

教材知识详解

一直在寻找这样的老师

总主编 | 刘增利[®]



高中数学 | **必修③**
配人教 A 版

教材知识详解

高中数学 必修③

配人教 A 版

总 主 编 刘增利

本册主编 杨建杰 高晓明

本册编者 杨建杰 高晓明

参与学科审订教师:

[黄冈中学] 王宪生 张 智

[武穴中学] 郑齐爱

[郑州一中] 孙士放

[郑州 101 中学] 薛银周

[南阳一中] 罗 东 杨要理 陈朝印

[南阳五中] 闫德龙 崔建欣 张海燕 陆大勇 史山玲 袁泽馨

[南阳八中] 李志国

[南召现代高中] 张风英

[合肥工大附中] 余树宝

[芜湖一中] 徐月兵 武 湛

[铜陵一中] 胡 俊

[芜湖县一中] 章 立

[阜阳城郊中学] 吴桃李 陈 峰

[阜阳红旗中学] 刘 明

[寿光现代中学] 王金兴 魏振恩 隋守春

[宿松县程集中学] 徐河水



YZLI0890162171

开明出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

教材知识详解: 人教 A 版. 高中数学: 必修 / 刘增利主编. --北京: 开明出版社, 2011. 5
ISBN 978-7-5131-0207-0

I. ①教… II. ①刘… III. ①中学数学课—高中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第068274号

策划设计	《教材知识详解》数学必修③编写委员会	版式设计	李诚真
总主编	刘增利	出版	开明出版社
本册主编	杨建杰 高晓明	印刷	陕西思维印务有限公司
责任编辑	范英	印刷质检	高峰
责任审读	王娟	经销	各地书店
研发统筹	河海	开本	890×1240 1/16
创意统筹	刘书娟	印张	10.5
校订统筹	陈宏民	字数	273 千字
责任录排	孙海波	版次	2011 年 8 月第 1 版
封面设计	柏拉图工作室	印次	2011 年 8 月第 1 次印刷
		定价	22.80 元

✉ 主编邮箱: zbwxs@126.com 投稿邮箱: tggxs@126.com

🌐 最给力的学习网——啃书网: www.kbook.com.cn

☎ 图书质量监督电话: 010-88817647 售后服务电话: 010-82553636

图书内容咨询电话: 010-82378880 转 221

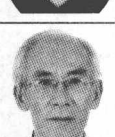
🏠 通信地址: 北京市海淀区王庄路 1 号清华同方科技广场 B 座 16 层 (邮编 100083)

教师 QQ 交流群: 8426522 (欢迎一线老师加入, 交流教学经验, 共享教学资源)

版权所有 翻印必究

ACADEMIC TEAM

万向思维 学术专家团

	辽宁/林淑芬 中学化学 高级教师		辽宁/张福建 中学数学 高级教师		辽宁/敖兰其其格 中学英语 高级教师
	广东/吴钺全 中学英语 特级教师		贵州/龙纪文 副研究员		安徽/章潼生 中学语文 高级教师
	山东/韩际清 中学数学 高级教师		重庆/李开珂 中学数学 高级教师		新疆/卢萍 中学英语 高级教师
	湖北/胡明道 中学语文 特级教师		湖南/周华辅 中学数学 高级教师		河南/骆传枢 中学数学 特级教师
	四川/田间 中学化学 特级教师		北京/王大绩 中学语文 特级教师		北京/王乐君 中学英语 特级教师
	福建/江敬润 中学语文 高级教师		陕西/张载锡 中学物理 特级教师		北京/周誉蔼 中学物理 特级教师
	山西/田秀忠 中学语文 高级教师		浙江/施储 中学数学 正教授级		河北/潘鸿章 教授
	江苏/齐迅 中学英语 特级教师		广西/邓雅学 中学语文 特级教师		甘肃/郑作慧 中学数学 特级教师
	北京/张立言 中学化学 高级教师		黑龙江/武钢 中学物理 副研究员		云南/李成 中学英语 特级教师
	内蒙古/陈弘法 中学英语 特级教师		江西/黄翠兰 中学英语 高级教师		吉林/王鹏伟 中学语文 高级教师

一直在寻找这样的老师

当你面对教材茫然无绪，当你面对试卷百般无措，你可能需要这样一位老师：他满腹经纶，旁征博引，点石成金；他主张分享，强调深挖，激活潜能；他记忆超强，真才实学，出口成章；他久经沙场，经验丰富，秘技超群；他机敏过人，见解独到，妙语如珠，帮你拉近教材与考试之间的距离。

1

细品教材

▶ 目标导航

深入透彻地解析教材知识学习目标和方法能力要求，让你对将要进行的学习成竹在胸。

▶ 教材知识详解

梳理教材，重点突出、详略得当；解读教材，释疑解难深入浅出；探究教材，合理拓展、点点通透。

2

精析案例

▶ 典型例题解读

紧扣考点，从基础题型到综合题型，剖析典例，点拨思路，轻松提升知识应用能力。

▶ 思维误区点击

不仅告诉你正确的解题方法，还将容易做错的原因一一呈现，明确思维误区，为你指点迷津。

▶ 高考能力提升

甄选最新高考试题，明晰对应考点要求，讲解细致入微，实时了解高考目标。

3

及时训练

▶ 知识巩固训练

基础水平训练：紧扣双基，精选各地名校期末、模块测试题，全面验收过关。
高考水平训练：针对考点要求，选编高考能力习题，与高考零距离。

4

阶段总结

▶ 知识网络回顾

全章知识方法网络化、系统化，纷杂知识一目了然。

▶ 专题完全解读

及时总结，查漏补缺，突破重点，专题突破。

▶ 方法应用解读

总结解题方法，整理解题技巧，提供最优解题方法，轻松实现高分梦想。

▶ 全章自我检测

精选涵盖学段知识和能力要求的检测题，梯度合理，难易适中，随时检测学习成果。

你想要教材原文？**我给你！**你想要教材课后答案详解？**我给你！**

你想轻松**突破**高考考点，我也给你！

课内重难点精透剖析，课外知识巧妙迁移……你还想要什么？**我通通都给你！**

我还用结构图、清单图来帮你记忆！我这么**给力**，我就要你**好成绩**！

你的学习方法适合你吗



请你根据我们的学习方法测试表来检验一下吧！本套测试主要是对中学生的学习方法适应性的初步检测，请你根据自己学习的实际情况，做出你的选择。如所列的内容符合自己的情况，则选择“是”，不符合的选择“否”，无法确定的可选择“不确定”。

学习方法测试表

序号	测试问题	你的选择		
		是	否	不确定
1	你是否觉得学习很有趣味？			
2	你是否经常感到睡眠不足？			
3	你是否很容易就进入学习状态？			
4	你是否喜欢参加学校的集体活动？			
5	你是否觉得自己在在学习上有些压抑？时常被打扰？			
6	你学习上有了困难是否能得到家长的帮助？			
7	你是否觉得自己在在学习上比较轻松？			
8	你是否对不喜欢的学科就不愿意学？			
9	你是否经常与成绩好的同学进行比较？			
10	你是否学习上经常受到鼓励和表扬？			
11	你是否每天学习都有固定的时间？			
12	你是否上课时经常有些内容听不懂？			
13	你是否觉得学习主要就是上课和写作业？			
14	你是否觉得听课时总不能抓住主要的内容？			
15	你是否觉得学的知识不扎实，甚至前面学后面忘？			
16	你的作业是否都是独立完成的？			
17	你是否觉得补课没有太大的作用？			
18	你是否觉得平时学的还不错，但就是考不好？			
19	你是否只要有时间就经常看各种书？			
20	你是否会认真分析做过的试卷？			
21	你是否知道自己什么时间的记忆效果最好？			
22	你是否做过的题过段时间又不会做了？			
23	你是否觉得记单词、背课文很容易？			
24	你是否遇到学习上不懂的问题就会设法弄明白？			
25	你是否觉得有些公式定理很难记住？			
26	你是否常与同学讨论学习上的问题？			
27	你是否觉得许多不懂的问题只要多读几遍就明白了？			
28	你是否在学习上常有些应付或得过且过？			
29	你是否考虑过改进自己的学习方法？			
30	你是否经常独立思考一些问题？			

记分标准

□ 2、5、8、12、13、14、15、18、22、25、28 题选择“否”记 2 分，选择“是”记 0 分，选择“不确定”记 1 分；其他的题选择“是”记 2 分，选择“否”记 0 分，选择“不确定”记 1 分。

将各测试题分数相加，算出总分。

测试分析

60—50 分

学习方法很好，学习效率比较高。多关注书中的高考专题，会使你的学习目标更明确，成绩提高更迅速。

49—30 分

学习方法较好，学习效率一般。需要对书中的例题和方法点拨部分多加揣摩，理解例题所对应的知识应用策略。

29—10 分

学习方法一般，学习成绩时好时坏。除了对书中的例题进行研读外，还应有针对性地选择例题对应的习题进行适时演练，达到不断巩固的目的。

10 分以下

学习方法很原始，学习效率很低。有必要对书中教材详解部分逐字逐句地进行研读，尤其要对重点问题的注意事项多加关注，理解课本知识的本质。

目录

金牌全解

CONTENTS

第一章 算法初步

1.1 算法与程序框图	1
1.1.1 算法的概念	1
I 教材知识详解	1
II 典型例题解读	2
III 思维误区点击	3
IV 高考能力提升	4
V 知识巩固训练	4
1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构	5
I 教材知识详解	5
II 典型例题解读	7
III 思维误区点击	9
IV 高考能力提升	10
V 知识巩固训练	11
1.2 基本算法语句	14
1.2.1 输入语句、输出语句和赋值语句	14
I 教材知识详解	14
II 典型例题解读	15
III 思维误区点击	17
IV 高考能力提升	17
V 知识巩固训练	18
1.2.2 条件语句	19
I 教材知识详解	19
II 典型例题解读	20
III 思维误区点击	23
IV 高考能力提升	23
V 知识巩固训练	24
1.2.3 循环语句	26
I 教材知识详解	26
II 典型例题解读	27
III 思维误区点击	29
IV 高考能力提升	29
V 知识巩固训练	30
1.3 算法案例	32
I 教材知识详解	32

II 典型例题解读	34
III 思维误区点击	36
IV 高考能力提升	36
V 知识巩固训练	36
全章总结	38
知识网络回顾	38
专题完全解读	38
方法应用解读	41
全章自我检测	42

第二章 统计

2.1 随机抽样	45
2.1.1 简单随机抽样	45
I 教材知识详解	45
II 典型例题解读	46
III 思维误区点击	48
IV 高考能力提升	48
V 知识巩固训练	48
2.1.2 系统抽样	49
I 教材知识详解	49
II 典型例题解读	50
III 思维误区点击	51
IV 高考能力提升	52
V 知识巩固训练	52
2.1.3 分层抽样	53
I 教材知识详解	53
II 典型例题解读	54
III 思维误区点击	56
IV 高考能力提升	57
V 知识巩固训练	57
2.2 用样本估计总体	59
2.2.1 用样本的频率分布估计总体分布	59
I 教材知识详解	59
II 典型例题解读	60
III 思维误区点击	63



CONTENTS

目录

IV 高考能力提升	63
V 知识巩固训练	64
2.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征	66
I 教材知识详解	66
II 典型例题解读	67
III 思维误区点击	69
IV 高考能力提升	69
V 知识巩固训练	70
2.3 变量间的相关关系	71
I 教材知识详解	71
II 典型例题解读	73
III 思维误区点击	75
IV 高考能力提升	75
V 知识巩固训练	76
全章总结	78
知识网络回顾	78
专题完全解读	78
方法应用解读	79
全章自我检测	81

第三章 概 率

3.1 随机事件的概率	83
3.1.1 随机事件的概率	83
3.1.2 概率的意义	83
I 教材知识详解	83
II 典型例题解读	85
III 思维误区点击	87
IV 高考能力提升	87
V 知识巩固训练	88
3.1.3 概率的基本性质	89
I 教材知识详解	90
II 典型例题解读	91
III 思维误区点击	93
IV 高考能力提升	94
V 知识巩固训练	94

3.2 古典概型	96
3.2.1 古典概型	96
I 教材知识详解	96
II 典型例题解读	97
III 思维误区点击	100
IV 高考能力提升	100
V 知识巩固训练	101
3.2.2 (整数值)随机数(random numbers)的产生 ..	102
I 教材知识详解	102
II 典型例题解读	103
III 思维误区点击	104
IV 高考能力提升	104
V 知识巩固训练	105
3.3 几何概型	106
3.3.1 几何概型	106
I 教材知识详解	106
II 典型例题解读	107
III 思维误区点击	109
IV 高考能力提升	109
V 知识巩固训练	110
3.3.2 均匀随机数的产生	111
I 教材知识详解	111
II 典型例题解读	112
III 思维误区点击	113
IV 高考能力提升	113
V 知识巩固训练	114
全章总结	115
知识网络回顾	115
专题完全解读	115
方法应用解读	117
全章自我检测	119
学段测试题	121
附录一 知识巩固训练及全章自我检测答案	123
附录二 教材问题及课后习题答案与提示	149

第一章 算法初步

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

目标导航

1. 了解算法的思想,并理解算法的概念和五个特征:概括性、逻辑性、有穷性、不唯一性、普遍性.
2. 理解设计算法的要求,并能用自然语言、框图、程序设计语言等方式描述算法.

旧知回顾

1. 解二元一次方程组的步骤:

解方程组 $\begin{cases} 2x-y=-1, & \textcircled{1} \\ x+2y=1. & \textcircled{2} \end{cases}$ 第一步, $\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2}$, 得 $5x = -1$. $\textcircled{3}$ 第二步, 解 $\textcircled{3}$, 得 $x = -\frac{1}{5}$. 第三步, $\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}$, 得 $5y = 3$.

$\textcircled{4}$ 第四步, 解 $\textcircled{4}$, 得 $y = \frac{3}{5}$. 第五步, 得到方程组的解为 $\begin{cases} x = -\frac{1}{5}, \\ y = \frac{3}{5}. \end{cases}$

2. 用“二分法”解方程.

把函数 $f(x)$ 的零点所在的区间 $[a, b]$ (满足 $f(a) \cdot f(b) < 0$) “一分为二”, 得到 $[a, m]$ 和 $[m, b]$. 根据 “ $f(a) \cdot f(m) < 0$ ” 是否成立, 取出零点所在的区间 $[a, m]$ 或 $[m, b]$, 仍记为 $[a, b]$. 对所得的区间 $[a, b]$ 重复上述步骤, 直到包含零点的区间 $[a, b]$ “足够小”, 则 $[a, b]$ 内的数可以作为方程的近似解.

I 教材知识详解

教材全析

1. 算法的概念

(1) 算法通常是指按照一定规则解决某一类问题的明确和有限的步骤. 现在, 算法通常可以编成计算机程序, 让计算机执行并解决问题.

在计算机解题的过程中, 无论是形成解题思路还是编写程序, 都是在实施某种算法, 前者是推理实现的算法, 后者是操作实现的算法.

(2) 算法与一般意义上具体问题的解法既有联系, 又有区别, 它们之间是一般和特殊的关系, 也是抽象与具体的关系, 算法的获得要借助于一般意义上具体问题的求解方法, 而任何一个具体问题都可以利用这类问题的一般算法来解决.

(3) 算法的特征.

①概括性: 写出的算法必须能解决某一类问题, 并且能够重复使用.

②逻辑性: 算法从初始步骤开始, 分为若干明确的步骤, 前一步是后一步的前提, 只有执行完前一步才能进行下一步, 而且每一步都是正确无误的, 从而组成了一个有着很强逻辑性的步骤序列.

③有穷性: 算法有一个清晰的起始步, 而终止步表示问题得到解答或指出问题没有解答(结果), 所有序列必须在有限个步骤之内完成, 不能无停止地执行下去.

④不唯一性: 求解某一个问题的算法不一定只有唯一的一个, 可以有不同的算法, 当然这些算法有简繁之分、优劣之别.

⑤普遍性: 很多具体的问题, 都可以设计合理的算法去解决. 例如手算、心算或用算盘、用计算器去计算都要经过有限的、事先设计好的步骤加以解决, 同样的一个工作计划、生产流程等都可以视为“算法”.

剖析说明

(1) 通常地, 算法是机械的, 有时要进行大量重复的计算, 只要按部就班地去做, 总能算出结果. 算法的最大优点是大多可以让计算机来完成.

(2) 求解某个问题的算法一般不唯一.

2. 设计算法的要求

我们现在学习的算法不同于一个具体问题的解法, 它有以下要求:

(1) 写出的算法必须能够解决一类问题(例如解任意一个

二元一次方程组),并且能被重复使用.

(2)算法过程能一步一步地执行,每一步执行的操作,必须确切,不能含混不清,而且必须在有限步之内完成,并得到结果.

剖析说明

算法从初始步骤开始,每一个步骤只能有一个后继步骤,从而组成一个步骤序列,序列的终止表示问题得到解答或指出问题没有解答.

3. 算法的描述

算法的描述可以有不同的方式,主要有自然语言、框图、程序设计语言等.

(1)自然语言描述算法的优点是通俗易懂,当算法中的操作步骤都是顺序执行时比较容易理解;缺点是如果包含判断或转向,并且操作步骤较多时,就不那么直观和清晰了.

(2)框图(流程图)描述算法就是指用规定的图形符号来描述算法,具有直观、结构清晰、条理分明、通俗易懂、便于检查修改交流等优点.

(3)程序设计语言:算法能被计算机接受并运行,主要靠的是程序设计语言,因而也称为机器语言.

知识拓展

1. 直接应用数学公式的算法

(1)有些算法是直接应用数学公式,设计此类算法的步骤如下:

- ①弄清这个算法要解决的问题是什么,需要用到哪些公式.
- ②明确公式中需要哪些量,题目中已知什么量,还需指定

哪些中间量.

③优先解决中间量.

④套用公式,并用简洁的语言描述出来.

(2)注意事项:

在设计算法时,只要有公式,则直接利用公式解决问题是最理想、方便的.我们学过的很多公式都是算法,加、减、乘、除运算法则及多项式的运算也是算法.

2. 选择性执行的数学算法

在对分段函数求值的算法设计问题中,在不同的区间上对应的解析式不同,要有选择性地取舍,故可以称之为选择性执行的问题.

(1)解决此类问题的算法如下:

①输入自变量的值.

②对自变量的范围进行判断,选择相应的解析式,求函数值.

③输出函数值.

(2)注意事项:

①认真分析问题,联想解决问题的一般数学方法.

②综合考虑此类问题中可能涉及的各种情况.

③将解决问题的过程划分为若干个步骤.

④用简练的语言将各个步骤表达出来.

3. 非数值性问题的算法

非数值性问题主要是指排序、查找最值、变量的交换、文字处理等问题,求解此类问题需建立过程模型.

II 典型例题解读

基础题型

题型1 算法的概念(链接A卷第1题)

例1 算法是指().

- A. 为解决问题而编写的计算机程序
- B. 为解决问题而采取的方法和步骤
- C. 为解决问题而需要采用的计算机程序
- D. 为解决问题而采用的计算方法

分析:算法是指对一类问题的求解方法和步骤.

答案:B.

例2 下列对算法的理解不正确的是().

- A. 一个算法应包含有限的步骤,而不能是无限的
- B. 算法可以理解为由基本运算及规定的运算顺序构成的完整的解题步骤
- C. 算法中每一步都应当有效地执行,并得到确定的结果
- D. 一个问题只能设计出一个算法

分析:算法的有限性是指包含的步骤是有限的,所以A正确;算法的逻辑性是指算法从初始步骤开始,每一步都是确定的,所以B正确;算法的每一步都是确定的,且每一步都应有确定的结果,所以C正确;对于同一个问题可以有不同的算法,所以D不正确.

答案:D.

点拨:解答这类问题的方法为特征判断法,主要从以下三方面判断:(1)看是否满足顺序性;(2)看是否满足明确性;(3)看是否满足有限性.此外算法的不唯一性也要考虑到.

题型2 直接应用数学公式设计算法(链接A卷第2、5题)

例3 求两底半径分别为2和4,高为4的圆台的表面积,写出该问题的算法.

分析:如图1-1-1,先给 r_1, r_2, h 赋值,计算 l ,再根据圆台表面积公式 $S_{表} = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi(r_1 + r_2)l$ 计算 $S_{表}$,然后输出结果.

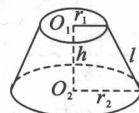


图1-1-1

解:第一步,令 $r_1=2, r_2=4, h=4$,

第二步,计算 $l = \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + h^2}$.

第三步,计算 $S_{表} = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi(r_1 + r_2)l$.

第四步,输出运算结果.

点拨:利用公式解决问题时,必须先求出公式中的各个量,但题目中的 l 是未知的.因此,在设计算法时,应优先考虑像 l 这样的未知量的求法.

题型3 选择性执行的数学算法的设计(链接B卷第2、4题)

例4 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & (x \geq 2) \\ x + 1 & (x < 2) \end{cases}$,设计一个算法求函数的任一函数值.

分析:此函数是分段函数,在不同区间上的函数解析式不



同,函数值与自变量的取值范围有关,必须讨论自变量与2的关系.

解:第一步,输入 a .

第二步,若 $a \geq 2$,则执行第三步;若 $a < 2$,则执行第四步.

第三步,输出 $a^2 - a + 1$.

第四步,输出 $a + 1$.

点拨:这是求分段函数的函数值的一个最基本的算法.比如:求 $f(3)$,由于 $3 > 2$,则 $f(3) = 3^2 - 3 + 1 = 7$;求 $f(-3)$,由于 $-3 < 2$,则 $f(-3) = -3 + 1 = -2$.

题型4 非数值性问题算法的设计(链接A卷第4题)

例5 现有有限个正整数,试设计一个求这些正整数中的最大数的算法.

分析:如果让我们从10个、8个正整数中找出最大数,那么也许是一件很简单的事,我们一眼就能看出结果,但如果给我们100个、1000个,甚至更多的数,那么找出其中最大的数就是一件很困难的事了,我们必须依靠算法来解决这个问题.我们可以设想有一个基础数(如第一个数)让它作为其中的最大的数,然后将第二个数与这个基础数比较,将这两者中的较大者再作为基础数与第三个数比较,找出其中的较大者,将其作为基础数再与第四个数比较,依此类推,直到与最后一个数比较完毕,就能确定出有限个正整数中的最大数.

解:算法步骤用自然语言叙述如下:

第一步,先假定这些正整数中的第一个数为“最大数”.

第二步,将这些整数中的下一个数与“最大数”比较.如果它大于此“最大数”,那么假定它是“最大数”.

第三步,如果还有其他正整数,那么重复第二步.

第四步,一直到没有可比较的数为止,这时假定的“最大数”就是这有限个正整数中的最大数.

点拨:一个算法,就是要求我们去按部就班地做,每做一步都有唯一的结果,并且在有限步之后,总能得出结果.

综合题型

题型1 算法与方程的综合(链接A卷第7题,B卷第2、4题)

例6 已知平面直角坐标系中的两点 $A(-1,0)$, $B(3,2)$,写出

直线 AB 的方程的一种算法.

分析:本题可以直接使用两点式方程来写算法.

解:第一步:取 $x_1 = -1, y_1 = 0; x_2 = 3, y_2 = 2$.

第二步:将以上数据代入公式:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, \text{ 计算得到 } \frac{y}{2} = \frac{x + 1}{4}. \textcircled{1}$$

第三步:方程①两端同乘4,得到 $2y = x + 1$,所以直线 AB 的方程为 $x - 2y + 1 = 0$.

点拨:本题可以先求斜率,再利用点斜式写出直线的方程,也可以运用一般式解得系数.同学们也可以自己写出其他算法步骤.

题型2 设计实际生活中的算法(链接B卷第1、3题)

例7 一位商人有9枚银元,其中有1枚略轻的是假银元.你能用天平(不用砝码)将假银元找出来吗?

分析:最容易想到的解决这个问题的一种方法是把9枚银元按顺序排成一列,先称前2枚,如果天平左右不平衡,则可找出假银元;如果天平左右平衡,则2枚银元都是真的,再依次与剩下的银元比较,就能找出假银元.

解:算法一:按照下列步骤,就能将假银元找出来.

第一步,任取2枚银元分别放在天平的两边.如果天平左右不平衡,则轻的一边放的就是假银元;如果天平左右平衡,则进行第二步.

第二步,取下右边的银元放在一边,然后把剩余的7枚银元依次放在右边进行称量,直到天平不平衡,轻的那一边放的就是假银元.

算法二:第一步,把银元分成3组,每组3枚.

第二步,将两组分别放在天平的两边.如果天平左右不平衡,那么假银元就在轻的那一组;如果天平左右平衡,则假银元就在未称的第3组里,则进行第三步.

第三步,取出含假银元的那一组,从中任取2枚银元放在天平的两边,如果天平左右不平衡,则轻的那一边放的就是假银元;如果天平左右平衡,则未称的那1枚就是假银元.

点拨:由以上两种算法可看出,对同一个问题可以有不同的算法.就本题而言分组进行判断更简单.

III 思维误区点击

本节常见的思维误区:书写算法时不注意算法的特征,步骤不明确,导致程序无法执行.实际书写算法时,要明确写出算法的每一步,不要出现省略号,“同理”、“类似地”等说法.

例8 设计一个算法求 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 五个不同实数中最小的数.

错解:第一步,比较 a_1, a_2 的大小,若 $a_1 < a_2$,则令 $m = a_1$;若 $a_2 < a_1$,则令 $m = a_2$.

第二步,比较 m, a_3 的大小,若 $a_3 < m$,则令 $m = a_3$;否则 m 值不变.

.....

第四步,比较 m, a_5 的大小,若 $a_5 < m$,则令 $m = a_5$;否则 m 值不变.

第五步,输出 m .

误区分析:错解的算法中出现了省略号“.....”,省略号表达的步骤不明确,不符合算法的确定性.

正解:第一步,比较 a_1, a_2 的大小,若 $a_1 < a_2$,则令 $m = a_1$;若 $a_2 < a_1$,则令 $m = a_2$.

第二步,比较 m, a_3 的大小,若 $a_3 < m$,则令 $m = a_3$;否则 m



值不变.

第三步,比较 m, a_4 的大小,若 $a_4 < m$,则令 $m = a_4$; 否则 m 值不变.

第四步,比较 m, a_5 的大小,若 $a_5 < m$,则令 $m = a_5$; 否则 m 值不变.

第五步,输出 m .

IV 高考能力提升

本节内容是后继内容学习的基础,在高考中,主要考查对算法概念的理解及能够写出一个具体问题的算法. 因为此部分是新增内容,所以不会出太难的题. 考查题型多以填空题或解答题的形式出现.

例 9 (2010 临沂模拟 5 分) 结合下面的算法:

第一步,输入 x .

第二步,判断 x 是否小于 0. 若是,则输出 $x+2$; 否则,执行第三步.

第三步,输出 $x-1$.

当输入的 x 的值分别为 $-1, 0, 1$ 时,输出的结果分别为 _____.

分析:根据 x 的值,判断其与 0 的关系,选择执行的步骤,易得答案.

答案: $1; -1; 0$.

例 10 (2010 潍坊模拟 5 分) 已知点 $P(x_0, y_0)$ 和直线 $l: Ax +$

$By + C = 0$, 写出求点到直线距离的一个算法.

有如下步骤: ①输入点的坐标 x_0, y_0 . ②计算 $z_1 = Ax_0 + By_0 + C$. ③计算 $z_2 = A^2 + B^2$. ④输入直线方程的系数 A, B 和常数 C . ⑤计算 $d = \frac{|z_1|}{\sqrt{z_2}}$. ⑥输出 d 的值.

其正确的顺序为 _____.

分析: (1) 算法步骤应先输入相关信息最后输出结果;

(2) $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, 应先将分子、分母求出, 再代入公式.

答案: ①④②③⑤⑥.

V 知识巩固训练

A 卷 基础水平训练 (答案见 123 页)

一、选择题

- 下列关于算法的说法中, 正确的是 ().
A. 算法就是某个问题的解题过程
B. 算法执行步骤的次数不可以很大, 否则无法实施
C. 算法执行后可以产生不同的结果
D. 算法可以无限地操作下去不停止
- 计算下列各式中 S 的值, 能设计算法求解的是 ().
① $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 100$; ② $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 100 + \cdots$; ③ $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + n (n \in \mathbf{N}_+)$.
A. ①② B. ①③
C. ②③ D. ①②③
- 有如下算法: 第一步, 输入不小于 2 的正整数 n .
第二步, 判断 n 是否为 2. 若 $n = 2$, 则 n 满足条件; 若 $n > 2$, 则执行第三步.
第三步, 依次从 2 到 $n-1$ 检验能不能整除 n , 若不能整除, 则 n 满足条件.
则上述算法满足条件的 n 是 ().
A. 质数 B. 奇数
C. 偶数 D. 约数
- 下面是某个问题的算法过程:
第一步, 比较 a 与 b 的大小, 若 $a < b$, 则交换 a, b 的值.
第二步, 比较 a 与 c 的大小, 若 $a < c$, 则交换 a, c 的值.
第三步, 比较 b 与 c 的大小, 若 $b < c$, 则交换 b, c 的值.
第四步, 输出 a, b, c .

该算法结束后解决的问题是 ().

- 输入 a, b, c 三个数, 按从小到大的顺序输出
- 输入 a, b, c 三个数, 按从大到小的顺序输出
- 输入 a, b, c 三个数, 按输入顺序输出
- 输入 a, b, c 三个数, 无规律地输出

二、填空题

- 已知一个学生的语文成绩为 89, 数学成绩为 96, 外语成绩为 99, 求他的总分和平均分的一个算法如下, 请将其补充完整:
第一步, 取 $A = 89, B = 96, C = 99$.
第二步, _____.
第三步, _____.
第四步, 输出计算结果.

三、解答题

- 设计一个算法, 求出 840 与 1 764 的最大公因数.
- 给出求解二元一次方程组 $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ 4x + 5y = 11 \end{cases}$ 的一个算法.

B 卷 高考水平训练 (答案见 123 页)

- (应用题) 你一定会做番茄炒鸡蛋, 请写出一个算法.
- (2009 宁夏模拟 12 分) 写出一个解一元一次方程 $ax + b = 0$ 的算法.
- (应用题) 某人带着一只狼和一只羊及一捆青菜过河, 只有一条船, 此船仅可载此人和狼、此人和羊或此人和青菜, 没有人在的时候, 狼会吃羊, 羊会吃青菜, 请设计一个安全过河的算法.
- (创新题) 给定直线 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0, l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$, 写出判定两直线位置关系的一个算法.



1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构

目标导航

1. 了解常用流程图中图形符号的意义.
2. 理解程序框图的三种基本逻辑结构即顺序结构、条件结构和循环结构以及画程序框图的规则.
3. 能读懂程序框图,能正确选择逻辑结构框图表示求解具体问题的算法.

旧知回顾

1. 算法的要求:

- (1) 写出的算法尽量能解决一类问题,并且可以重复使用.
- (2) 算法步骤要能一步步执行,每一步执行的操作必须确切,不能含混不清,且必须在有限步之内得出结果.

2. 算法的描述:

可以用自然语言、数学语言、程序设计语言等方式描述算法.

I 教材知识详解

教材全析

1. 程序框图

(1) 程序框图的概念:程序框图又称流程图,是一种用程序框、流程线及文字说明来表示算法的图形.

(2) 程序框图的构成:通常程序框图由程序框和流程线组成.一个或几个程序框的组合表示算法中的一个步骤;带有方向箭头的流程线将程序框连接起来,表示算法步骤的执行顺序.

(3) 用程序框图表示算法步骤的一些常用的图形符号.

图形符号	名称	功能
	终端框(起止框)	表示一个算法的起始和结束
	输入、输出框	表示一个算法输入和输出的信息
	处理框(执行框)	赋值、计算
	判断框	判断某一条件是否成立,成立时在出口处标明“是”或“Y”;不成立时标明“否”或“N”
	流程线	连接程序框
	连接点	连接程序框图的两部分

在理解构成程序框图的图形符号及其作用时要注意:

- ① 终端框是任何程序框图不可缺少的,表明程序的开始和结束.
- ② 输入、输出框可用在算法中任何需要输入、输出的位置.
- ③ 算法中间要处理数据或计算,可分别写在不同的处理框内.

框内.

④ 当算法要求对两个不同的结果进行判断时,判断条件要写在判断框内.

(4) 程序框图的画法:

设计一个算法的程序框图的步骤:

第一步,用自然语言表述算法.

第二步,确定每一个算法步骤所包含的逻辑结构,并用相应的程序框图表示,得到该步骤的程序框图.

第三步,将所有步骤的程序框图用流程线连接起来,并加上终端框,得到表示整个算法的程序框图.

剖析说明

(1) 用程序框图表示算法,直观、形象、准确、更容易理解,是我们表示算法的重要方式.

(2) 画流程图时要遵循以下规则:

① 使用标准的框图符号.

② 框图一般按从上到下、从左到右的方向画,一般以中间一条从上到下的线为主线,有些步骤在处理完后需返回到前面某一步,这样的流程线需要画在主干线的两侧.

③ 除判断框外,大多数流程图符号只有一个进入点和一个退出点,判断框是具有超过一个退出点的唯一符号.

④ 在图形符号内描述的语言要非常简练、清楚.

(3) 注意事项:

① 程序框图中的每一种图形符号都有特定的含义,在画程序框图时不能混用.

② 程序框图中的流程线不要忘记画箭头,箭头反映流程执行的先后顺序.

③ 判断框后边的流程线应根据情况标注“是”或“否”.

④ 框图内的内容包括累积变量初始值、计数变量初始值、累加值等,前后两个变量的差值都要仔细斟酌,不能有丝



剖析说明

毫差错,否则会差之毫厘谬以千里.

⑤判断框内内容的填写,有时是大于,有时是小于,有时是小于等于.它们的含义是各不相同的,要根据所选循环的类型,正确地进行选择.

2. 顺序结构

顺序结构是最简单的算法结构,语句与语句之间、框与框之间是按从上到下的顺序进行的,它是由若干个依次执行的步骤组成的,它也是任何一个算法都离不开的一种算法结构,可以用图 1-1-2 表示顺序结构的示意图,其中 A 和 B 两个框是依次执行的,只有在执行完 A 框指定的操作后,才能接着执行 B 框所指定的操作.

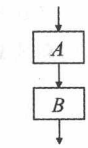


图 1-1-2

剖析说明

顺序结构在程序框图中的表现就是用流程线将程序框自上而下连接起来,按顺序执行.它的特点是:中间没有“转弯”,也没有“回头”.顺序结构只能解决一些简单问题.

3. 条件结构

在一个算法中,经常会遇到一些条件的判断,算法的流程根据条件是否成立有不同的流向.这种先根据条件作出判断,再决定执行哪一种操作的结构称为条件结构(或称为选择结构、分支结构).其结构形成如图 1-1-3.

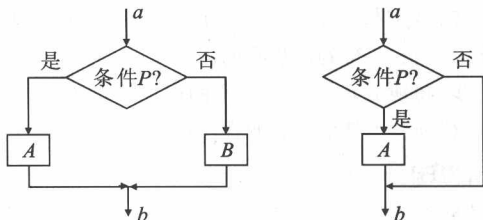


图 1-1-3

剖析说明

条件结构的语句与语句之间,框与框之间必须有一个环节是根据条件进行判断的操作.

4. 循环结构

循环结构是指从某处开始,按照一定的条件反复执行某些步骤的情况.反复执行的步骤称为循环体.循环结构又分为计数型、当型和直到型三种循环结构.

①计数型循环结构一般用于预先知道重复的次数的情况.

②当型循环结构一般用于预先难以知道循环次数,通过设置某个条件,当条件满足时就重复操作,当条件不满足时就退出循环体.

如图 1-1-4,当型循环结构的功能是当给定的条件 P_1 成立时,执行语句序列 A 操作,执行完 A 后,再判断条件 P_1 是否成立,如果仍然成立,再执行语句序列 A ,如此反复执行语句序列 A ,直到某一次条件不成立为止,此时不执行语句序列 A ,而从 b 点脱离循环结构.

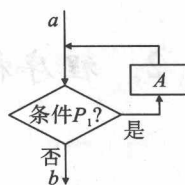


图 1-1-4

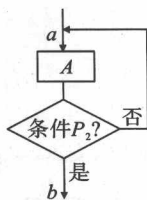


图 1-1-5

③直到型循环一般用于预先难以知道循环次数,通过设置某个条件满足时退出循环.

如图 1-1-5,它的功能是先执行语句序列 A ,然后判断给定的条件 P_2 是否成立,如果条件 P_2 不成立,则再执行语句序列 A ,然后再对条件 P_2 作判断,如果条件 P_2 仍然不成立,又执行语句序列 A ……如此反复执行语句序列 A ,直到给定的条件 P_2 成立为止,此时不再执行语句序列 A ,从 b 点终止循环结构.

剖析说明

(1)循环结构一定要在某个条件下终止,不能为死循环.

(2)循环结构中一定包含条件结构.

(3)循环结构中都有一个计数变量和累加变量,计数变量用于记录循环次数,同时它的取值还用于判断循环是否终止;累加变量用于输出结果.累加变量与计数变量一般是同步执行,累加一次,计数一次.

(4)用循环结构描述算法,一般来说需要先确定三件事:

- ①确定循环变量和初始条件;
- ②确定算法中反复执行的部分,即循环体;
- ③确定循环的循环条件.

5. 算法的三种基本逻辑结构的共同点

(1)只有一个入口.

(2)只有一个出口.图 1-1-3,图 1-1-4 和图 1-1-5 中的 a 点为入口点, b 点为出口点.

(3)结构内的每一部分都有机会被执行到,也就是说,对每一个框来说,都应当有一条从入口到出口的路径通过它.

如图 1-1-6,就没有一条从入口到出口的路径通过 A 框,这样的结构是不存在的.

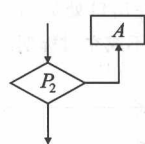


图 1-1-6

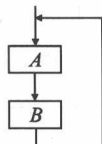


图 1-1-7

(4)结构内不存在“死循环”(永无终止的循环),如图 1-1-7 就是一个死循环.

剖析说明

通常一个菱形判断框有两个出口,而一个条件结构只有一个出口,不要将菱形框的出口与条件结构的出口混淆.

知识拓展

1. 三种逻辑结构的应用

(1) 顺序结构的应用

①顺序结构描述的是最简单、最基本的算法结构. 语句与语句之间、框与框之间是按从上到下顺序进行的.

②顺序结构对同一问题, 往往途径并不唯一, 要体会不同方法的优劣. 从中选出最优的、最简单的、最易于计算机执行、人工操作尽量少的算法.

(2) 条件结构的应用

①使用条件结构画流程图要注意两点: 一是需要判断条件是什么, 二是判断后的条件分别对应着什么样的结果.

②凡必须先根据条件作出判断然后再决定进行哪个步骤

的问题, 在画流程图时, 必须引入一判断框应用选择结构(或分支结构).

③条件结构是流程图的重要组成部分. 在多个不同条件需要判断时, 要明确条件转移公式及各种不同条件对应的结果.

(3) 循环结构的应用

①涉及多项的和或积的程序框图要用到循环及分支结构, 画图时应注意三个量: 循环变量的初值、终值、循环变量的增量在程序中的作用与位置.

②利用循环结构可寻数. 使用循环结构寻数时, 要明确数字的结构特征, 决定循环的终止条件与数的结构特征的关系及循环次数, 尤其是统计数时, 注意要统计的数的出现次数与循环次数的区别.

II 典型例题解读

基础题型

题型1 程序框图的理解(链接A卷第2题)

例1 关于程序框图的图形符号的理解, 正确的个数为().

- ①任何一个程序框图都必须有起止框;
②输入框只能放在输出框之前;
③判断框是唯一具有超过一个退出点的程序框;
④对于一个程序来说, 判断框内的条件是唯一的.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

分析: 任何程序都必须有开始和结束, 从而必须有起止框, 所以①正确; 输入、输出框可以用在算法中任何需要输入、输出的位置, 所以②不正确; 判断框只有一个进入点, 但一般有两个退出点, 其他程序框只有一个进入点和一个退出点, 所以③正确; 判断框内的条件不是唯一的, 所以④不正确.

答案: B.

题型2 顺序结构的理解与应用(链接A卷第5、9题)

例2 写出求 $\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3}}}}}$ 的值的一个算法, 并画出流程图.

$$\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3+\frac{1}{3}}}}}$$

程图.

分析: 此题看上去很复杂, 但是如果明确了其算法, 可看做 $\frac{1}{3+a}$, 但要注意3的个数不能多也不能少.

解: 第一步, $a_1 = \frac{1}{3}$,

第二步, $a_2 = \frac{1}{3+a_1}$,

第三步, $a_3 = \frac{1}{3+a_2}$,

第四步, $a_4 = \frac{1}{3+a_3}$,

第五步, $a_5 = \frac{1}{3+a_4}$,

第六步, $a_6 = \frac{1}{3+a_5}$,

第七步, $a_7 = \frac{1}{3+a_6}$,

第八步, 输出 a_7 .

相应算法的流程图如图1-1-8.

点拨: 在我们画程序框图前, 首先要明白问题的算法步骤, 也就是程序的流程.

例3 设计一种算法, 交换两个变量 x, y 的值.

分析: 为了达到交换的目的, 需要一个中间变量 m , 通过 m 使两个变量的值交换.

解: 算法框图如图1-1-9.

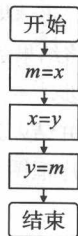


图1-1-9

点拨: 算法赋值中变量总是取最后所赋给的新的值, m 只是一个存储单元.

题型3 条件结构的理解与应用(链接A卷第6、8、11、12题)

例4 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & (x<0) \\ 2-5x & (x\geq 0) \end{cases}$, 写出求该函数的函数值的算法, 并画出程序流程图.

分析: 该函数是分段函数, 当 x 取不同范围内的值时, 函数表达式不同, 因此当给出一个自变量 x 的值时, 必须先判断 x 的范围, 然后确定利用哪一段解析式求函数值.

解: 算法如下:

第一步, 输入 x ;

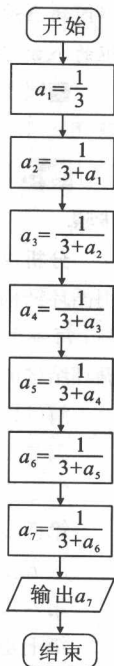


图1-1-8

第二步,如果 $x < 0$,那么使 $f(x) = 3x - 1$;否则 $f(x) = 2 - 5x$;
第三步,输出 $f(x)$.

程序框图如图 1-1-10.

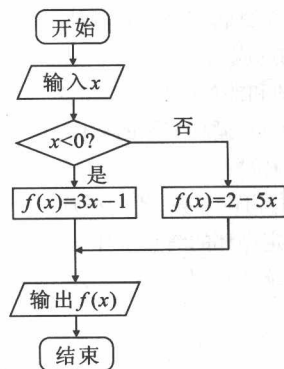


图 1-1-10

点拨:求分段函数值的算法应用到条件结构,因此在程序框图的画法中需要引入判断框,根据题目的要求确定引入判断框的个数,注意 $n+1$ 段函数,需引入 n 个判断框.

题型 4 循环结构的理解与应用 (链接 A 卷第 3、4、7、10 题, B 卷第 1~6 题)

例 5 画出求 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \cdots \times n$ 的程序框图,并写出计算步骤.

分析:这是一个累乘问题,重复进行了 $n-1$ 次乘法,可以利用循环结构描述,需引入累乘变量 mul 和计数变量 i ,这里 mul 与 i 每一次循环,它们的值都在改变,先用自然语言描述,考察循环结构的运用及框图结构.

解:第一步,设 mul 的值为 1.

第二步,设 i 的初始值为 2.

第三步,如果 $i \leq n$ 执行第四步,否则转去执行第七步.

第四步,计算 mul 乘 i 并将结果赋给 mul .

第五步,计算 i 加 1 并将结果赋给 i .

第六步,转去执行第三步.

第七步,输出 mul 的值并结束算法.

根据自然语言描述,程序框图如图 1-1-11(1).

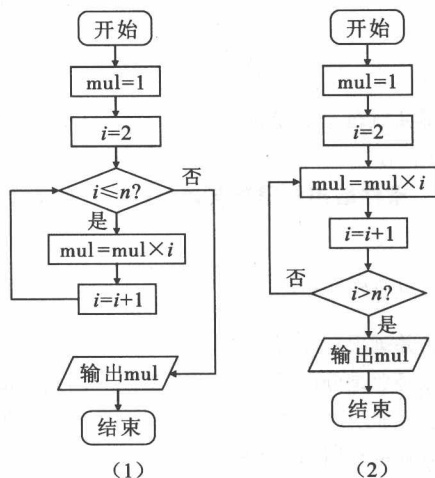


图 1-1-11

点拨:此题的程序框图称为当型循环,我们也可以用直到

型来表示,程序框图如图 1-1-11(2). 应用循环结构描述算法时,关键是设置循环条件和循环体.从本题可以发现,在解决一些有规律的科学计算问题,尤其是累加、累乘等问题时,往往可以用循环结构来实现算法,如果还有其他附加条件,应再结合条件分支结构进行算法设计.

例 6 试画出计算 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 10^3$ 的算法的程序框图.

分析:这是一个累加问题,共进行了 100 次加法,可以利用循环结构求解.

解:程序框图如图 1-1-12.

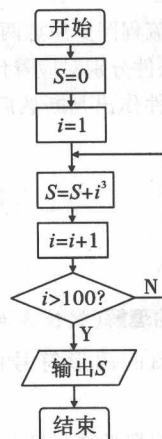


图 1-1-12

点拨:此解法使用直到型循环结构,在执行了一次循环体之后,对控制循环条件进行判断,当条件不满足时执行循环体,满足则停止.

综合题型

题型 1 条件结构与循环结构的综合 (链接 B 卷第 6 题)

例 7 给出以下 10 个数: 5, 9, 80, 43, 95, 73, 28, 17, 60, 36, 要求把大于 40 的数找出来并输出,试画出该问题的程序框图.

分析:可以从第一个数开始与 40 比较大小,若该数大于 40,就输出,小于或等于 40,就直接再与下一个数比较大小,这样共需要比较 10 次,可设计一个计数变量,用循环结构设计算法.

解:程序框图如图 1-1-13.

点拨:本题的算法设计中既用了条件结构,也用了循环结构,条件结构

用于判断输入的数是否大于 40,循环结构用于控制输入的数的个数,这里用变量 i 作为计数变量.

题型 2 三种逻辑结构与几何或代数的综合 (链接 A 卷第 13 题)

例 8 任意给定 3 个非零自然数,试设计一个算法,判断以这 3 个自然数为三边的三角形是否存在? 若存在,是否是直角三角形.

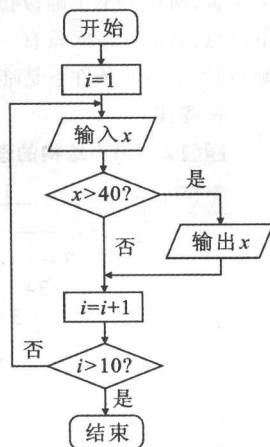


图 1-1-13



分析:必须检验任意两边之和是否大于第三边,才能判定是否组成三角形,若组成三角形,再检验是否满足勾股定理.

解:程序框图如图 1-1-14.

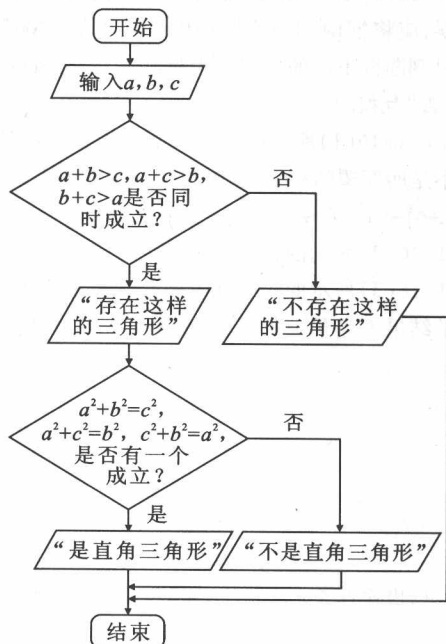


图 1-1-14

题型 3 三种逻辑结构的实际应用 (链接 B 卷第 5 题)

例 9 儿童乘火车时,若身高不超过 1.2 m,则无需购票,若身高超过 1.2 m,但不超过 1.5 m,可买半票;若超过 1.5 m,应

买全票.设计一个算法,并画出框图.

分析:根据题意,该题的算法中应有条件结构,首先要以身高为标准,分成应买票和免票,在买票中再分半票和全票,根据这一思路,可写出买票的算法步骤.

解:算法步骤如下:

第一步:测量儿童身高 h m;

第二步:如果 $h \leq 1.2$,那么免票乘车;否则,如果 $h \leq 1.5$,那么买半票乘车;否则买全票.

程序框图如图 1-1-15.

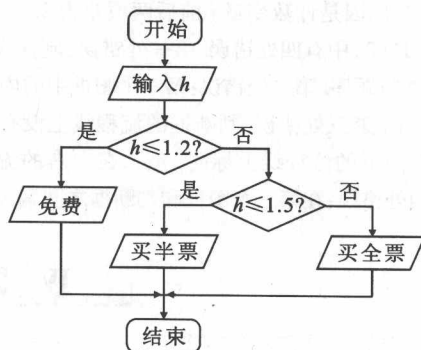


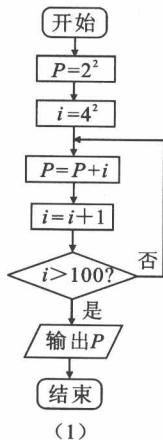
图 1-1-15

点拨:在这个程序里我们关键要知道两个判断点,一个是 1.2 m 为判断点,把身高分为两段,在大于 1.2 m 的判断里,以 1.5 m 为判断点把其分为两段,因此 1.5 m 这个判断是套在 1.2 m 的判断里,在这里我们用到了程序的嵌套.

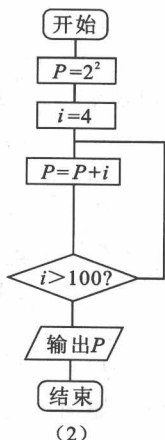
III 思维误区点击

本节常见的思维误区:应用循环结构解决问题时,应特别注意两个变量(计数变量和累加变量)的初始值及计数变量到底是多少,它递加的值是多少,还要特别注意判断框中计数变量的取值限制,不等号用大于还是小于,还是小于等于、大于等于,它们的含义是不同的.另外,不要漏掉流程线的箭头以及与判断框相连的流程线上标志是与否的字符“是”和“否”.

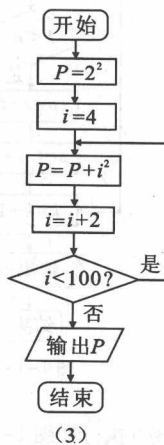
例 10 图 1-1-16 中的四个图是为计算 $2^2+4^2+6^2+\dots+100^2$ 而绘制的算法的程序框图,根据程序框图回答后面的问题.



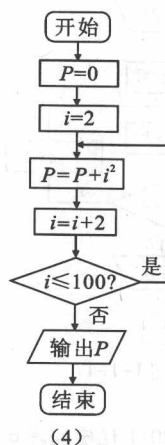
(1)



(2)



(3)



(4)

图 1-1-16

(1) 其中正确的程序框图有哪几个? 错误的程序框图有哪几个? 错误的要指出错在哪里.

(2) 错误的程序框图中,按该程序框图所蕴涵的算法能执行到底吗? 若能执行到底,最后输出的结果是什么?

