查双曲线的定义	96
规则五 考查双曲线的方程	96
规则六 考查双曲线焦点的相关问题	98
规则七 考查双曲线的离心率	99
规则八 考查双曲线的渐近线	100
三、抛物线	102
规则九 考查抛物线的定义	102
规则十 考查抛物线的方程	103
规则十一 考查抛物线的性质	104
规则十二 考查直线与圆锥曲线的位置关系	105
规则十三 考查中点弦问题	110
规则十四 考查弦长问题	112
规则十五 考查轨迹问题	113

专题八 算法初步命题潜规则

专题九 计数原理与排列组合命题潜规则

规则一 考查计数原理问题	119
规则二 考查排列问题	120
规则三 考查组合问题	121
规则四 考查排列组合的综合问题	122
规则五 考查二项式定理	124

专题十 统计命题潜规则

规则一 考查随机抽样	127
规则二 考查频率分布直方图	128
规则三 考查茎叶图	131
规则四 考查用样本的数字特征估计总体的数字特征	133
规则五 考查变量的相关性	134
规则六 考查线性回归方程	136

专题十一 概率命题潜规则

规则一 考查互斥事件的概率	138
---------------	-----

规则二	考查独立事件的概率	140
规则三	考查独立重复试验的概率	141
规则四	考查概率中的“至多”“至少”问题	142
规则五	考查古典概型的概率	144
规则六	考查几何概型的概率	146
专题十二 离散型随机变量命题潜规则		
规则一	考查离散型随机变量的分布列	148
规则二	考查离散型随机变量的期望	151
规则三	考查正态分布	154
专题十三 三角函数命题潜规则		
规则一	考查三角函数的最小正周期	155
规则二	考查三角函数的单调性	156
规则三	考查三角函数的奇偶性	158
规则四	考查三角函数的最值	158
规则五	考查三角函数的解析式及其相关量 (A, ω, φ)	160
规则六	考查三角函数的图像	161
专题十四 平面向量命题潜规则		
规则一	考查平面向量的加减运算	165
规则二	考查向量的数量积	166
规则三	考查向量的模	168
规则四	考查向量的垂直	169
规则五	考查向量的平行	169
专题十五 三角恒等变换命题潜规则		
规则一	考查三角函数式的化简	171
规则二	考查三角函数的给值求值	171
专题十六 解三角形命题潜规则		
规则一	考查用正、余弦定理求三角形的内角	173
规则二	考查用正、余弦定理求三角形的边	175
规则三	考查三角形形状的判断	177
规则四	考查正、余弦定理的实际应用	178
专题十七 数列命题潜规则		
一、等差数列		180
规则一	考查等差数列的通项	180
规则二	考查等差数列的性质	181

规则三	考查等差数列的前 n 项和	182
规则四	考查等差数列的证明	183
二、等比数列		184
规则五	考查等比数列的通项	184
规则六	考查等比数列的性质	185
规则七	考查等比数列的前 n 项和	186
规则八	考查等比数列的证明	187
三、递推数列		189
规则九	考查递推数列的通项	189
规则十	考查递推数列的前 n 项和	191
规则十一	考查数列的综合问题	195
专题十八 不等式命题潜规则		
规则一	考查不等式的性质	198
规则二	考查一元二次不等式	198
规则三	考查分式不等式	199
规则四	考查绝对值不等式	200
规则五	考查无理不等式	202
规则六	考查指数、对数不等式	202
规则七	考查不等式恒成立问题	203
规则八	考查线性目标函数的最值	203
规则九	考查平面区域的面积	206
规则十	考查线性规划中与距离相关的问题	207
规则十一	考查线性规划在实际问题中的应用	207
规则十二	考查均值定理	210
规则十三	考查用基本不等式求最值	210
规则十四	考查基本不等式的实际应用	212
规则十五	考查不等式的证明	213
专题十九 推理与证明命题潜规则		
规则一	考查合情推理与演绎推理	218
规则二	考查直接证明与间接证明	219
规则三	考查数学归纳法	222
专题二十 复数命题潜规则		
规则一	考查复数的概念及代数形式	227
规则二	考查复数相等的充要条件	227
规则三	考查复数的几何意义	228
规则四	考查复数的四则运算	229

专题二十一 选修内容命题潜规则

一、几何证明选讲	231
规则一 考查全等三角形	231
规则二 考查相似三角形	231
规则三 考查以圆为载体的相关问题	233
规则四 考查射影定理	234
二、矩阵与变换	235
规则五 考查变换与特征向量	235
三、坐标系与参数方程	236
规则六 考查极坐标与方程	236
规则七 考查参数方程	237
规则八 考查极坐标与参数方程的综合问题	239

专题一

集合命题潜规则

规则一 考查新定义集合

命题潜规则

1. 新定义集合问题在近几年的高考中时有出现,一般以选择题或填空题的形式出现.

2. 这类题型一般都会定义一种新的集合或者集合运算,需要我们根据这个新的集合定义来解答问题.对于新的知识,我们潜意识里觉得比较难,但是一般情况下这类题都比较容易.所以解答这一类题型首先在意识上要排除畏惧感,然后是逐字逐句阅读新定义,正确、透彻地理解新给的定义是解答此类题型的关键.有时候也会出现以集合为背景的压轴题,解题的瓶颈还是在于读题上,大多数考生读到复杂的符号和定义的时候便害怕深入思考,对数学语言的理解层面尚浅,不能将抽象的符号语言转化为直观的认识,因此应该在这方面多下工夫.

验证潜规则

1. (2011 浙江卷) 设 a, b, c 为实数, $f(x) = (x+a) \cdot (x^2+bx+c)$, $g(x) = (ax+1)(cx^2+bx+1)$. 记集合 $S = \{x | f(x) = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $T = \{x | g(x) = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $|S|, |T|$ 分别为集合 S, T 的元素个数, 则下列结论不可能的是 ()

- A. $|S|=1$ 且 $|T|=0$ B. $|S|=1$ 且 $|T|=1$
C. $|S|=2$ 且 $|T|=2$ D. $|S|=2$ 且 $|T|=3$

解析 取 $a=b=c=0$, 有 $|S|=1$ 且 $|T|=0$; 取 $a=1, b=0, c=1$, 有 $|S|=1$ 且 $|T|=1$; 取 $a=-1, b=0, c=-1$, 有 $|S|=2$ 且 $|T|=2$, 故选 D.

2. (2010 广东卷) 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上定义两种运算 \oplus 和 \otimes 如下:

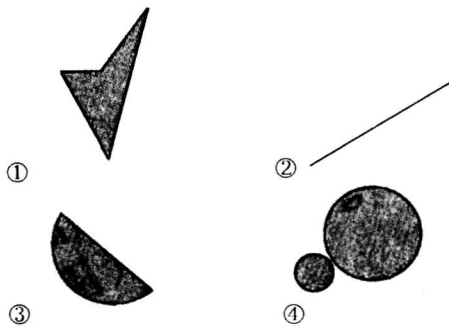
\oplus	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	b	b	b
c	c	b	c	b
d	d	b	b	d

\otimes	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	a	c	c	a
d	a	d	a	d

那么 $d \otimes (a \oplus c) =$ ()
A. a B. b C. c D. d

解析 由表可知, $a \oplus c = c$, 所以 $d \otimes (a \oplus c) = d \otimes c = a$, 故选 A.

3. (2010 福建卷) 对于平面上的点集 Ω , 如果连接 Ω 中任意两点的线段必定包含于 Ω , 则称 Ω 为平面上的凸集, 给出平面上 4 个点集的图形如下图(阴影区域及其边界):



其中为凸集的是 _____ (写出所有凸集相应图形的序号).

解析 根据凸集的定义, ②和③都符合, 而在①和④表示的集合中都存在两点, 连接两点的线段不全包



含于 Ω , 因此不是凸集. 故为凸集的是②③.

4. (2010 北京卷) 已知集合 $S_n = \{X | X = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n\} (n \geq 2)$. 对于 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n), B = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in S_n$, 定义 A 与 B 的差为

$$A - B = (|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots, |a_n - b_n|);$$

$$A \text{ 与 } B \text{ 之间的距离为 } d(A, B) = \sum_{i=1}^n |a_i - b_i|.$$

(1) 证明: $\forall A, B, C \in S_n$, 有 $A - B \in S_n$, 且 $d(A - C, B - C) = d(A, B)$;

(2) 证明: $\forall A, B, C \in S_n, d(A, B), d(A, C), d(B, C)$ 三个数中至少有一个是偶数;

(3) 设 $P \subseteq S_n, P$ 中有 $m (m \geq 2)$ 个元素, 记 P 中所有两元素间距离的平均值为 $\bar{d}(P)$, 证明:

$$\bar{d}(P) \leq \frac{mn}{2(m-1)}.$$

解析 (1) 设 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n), B = (b_1, b_2, \dots, b_n), C = (c_1, c_2, \dots, c_n) \in S_n$.

因为 $a_i, b_i \in \{0, 1\}$, 所以 $|a_i - b_i| \in \{0, 1\} (i = 1, 2, \dots, n)$,

即 $A - B = (|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|, \dots, |a_n - b_n|) \in S_n$.

又 $a_i, b_i, c_i \in \{0, 1\} (i = 1, 2, \dots, n), d(A - C, B - C) = \sum_{i=1}^n ||a_i - c_i| - |b_i - c_i||,$

若 $c_i = 0$, 有 $||a_i - c_i| - |b_i - c_i|| = |a_i - b_i|;$

若 $c_i = 1$, 有 $||a_i - c_i| - |b_i - c_i|| = |(1 - a_i) - (1 - b_i)| = |a_i - b_i|,$

故 $d(A - C, B - C) = \sum_{i=1}^n |a_i - b_i| = d(A, B)$.

(2) 设 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n), B = (b_1, b_2, \dots, b_n), C = (c_1, c_2, \dots, c_n) \in S_n$.

记 $d(A, B) = k, d(A, C) = l, d(B, C) = h,$

记 $O = (0, 0, \dots, 0) \in S_n$, 由(1)可知

$$d(A, B) = d(A - A, B - A) = d(O, B - A) = k,$$

$$d(A, C) = d(A - A, C - A) = d(O, C - A) = l,$$

$$d(B, C) = d(B - A, C - A) = h.$$

所以 $|b_i - a_i|$ 中 1 的个数为 $k, |c_i - a_i| (i = 1, 2, \dots, n)$ 中 1 的个数为 l .

设 t 是使 $|b_i - a_i| = |c_i - a_i| = 1$ 成立的 i 的个数, 则有 $h = k + l - 2t$,

由此可知, k, l, h 不可能全为奇数, 即 $d(A, B), d(A, C), d(B, C)$ 三个数中至少有一个是偶数.

(3) 显然 P 中会产生 C_m^2 个距离, 也就是说 $\bar{d}(P) = \frac{1}{C_m^2} \sum_{A, B \in P} d(A, B)$, 其中 $\sum_{A, B \in P} d(A, B)$ 表示 P 中所有两个元素间距离的总和.

不妨设 P 中所有元素的第 i 个位置一共出现了 t_i 个 1, $m - t_i$ 个 0, 则 $\sum_{A, B \in P} d(A, B) = \sum_{i=1}^n t_i(m - t_i)$.

$$\text{因为 } t_i(m - t_i) \leq \frac{m^2}{4} (i = 1, 2, \dots, n),$$

$$\text{所以 } \sum_{A, B \in P} d(A, B) \leq \frac{nm^2}{4} (i = 1, 2, \dots, n).$$

$$\text{即 } \bar{d}(P) = \frac{1}{C_m^2} \sum_{A, B \in P} d(A, B) \leq \frac{nm^2}{4C_m^2} = \frac{mn}{2(m-1)}.$$

规则二 考查集合之间的包含与相等关系



命题潜规则

1. 本知识点在高考中常从集合间基本关系的判断、根据集合间给定的基本关系求参数等方面出题考查, 一般难度不大, 以基础题为主.

2. 集合相等的判断, 要注意确认集合的元素是什么, 还要注意元素与集合之间没有相等与不相等的关系, 只有属于与不属于的关系. 求解集合关系问题时, 首先要判断元素与集合的关系, 准确地识别元素是否为集合的元素, 然后才能根据集合之间的关系, 去求有关参数的值.



验证潜规则

1. (2010 浙江卷) 设 $P = \{x | x < 4\}, Q = \{x | x^2 < 4\}$, 则 ()

A. $P \subseteq Q$

B. $Q \subseteq P$

C. $P \subseteq \complement_{\mathbf{R}} Q$

D. $Q \subseteq \complement_{\mathbf{R}} P$

解析 由 $Q = \{x | -2 < x < 2\}$, 可知 $Q \subseteq P$, 故选 B.

2. (2010 天津卷) 设集合 $A = \{x | |x - a| < 1, x \in \mathbf{R}\}, B = \{x | |x - b| > 2, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \subseteq B$, 则实数 a, b 必满足 ()

A. $|a + b| \leq 3$

B. $|a + b| \geq 3$

C. $|a - b| \leq 3$

D. $|a - b| \geq 3$

解析 $A = \{x | a - 1 < x < a + 1\}, B = \{x | x < b - 2$ 或 $x > b + 2\}$,

因为 $A \subseteq B$, 所以 $a + 1 \leq b - 2$ 或 $a - 1 \geq b + 2$,

即 $a - b \leq -3$ 或 $a - b \geq 3$, 即 $|a - b| \geq 3$, 故选 D.

3. (2009 江苏卷) 已知集合 $A = \{x | \log_2 x \leq 2\}, B =$

$(-\infty, a)$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 $(c, +\infty)$, 其中 $c =$ _____.

解析 由 $\log_2 x \leq 2$, 得 $0 < x \leq 4, A = (0, 4]$. 由 $A \subseteq B$, 知 $a > 4$, 所以 $c = 4$.

规则三 考查集合的子集

命题潜规则

1. 子集是一个很重要的概念, 在高考中常考查集合子集或真子集的个数.

2. 在计算集合子集或真子集个数时, 需要记忆以下规律: 若集合 $P = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 的元素有 n 个, 则其子集有 2^n 个; 真子集有 $(2^n - 1)$ 个; 非空真子集有 $(2^n - 2)$ 个.

验证潜规则

1. (2011 全国卷) 已知集合 $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}, N = \{1, 3, 5\}, P = M \cap N$, 则 P 的子集共有 ()

- A. 2 个 B. 4 个
C. 6 个 D. 8 个

解析 因为 $M \cap N = \{1, 3\}$ 中有两个元素, 所以其子集个数为 $2^2 = 4$, 故选 B.

2. (2010 湖北卷) 设集合 $A = \{(x, y) \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1\}, B = \{(x, y) \mid y = 3^x\}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数是 ()

- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1

解析 画出椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ 和指数函数 $y = 3^x$ 的图像, 可知图像有两个不同交点, 记为 A_1, A_2 , 则 $A \cap B$ 的子集应有 $\emptyset, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_1, A_2\}$, 共 4 个, 故选 A.

3. (2010 湖南卷) 若规定 $E = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ 的子集 $\{a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_t}\}$ 为 E 的第 k 个子集, 其中 $k = 2^{k_1-1} + 2^{k_2-1} + \dots + 2^{k_t-1}$, 则

- (1) $\{a_1, a_3\}$ 是 E 的第 _____ 个子集;
(2) E 的第 211 个子集是 _____.

解析 (1) 由题意, 得 $k_1 = 1, k_2 = 3$, 则 $k = 2^{1-1} + 2^{3-1} = 5$, 所以 $\{a_1, a_3\}$ 是 E 的第 5 个子集.

(2) 因为 $211 = 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2 + 1$, 所以 $k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 5, k_4 = 7, k_5 = 8$,

所以 E 的第 211 个子集是 $\{a_1, a_2, a_5, a_7, a_8\}$.

规则四 考查两个集合的并集

命题潜规则

1. 从近年来的高考试题可以看出, 求两个集合的并集是考查的重点, 多以选择题、填空题出现. 出题形式常常是给出两到三个集合, 判断它们之间的交并关系或求它们的并集, 或者是给出两个集合的并集, 求其中一个集合的元素. 此知识点常与不等式联合起来考查.

2. 用列举法或韦恩 (Venn) 图是解决判断集合间交并关系的常见方法. 而与不等式联合的集合并集的考查是建立在解不等式的基础上, 因此要正确掌握不等式的解法. 解不等式型的集合并集的问题常可以利用数轴进行, 但是解题时需注意验证区间端点是否符合题意. 选择题还可以用特殊值的方法来求解, 可达到事半功倍的效果.

3. 在集合的并集运算中, 最容易忽视、出错的地方就是空集问题. 在运算中, 若 $A \cup B = B$, 则等价于 $A \subseteq B$, 实质上是集合 A 与集合 B 的包含关系, 此时, $A = \emptyset$ 显然是符合要求的, 所以在讨论过程中, 空集要优先考虑.

验证潜规则

1. (2011 北京卷) 已知集合 $P = \{x \mid x^2 \leq 1\}, M = \{a\}$. 若 $P \cup M = P$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $[1, +\infty)$
C. $[-1, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

解析 由 $P = \{x \mid x^2 \leq 1\}$ 得 $P = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, 由 $P \cup M = P$ 得 $M \subseteq P$. 又 $M = \{a\}$, $\therefore -1 \leq a \leq 1$, 故选 C.

2. (2011 辽宁卷) 已知 M, N 为集合 I 的非空真子集, 且 M, N 不相等, 若 $N \cap \complement_I M = \emptyset$, 则 $M \cup N =$ ()

- A. M B. N C. I D. \emptyset

解析 $\because N \cap \complement_I M = \emptyset, \therefore N \subseteq M, \therefore M \cup N = M$, 故选 A.

3. (2010 广东卷) 若集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$, 则集合 $A \cup B =$ ()

- A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3, 4\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0\}$

解析 本题是简单题, 易得出 $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.



4}, 故选 A.

4. (2010 上海卷) 已知集合 $A = \{1, 3, m\}$, $B = \{3, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $m =$ _____.

解析 由并集的概念, 显然 $m = 2$.

5. (2009 辽宁卷) 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | x < -5, \text{ 或 } x > 5\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- A. $\{x | x < -5, \text{ 或 } x > -3\}$
 B. $\{x | -5 < x < 5\}$
 C. $\{x | -3 < x < 5\}$
 D. $\{x | x < -3, \text{ 或 } x > 5\}$

解析 借助数轴易得 $M \cup N = \{x | x < -5, \text{ 或 } x > -3\}$, 故选 A.

6. (2009 山东卷) 集合 $A = \{0, 2, a\}$, $B = \{1, a^2\}$, 若 $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$, 则 a 的值为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

解析 $\because A = \{0, 2, a\}, B = \{1, a^2\}$,

$A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$, $\therefore \begin{cases} a^2 = 16, \\ a = 4, \end{cases}$ 即 $a = 4$, 故

选 D.

规则五 考查两个集合的交集



命题潜规则

1. 从最近几年全国各地的高考试卷来看, 高考考查集合这章内容, 对两个集合并集的考查占了非常大的比重, 是集合板块在高考中的宠儿, 常以选择题和填空题的形式出现. 一般是以方程或不等式的形式给出两个集合, 求交集. 题目通常比较基础, 难度不大.

2. 求解此类题型的方法一般有两种: 解法一是直接法, 一般先具体确定集合再求交集; 解法二就是排除法, 即抓住选择项之间的差异, 采取特殊值或通过举反例的办法排除假选择项, 达到去伪存真的目的, 此法对求解选择题很有效.

3. 利用数轴是解决不等型集合交集问题的有效方法, 但是解题时同样需注意验证区间端点是否符合题意.

4. 在集合的交集运算中, 最容易忽视、出错的地方也是空集问题. 在运算中, 若 $A \cap B = A$, 则等价于 $A \subseteq B$, 实质上是集合 A 与集合 B 的包含关系, 此时, $A = \emptyset$ 显然是符合要求的, 所以在讨论过程中, 不要忘记对空集的讨论.

验证潜规则

1. (2011 江西卷) 若集合 $A = \{x | -1 \leq 2x + 1 \leq 3\}$, $B = \{x | \frac{x-2}{x} \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | -1 \leq x < 0\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$
 C. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

解析 $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x | 0 < x \leq 2\}$, $A \cap B = \{x | 0 < x \leq 1\}$, 故选 B.

2. (2011 江苏卷) 设集合 $A = \{(x, y) | \frac{m}{2} \leq (x - 2)^2 + y^2 \leq m^2, x, y \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | 2m \leq x + y \leq 2m + 1, x, y \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是_____.

解析 当 $m \leq 0$ 时, 集合 A 是以 $(2, 0)$ 为圆心, 以 $|m|$ 为半径的圆, 集合 B 是在两条平行线之间的部分, 因为 $\frac{|2 - 2m - 1|}{\sqrt{2}} + m = (1 - \sqrt{2})m + \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$, 所以圆心到直线 $x + y = 2m + 1$ 的距离大于圆的半径, 此时直线与圆无交点, 即 $A \cap B = \emptyset$, 与题意不符.

当 $m > 0$ 时, 集合 A 是以 $(2, 0)$ 为圆心, 以 $\sqrt{\frac{m}{2}}$ 和 $|m|$ 为半径的圆环, 要使 $A \cap B \neq \emptyset$, 则直线与圆环有交点, 所以有 $\frac{|2 - 2m - 1|}{\sqrt{2}} \leq m$, 或 $\frac{|2 - 2m|}{\sqrt{2}} \leq m$,

$\therefore \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \leq m \leq 2 + \sqrt{2}$. 又因为 $\frac{m}{2} \leq m^2$, $\therefore m \geq \frac{1}{2}$.

综合可知 $\frac{1}{2} \leq m \leq 2 + \sqrt{2}$.

3. (2010 陕西卷) 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | x < 1\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
 C. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x | -1 \leq x < 1\}$

解析 由交集定义得 $A \cap B = \{x | -1 \leq x < 1\}$, 故选 D.

4. (2010 江西卷) 若集合 $A = \{x | |x| \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x | x \geq 0\}$
 C. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ D. \emptyset

解析 常见的解法是直接求出集合 A, B , $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{y | y \geq 0\}$, 解得 $A \cap B = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$, 故选 C.

5. (2010 北京卷) 集合 $P = \{x \in \mathbf{Z} | 0 \leq x < 3\}$, $M =$