

总主编◎徐丰

Oxbridge
津桥文教



小学数学 全掌握

从课本到奥数



YZLI0890142996

5 年级

东南大学出版社

总主编◎徐丰

Oxbridge
津桥文教



小学数学全掌握

从课本到奥数



YZLI0890142996

5 年级

东南大学出版社
· 南京 ·

图书在版编目(CIP)数据

小学数学全掌握. 5 年级/津桥书局主编. —南京:
东南大学出版社, 2011. 6

ISBN 978 - 7 - 5641 - 2791 - 6

I. ①小… II. ①津… III. ①小学数学课—习题集
IV. ①G624. 505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 093173 号

书 名 小学数学全掌握. 5 年级
出版发行 东南大学出版社
经 销 各地新华书店
出 版 人 江建中
社 址 南京市四牌楼 2 号
邮 编 210096
印 刷 者 南京新洲印刷有限公司
开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16
印 张 11.25
字 数 260 千字
版 次 2011 年 6 月第 1 版第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5641 - 2791 - 6
定 价 20.00 元

东大版图书若有印装质量问题,请直接联系读者服务部,电话:025-83794332。

目 录

上篇

专题 1 小数乘法(1) 区分真假	1
专题 2 小数乘法(2) 定义新运算(1)	5
专题 3 小数乘法(3) 定义新运算(2)	9
专题 4 小数除法(1) 小数除法中的巧算	13
专题 5 小数除法(2) 枚举法	17
专题 6 观察物体(1) 拼图形	21
专题 7 观察物体(2) 切蛋糕的学问	25
专题 8 简易方程(1) 用消元法解题	29
专题 9 简易方程(2) 简单的二元方程	34
专题 10 多边形的面积(1) 平面图形的计算	38
专题 11 多边形的面积(2) 巧求不规则图形的面积	42
专题 12 多边形的面积(3) 等差数列与梯形面积	46
专题 13 统计与可能性(1) 抽屉原理	50
专题 14 统计与可能性(2) 用列表法解题	54
专题 15 数学广角 有趣的找规律	58
上学期期末过关	62
上学期期末测评卷(A卷)	65
上学期期末测评卷(B卷)	69

下篇

专题 16	图形的变换(1) 图形分割	73
专题 17	图形的变换(2) 巧用平移和旋转	77
专题 18	因数与倍数(1) 倍数的特征	82
专题 19	因数与倍数(2) 分解质因数	86
专题 20	长方体和正方体(1) 切割体趣题(1)	90
专题 21	长方体和正方体(2) 切割体趣题(2)	95
专题 22	长方体和正方体(3) 倒水问题	99
专题 23	分数的意义和性质(1) 趣味分数(1)	103
专题 24	分数的意义和性质(2) 趣味分数(2)	107
专题 25	分数的意义和性质(3) 变化的分数	111
专题 26	最大公因数 2,5,3 的倍数的特点	114
专题 27	最小公倍数 4,8,9 的倍数的特点	118
专题 28	分数的加法和减法 巧用分组的方法解题	121
专题 29	统计 循环小数和分数	125
专题 30	数学广角 较复杂的还原问题	129
	下学期期末过关	133
	下学期期末测评卷(A卷)	137
	下学期期末测评卷(B卷)	141
	参考答案	144

上篇

专题1 小数乘法(1) 区分真假

课本精华

本讲我们一起讨论小数的乘法,小数乘法在列竖式时与整数乘法一样是末位对齐。在积中点小数点时要注意,如果数位不够可以用“0”来占位。

难点点拨

【例1】 林林每小时行 0.24 千米,那么她行 0.24 小时走多少千米?

分析 根据条件可以列式为“ 0.24×0.24 ”,这是一道小数乘小数的题目,在列式时和整数乘法一样,要注意末位对齐。

详解

$$\begin{array}{r} 0.24 \\ \times 0.24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 0.0576 \end{array}$$

因为积算到 576,因数中共有 4 位小数,所以积中的位数不够,用 0 来占位。

答:她行 0.24 小时走 0.0576 千米。

【例2】 一块长方形铝板,长 0.84 米,宽 0.6 米;一块正方形铝板,边长 0.7 米。哪一块铝板的面积大一些? 大多少平方米?

分析 求哪一块铝板的面积大一些,就要分别算出两个铝板的面积。根据条件,长方形铝板面积列式为“长方形铝板面积=长 \times 宽”,正方形铝板面积列式为“正方形铝板面积=边长 \times 边长”,再列竖式计算,最后比较大小。

详解 $0.84 \times 0.6 = 0.504$ (平方米),

$$\begin{array}{r} 0.84 \\ \times 0.6 \\ \hline 0.504 \end{array}$$

长方形铝板面积为 0.504 平方米。

$0.7 \times 0.7 = 0.49$ (平方米),

$$\begin{array}{r} 0.7 \\ \times 0.7 \\ \hline 0.49 \end{array}$$

正方形铝板面积为 0.49 平方米。

答:长方形的面积是 0.504 平方米。

正方形的面积是 0.49 平方米。

因为 $0.504 > 0.49$,所以是长方形的面积大。又因为 $0.504 - 0.49 = 0.014$,所以长方形比正方形大 0.014 平方米。

【例3】 根据 $126 \times 25 = 3150$,直接写出下面算式的得数。

$12.6 \times 2.5 =$

$12.6 \times 0.25 =$

$1.26 \times 2.5 =$

分析 上面的三道小数乘法题都可

详解 第一题,因数中有两位小数,

以看成 126×25 来计算,如下列竖式为:

$$\begin{array}{r} 126 \\ \times 25 \\ \hline 630 \\ 252 \\ \hline 3150 \end{array}$$

在写这三道小数乘法题的得数时,我们只要看因数中一共有几位小数,就从 3150 的右边起数出几位,再点上小数点。值得注意的是,点上小数点以后,末尾都出现了 0,应该把这个 0 去掉进行化简。

【例 4】 根据 $26 \times 48 = 1248$, 在下面的括号里填上合适的数。你能想出几种填法?

$$12.48 = (\quad) \times (\quad) = (\quad) \times (\quad)$$

$$1.248 = (\quad) \times (\quad) = (\quad) \times (\quad)$$

分析 根据小数乘法的计算方法,积的小数位数与两个因数的总共的小数位数是一样的,所以,我们可以根据乘积的小数位数来确定因数中小数点的位置。

详解 答案不唯一,如下是一些填法:

$$12.48 = (0.26) \times (48)$$

$$= (2.6) \times (4.8)$$

$$12.48 = (26) \times (0.48)$$

$$= (260) \times (0.048)$$

$$1.248 = (0.026) \times (48)$$

$$= (0.26) \times (4.8)$$

$$1.248 = (2.6) \times (0.48)$$

$$= (26) \times (0.048)$$

技法点睛

利用积与因数中小数位数的关系,可以确定小数乘法积中的小数位数,决定小数乘法积中的小数点如何点。要注意的是:当积中有 0 时,先点小数点,再去 0。

习题精练

1. 直接写出得数。

$$0.8 \times 4 =$$

$$0.6 \times 0.5 =$$

$$30 \times 2.5 =$$

$$0.7 \times 0.6 =$$

$$20 \times 0.9 =$$

$$98.6 \times 0 =$$

2. 根据第一栏的积,直接写出下面各题的积。

因数	148	14.8	1.48	14.8	0.148	14.8
因数	23	2.3	2.3	0.23	23	23
积	3404					

3. 根据 $85 \times 23 = 1955$, 在下面的括号里填上合适的数。

$$195.5 = (\quad) \times (\quad) = (\quad) \times (\quad)$$

$$0.1955 = (\quad) \times (\quad) = (\quad) \times (\quad)$$

4. 一种服装面料,每米售价 58.5 元。买这样的面料 5.2 米,应付多少元?(先估计得数,再计算)

5. 批发市场某种钢笔的批发价格如下表。

数量/支	1~50	51~100	100 以上
单价/元	9.00	7.50	7.20

张老师打算买 40 支这样的钢笔,赵老师打算买 75 支这样的钢笔。

(1) 如果他们各自去这家市场购买,各要付多少元?

(2) 如果他们合起来去这家市场购买,一共要付多少元?

奥数链接

区分真假

真假有时只在毫厘之间,我们要掌握正确的方法,运用知识分辨真假。下面我们一起来学习。

【例 5】 某工厂生产 27 只形状相同的零件,正品重量相同,可其中混杂了一只次品,次品的重量比正品轻,你能不能不用砝码,只用一架天平称三次就把次品找出来?

分析 如果只有三个零件,其中两个是正品,一个是次品,次品的重量比正品轻,那么只要用天平称一次就行了。方法是:把其中两个放在天平两头,如果一样重,那么未放上去的那只是次品,如果不一样重,轻的那头放的是次品。按照这样的思路可以解决例 5 中的问题。

详解 把 27 个零件分成 9 个一组,共三组,称一次能找出含次品的一组(方法如分析中所讲),再将这一组分成三个一组,也有三组,再称一次又可以找出含次品的一组。此时这组有三个零件,只要再称一次就可以找出次品。

【例 6】 有 10 箱零件堆在一起,每箱有 100 个,其中一箱全是次品,其余各箱都是正

品,次品每个 0.9 克,正品每个重 1 克,如何只称一次就把这箱次品找出来呢?

分析 有的同学会说,每箱中拿一个零件称一称不就可以了吗?这是一个办法,但如果只称一次就把次品找到,我们得另寻办法。为了区分不同的零件箱,将各箱分别编号 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,然后按各箱的序号数取零件个数,即 1 号取 1 个,2 号取 2 个,3 号取 3 个……一共有 55 个,如果每个都是正品,总重量为 55 克,如果少了 0.7 克,说明有 7 个次品(因为每个次品比正品少 0.1 克),那么标号为 7 的箱子里都是次品。

详解 将各箱分别编号 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,然后按各箱的序号数取零件个数,共取 55 个,称出这 55 个零件的实际重量,共少了多少个 0.1 克(与 55 克比)就是几号箱是次品。

技巧点拨

从一堆物品中找次品并知道次品与真品重量的轻重,一般可把它们平均分成三份,这样找,称的次数最少。假如有 x 个物品,且知 $3^{n-1} < x \leq 3^n$,那么最少需称 n 次;如果不知轻重,最少要称 $n+1$ 次。

体验奥数

1. 有 9 颗药,其中一颗药是假的,但外观和真的一样,只是假的药轻一点,你能利用天平找出假药吗?最少称几次?怎样称?
2. 有 81 颗珍珠,其中一颗是假的,假的珍珠比真的轻一点,你能在天平上称 4 次(不用砝码)找到假珍珠吗?
3. 有 27 个外形完全相同的小球,它们的质量分别是 1 克、2 克、3 克……27 克,但不知道它们之间的对应关系。即不知道哪个是 1 克,哪个是 2 克……哪个是 27 克。现在给你一个天平,并允许选择 3 个砝码,且小球本身不能作砝码用,请你想一想,你选择 3 个多少克的砝码,又如何称出这 27 个小球的质量?

专题2 小数乘法(2) 定义新运算(1)

课本精华

本讲来研究两个话题:一是乘法中积与因数之间大小的关系;二是如何求积的近似数,特别是在具体的问题中如何求近似数。

难点点拨

【例1】先计算下面各题,再仔细观察,看看你有什么发现?

$$2.4 \times 0.3 =$$

$$2.4 \times 0.54 =$$

$$2.4 \times 0.99 =$$

分析 先计算出每道题的积,再观察每道题的两个因数、积的变化规律,再自己试着举几道题验证一下,看看你能得到怎样的结果。

详解 计算出各题的积如下:

$$2.4 \times 0.3 = 0.72,$$

$$2.4 \times 0.54 = 1.296,$$

$$2.4 \times 0.99 = 2.376.$$

我们观察得:这三道算式的第一个因数都是2.4,第二个因数都比1小,所算得的积都比2.4要小。由此我们猜测结论:一个数乘以一个比1小的数,所得的积比这个数要小。我们可以再举一些例子验证一下:如 $5.3 \times 0.4 = 2.12$, $2.12 < 5.3$; $0.78 \times 0.23 = 0.1794$, $0.1794 < 0.78 \dots \dots$ 我们发现,任何一个数(0除外)乘以一个比1小的数(比0大),积总是比这个数要小。原因也很简单,如: 2.4×0.3 ,表示2.4的十分之三(0.3可以看成是十分之三)是多少,结果当然比2.4小了。

【例2】在下面的括号里填上“<”或“>”。

$$756 \times 0.9 () 756$$

$$1 \times 0.94 () 1$$

$$4.25 \times 1.1 () 4.25$$

$$31.4 \times 1.2 () 31.4$$

分析 本讲中例1所讲述的规律是:“任何一个数(0除外)乘以一个比1小的数(比0大),积总是比这个数要小。”我们很容易按照同样的方法推出如下规律:“任何一个数(0除外)乘以一个比1大的数,积总是比这个数要大。”按照这一规律我们可以直接填写符号。

详解 第一题中,“0.9小于1”,所以积小于756;第二题中“0.94小于1”,所以积小于1;第三题中“1.1大于1”,所以积大于4.25;第四题中“1.2大于1”,所以积大于31.4。

$$756 \times 0.9 (<) 756,$$

$$1 \times 0.94 (<) 1,$$

$$4.25 \times 1.1 (>) 4.25,$$

$$31.4 \times 1.2 (>) 31.4.$$

【例 3】 计算下面各题。

$$7.2 \times 0.09 (\text{得数保留两位小数})$$

$$0.28 \times 0.7 (\text{得数保留两位小数})$$

分析 在写积的近似值时,我们可以直接在算式后面写上“ \approx ”和近似数,而不需要再写出准确值了。特别注意,如果近似数的末尾是 0,这个 0 不可以去掉。

详解 $7.2 \times 0.09 = 0.648 \approx 0.65$

$$0.28 \times 0.7 = 0.196 \approx 0.20$$

第二题要特别注意,小数部分第三位是“6”比“5”大,向前一位进“1”,小数部分第二位上“ $9+1=10$ ”再向前一位进“1”。

【例 4】 按要求解决下面两个问题。

每千克苹果 2.8 元,小明买了 1.76 千克需要用多少元?(得数保留两位小数)

分析 根据条件,我们可以列出算式“ 2.8×1.76 ”。求出结果,再按题目要求保留小数。保留时所用到的方法是“四舍五入”。如 0.723 保留两位小数,看小数部分第三位“3”比“5”小,所以舍去,因此 $0.723 \approx 0.72$;再如 1.578 保留一位小数,因为小数部分第二位是“7”比“5”大,所以五入“进一”,因此 $1.578 \approx 1.6$ 。

详解 $2.8 \times 1.76 = 4.928 \approx 4.93 (\text{元})$ 。

答:小明买 1.76 千克苹果需要用 4.93 元。

补充说明的是“求多少元?”的问题,因为在实际生活中用“元、角、分”作单位,所以以“元”作单位的数最多只能是两位小数,因此当得到的结果超过两位小数时,要保留两位小数。

技法点睛

一般情况下,我们保留小数时,要用到“四舍五入”法。即在保留时,要看尾数中的最高位,最高位上的数字“大于等于 5”就要向前一位进“1”,如果尾数中的最高位上的数字“小于 5”,也就是“等于或小于 4”,那么就直接把尾数中的数舍去。

习题精练

1. 先估计一下,下面的算式结果与第一个因数比谁大谁小,再计算出结果,看看估计的对不对。

$$4.6 \times 0.34 =$$

$$4.6 \times 2.5 =$$

$$4.6 \times 1 =$$

2. 在括号里填上一个合适的数,使不等式成立。

$$43.3 \times (\quad) < 43.3$$

$$0.3 \times (\quad) > 0.3$$

3. 在括号里填上适当的数,使式子成立。(a>0)

$$a \times (\quad) < a$$

$$a \times (\quad) > a$$

4.

	精确到个位	精确到十分位	精确到百分位	精确到千分位
0.9954				
1.4958				

5. 一种山核桃每千克 51.20 元。奶奶买了 0.26 千克,应付多少元?

奥数链接

定义新运算(1)

我们学习了加、减、乘、除四种运算。除了这四种运算之外,我们还可以人为地规定一些其他运算,并给出特定的运算规则,这样的运算形式我们一般称之为定义新运算。下面我们就来研究这方面的知识。

【例5】 如果 $3*5=3+4+5+6+7=25$, $12*3=12+13+14=39$ 。求:

(1) $40*4$ 的值是多少? (2) 如果 $A*3=33$, 求 A 是多少?

分析 首先我们要弄清楚这个运算中符号“*”及在这个符号“*”前后两个数的意义。观察题中给出的两道算式可知,符号“*”表示求几个连续的自然数的和。“*”前面的数表示第一个数(首项),“*”后面的数表示连续自然数的个数。如“ $3*5$ ”,表示从“3”开始连续5个自然数相加;如“ $12*3$ ”表示从“12”开始连续的3个自然数相加。那么“ $40*4$ ”就应该表示从“40”开始连续4个自然数相加,“ $A*3$ ”表示从“A”开始连续三个自然数相加。

详解 (1) $40*4=40+41+42+43=166$; (2) $A*3=A+(A+1)+(A+2)=3A+3=33$, 由此可以解出 $A=10$ 。

对于第(2)题我们还可以这样思考:“ $A*3=33$ ”表示3个连续的自然数相加的和是33。而三个连续的自然数的和是中间数的3倍,所以用 $33\div 3=11$, 就求到了中间的一个数,由此推出前面一个数是10,所以 A 就等于10。

【例6】 定义一种新的运算“ Υ ”,它的意义是 $A\Upsilon B=A+AA+AAA+\dots+AAA\dots AA$ (B 个 A)(A, B 都是自然数)。

(1) 求 $3\Upsilon 4, 4\Upsilon 3$ 。(2) 如果 $1\Upsilon X=12345$, 求 X 。

分析 为了完整地理解“ Υ ”的意义,我们可以从简单的情况入手。

如: $5\Upsilon 3=5+55+555=615$; $12\Upsilon 4=12+1212+121212+12121212=12243648$ 。由此我们找到规律和解题方法,再解(1)(2)两个问题就得心应手了。

详解

(1) $3\Upsilon 4=3+33+333+3333=3702$;
 $4\Upsilon 3=4+44+444=492$ 。

(2) 此题我们可以从小的数开始尝试,如下:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ 111 \\ \hline 123 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ 111 \\ 1111 \\ \hline 1234 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ 111 \\ 1111 \\ 11111 \\ \hline 12345 \end{array}$$

由此可知 $X=5$ 。

技巧点拨

准确理解新运算中每个运算符号、数字的意义是解决定义新运算题目的基础和关键之处。

体验奥数

1. 如果 $3 * 5 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$, $12 * 3 = 12 + 13 + 14 = 39$ 。求:

(1) $23 * 5$ 的值是多少? (2) 如果 $9 * A = 42$, 求 A 是多少?

2. 若 $a ※ b = a + (a+1) + (a+2) + (a+3) + \dots + (a+b-1)$, 那么 $10 ※ 20$ 的结果是多少?

3. 若 $A \diamond B = A \times B - A$, 求: (1) $4 \diamond 12$ 的值; (2) 已知 $2 \diamond X = 8$, 求 X 的值。

4. 定义新运算, $X \odot Y = (X + Y) \div 2$, 求: (1) $324 \odot 234$; (2) 已知 $W \odot 2 = 3$, 求 W 的值。

5. 两个不等的自然数 A 和 B , 较大的数除以较小的数, 余数记作 $A \nabla B$ 。求 $2009 \nabla 29$ 的值。

专题3 小数乘法(3) 定义新运算(2)

课本精华

小数乘法与加法、减法的混合运算,和整数混合运算一样,也可以运用一些运算定律进行简便运算。

难点点拨

【例1】 五(1)班种了400棵向日葵,估计每棵大约可收葵花子0.25千克。如果每千克葵花子可以榨油0.18千克,五(1)班收的葵花子大约可以榨油多少千克?

分析 要求收的葵花子大约可以榨油多少千克,可以先求一共收了多少千克的葵花子,再求共榨油多少千克,列式为“ $0.25 \times 400 \times 0.18$ ”;也可以先求每棵向日葵的葵花子可以榨油多少千克,再求400棵向日葵的葵花子共榨油多少千克,列式为“ $0.18 \times 0.25 \times 400$ ”。

详解 如上述分析,有两种不同的列式方法,比较发现第一种列法“ $0.25 \times 400 \times 0.18$ ”计算起来简便,因为0.25和400相乘等于100。如果列成第二种算式,我们可以用乘法的结合律,把0.25和400先乘起来。过程如下:

$$\begin{aligned} & 0.18 \times 0.25 \times 400 \\ &= 0.18 \times (0.25 \times 400) \\ &= 0.18 \times 100 = 18 (\text{千克}). \end{aligned}$$

答:五(1)班收的葵花子大约可以榨油18千克。

【例2】 计算: 0.85×101 $0.76 \times 8 + 2 \times 0.76$

分析 第一题,可以把101拆成100+1,这样就可以用乘法分配律进行简便运算;第二题两个乘法算式中都有0.76,所以第二题也可以用乘法分配律进行简便运算。

详解 0.85×101

$$\begin{aligned} &= 0.85 \times (100 + 1) \\ &= 0.85 \times 100 + 0.85 \times 1 \\ &= 85.85. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0.76 \times 8 + 2 \times 0.76 \\ &= 0.76 \times (8 + 2) \\ &= 7.6. \end{aligned}$$

【例3】 超市里正热销单价为18.5元的台湾火龙果。明明上午买了5.5千克,下午又买了3.41千克,第二天发现买的火龙果有1.91千克坏了,于是把这些火龙果退给了超市,超市原价退给了明明相应的钱。明明这两天买火龙果用了多少钱?

分析 根据条件,第一天上午明明买

详解 在具体解“ $18.5 \times 5.5 + 18.5$

火龙果用去“ 18.5×5.5 ”元，下午用去“ 18.5×3.41 ”元，第二天退到“ 18.5×1.91 ”元，所以一共用的钱是： $18.5 \times 5.5 + 18.5 \times 3.41 - 18.5 \times 1.91$ 。最后算出结果就可以了。

“ $\times 3.41 - 18.5 \times 1.91$ ”这道小数乘法的混合运算时，我们可以用简便运算。因为在算式中的三道乘法算式中都有相同的因数“18.5”，根据乘法分配律（实际上是乘法分配律的推广），

$$\begin{aligned} & 18.5 \times 5.5 + 18.5 \times 3.41 - 18.5 \times 1.91 \\ &= 18.5 \times (5.5 + 3.41 - 1.91) \\ &= 18.5 \times 7 \\ &= 129.5(\text{元}). \end{aligned}$$

答：明明这两天买火龙果用了 129.5 元。

【例 4】 下面的题怎样算简便就怎样算。

$$8.9 \times 4.5 + 89 \times 0.55$$

分析 此题中没有相同的数，好像不能用简便运算。但仔细观察我们就会发现两个乘法算式中有“8.9”和“89”，只差一个小数点，而“4.5”和“0.55”不看小数点，两个数相加可得 100。所以此题可以通过一定的变化，把前面两个数变得相同，这样就能简便运算了。

详解 可以把“89”变成“8.9”，也可以把“8.9”变成“89”。

$$\begin{aligned} & 8.9 \times 4.5 + 89 \times 0.55 \\ &= 8.9 \times 4.5 + 8.9 \times 5.5 \\ &= 8.9 \times (4.5 + 5.5) \\ &= 8.9 \times 10 \\ &= 89. \\ & 8.9 \times 4.5 + 89 \times 0.55 \\ &= 89 \times 0.45 + 89 \times 0.55 \\ &= 89 \times (0.45 + 0.55) \\ &= 89 \times 1 \\ &= 89. \end{aligned}$$

技法点睛

乘法分配律、乘法交换律、乘法结合律在简便运算中经常用到，比较难的像例 4，要对数据进行一定的变换后才能找到数据的特征，进而找到简便运算的方法。

习题精练

1. 用简便方法计算。

(1) $0.25 \times 0.73 \times 4$

(2) $7.6 \times 0.8 + 0.2 \times 7.6$

2. 用简便方法计算下面各题。

0.25×36

0.33×101

3. 在 \square 里填上合适的数。

$$0.75 \times 12 = 12 \times \square$$

$$0.125 \times (0.17 \times 8) = 0.17 \times (\square \times 8)$$

$$0.39 \times 4.6 + 0.39 \times 5.4 = 0.39 \times (\square + \square)$$

4. 光明电影院的票价有两种:每张 4.5 元或 5.5 元。两种票各有 600 个座位。如果满座,每场可以收入多少元?

5. 简便计算。

$$(1) 3.75 \times 48 + 62.5 \times 4.8$$

$$(2) 7.3 \times 5.4 + 2.7 \times 2.4$$

奥数链接

定义新运算(二)

本讲我们继续研究定义新运算,本讲所定义的新运算更复杂些。有些运算不能一下子就看出来,有些要分类考虑运算的类型。

【例 5】 规定:符号“ \square ”为选择两个数中较大的数的运算,符号“ \triangle ”为选择两数中较小的数的运算。例如: $3\square 5=5, 3\triangle 5=3$ 。

请计算: $[6\triangle 2\square 3] \times [18\triangle(1\square 6)]$ 。

分析 此题所定义的新运算实际上有两个。一是“ \square ”表示选择两数中较大的数,二是“ \triangle ”表示选择两数中较小的数。在具体做运算时,要分清这两个符号,什么时候是取大数,什么时候是取小数,要特别注意。

$$\begin{aligned} \text{详解} \quad & [6\triangle 2\square 3] \times [18\triangle(1\square 6)] \\ & = [2\square 3] \times [18\triangle 6] \\ & = 3 \times 6 \\ & = 18. \end{aligned}$$

【例 6】 对于任意自然数 X, Y ,
当 $X+Y < 10$ 时,有 $X \odot Y = XY - X$,
当 $X+Y \geq 10$ 时,有 $X \odot Y = X + XY$.
求 $8 \odot (6 \odot 3)$ 。

分析 很显然,这道题所定义的运算要分两类来考虑。也就是在具体解题前还要判断一下“ $X+Y$ ”的值与 10 的大小,如果小于 10,则选择第一种运算,如果大于或等于 10 则选择第二种运算。

详解

$$\begin{aligned} & 8 \odot (6 \odot 3) \\ &= 8 \odot (6 \times 3 - 6) \\ &= 8 \odot 12 \\ &= 8 + 8 \times 12 \\ &= 8 + 96 \\ &= 104. \end{aligned}$$

技巧点拨

这些稍复杂的定义新运算,不同的条件下有不同的运算,所以在解题时,要分清属于哪一类,再找准运算,最后按照要求计算,就可以了。

体验奥数

1. 两个数 A 和 B , A 除以 B 的余数记为 $A \odot B$ 。例如 $14 \odot 5 = 4$, $5 \odot 11 = 5$, $12 \odot 4 = 0$ 。根据这样的运算,求 $30 \odot 9 \odot 6$ 的值。

2. 定义两种运算。对于任意两个整数 A 和 B , 有 $A \odot B = A - B + 7$, $A \oplus B = A \div B + 7$ 。求 $8 \oplus 4 \odot 5$ 。

3. X, Y 是自然数,若 X, Y 同奇同偶,则 $X \oplus Y = (X + Y) \div 2$; 若 X, Y 奇偶性不同,则 $X \oplus Y = (X + Y + 1) \div 2$ 。

(1) 求 $2004 \oplus 2005 + 2005 \oplus 2006 + 2006 \oplus 2007 + 2007 \oplus 2008$;

(2) 求 $(1 \oplus 2) \oplus (2 \oplus 3) \oplus (3 \oplus 4) \oplus \dots \oplus (2007 \oplus 2008)$ 。

4. 大家都玩过剪刀、石头、布的游戏,知道剪刀胜布,布胜石头,石头胜剪刀。现在我们规定一种新的规则用符号“ \blacklozenge ”表示:剪刀 \blacklozenge 石头=石头 \blacklozenge 剪刀=剪刀,剪刀 \blacklozenge 布=布 \blacklozenge 剪刀=布,石头 \blacklozenge 布=布 \blacklozenge 石头=石头。请求下式结果,运算顺序为从左到右,括号里先算:剪刀 \blacklozenge (石头 \blacklozenge 布) \blacklozenge 剪刀 \blacklozenge (剪刀 \blacklozenge 石头) \blacklozenge 布。