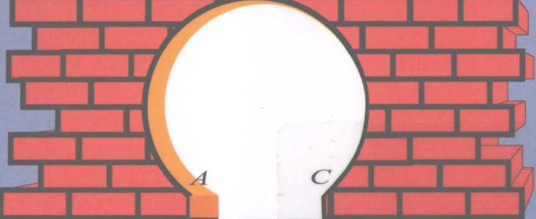
新课标奥数同步辅导

从课本到奥数

九年级 A版

丛书主编　吴建平　熊　斌
本册主编　徐胜林



本书或许不适合你，如果你

A. 每次考试都能超过95分

—— **So easy!**

B. 考试很少能超过80分

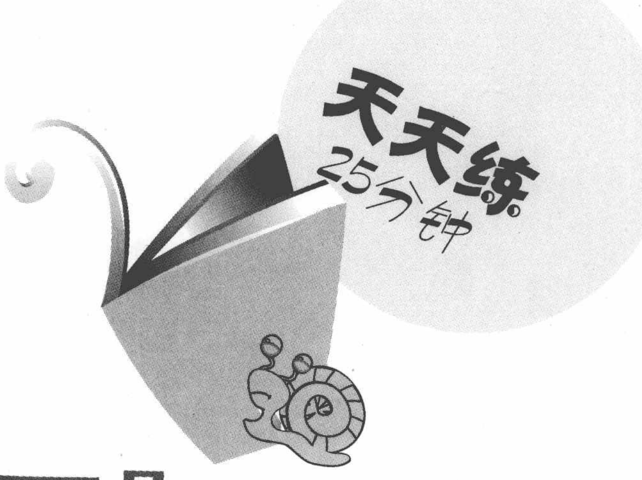
—— **So difficult!**

C. 不认为自己能学好数学

—— **Attitude first!**

华东师范大学出版社

新课标奥数同步辅导



从课本到奥数

九年级 A版

丛书主编　吴建平
　　　　　熊　斌
本册主编　徐胜林
编　　者　韩秀荣
　　　　　廖艳梅
　　　　　曾建存
　　　　　田　华

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

从课本到奥数. 九年级:A版/吴建平,熊斌主编. —上海:华东师范大学出版社,2011.2
ISBN 978-7-5617-8418-1

Ⅰ. ①从… Ⅱ. ①吴…②熊… Ⅲ. ①数学课-初中-习题 Ⅳ. ①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第025690号

从课本到奥数

九年级 A版

丛书主编 吴建平 熊 斌
本册主编 徐胜林
策划组稿 倪 明 孔令志
项目编辑 孔令志
审读编辑 潘 钢
装帧设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路3663号 邮编200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话021-62869887
地 址 上海市中山北路3663号华东师范大学校内先锋路口
网 店 http://ecnup.taobao.com/

印 刷 者 浙江杭州长命印刷有限公司
开 本 720×965 16开
印 张 18.75
字 数 348千字
版 次 2011年6月第一版
印 次 2011年6月第一次
书 号 ISBN 978-7-5617-8418-1/G·4954
定 价 28.00元

出 版 人 朱杰人

奥数从课本学起

同学们，你是不是感觉课堂学习太简单，又感觉奥数太难，无法入手呢？那么《从课本到奥数》这套书肯定适合你，它将让你轻松地从课本过渡到奥数。

《从课本到奥数》每个年级包括两本图书：A 版和 B 版，其中 A 版为每天使用的天天练，B 版为周末使用的周周练。这套丛书在结构安排上与教材同步，紧扣教学大纲所囊括的知识要点，信息丰富，覆盖面广；在难度设置上，从每一课时中选取中等偏难的问题进行讲解和训练，以达到对课本知识的深入掌握，然后过渡到奥数的中低难度问题，由浅入深，循序渐进，从而快速达到奥数入门；在题型内容上，选取典型且趣味性强的题目，符合每一学年段学生的认知水平。

《从课本到奥数》A 版九年级安排了 95 小节，每小节只需 25 分钟，轻松实现从课本到奥数的学习。A 版的设计分为以下五个栏目：

题型概述　从课堂教学内容中提炼出典型问题，并详细解析其背景、关联和解决方法，简单通俗，易于掌握。

典型例题　挑选新颖独特、趣味性强的例题，辅以巧妙而又易懂的解法，有助于开阔视野，拓展思维。

举一反三　提供 3 道具有针对性、层次性和发展性的练习题，循循引导，触类旁通。

拓展提高　紧贴课堂教学内容，从 1 道中低难度的奥数问题切入，由浅入深，层层推进。

奥赛训练　选取 2 道难度适中的奥数问题作为练习题，让你以更开阔的视野领悟课本知识，融会贯通，驾轻就熟。

《从课本到奥数》B版是与A版相配套的周周练。B版的设计分为以下两个栏目：

课本同步 针对A版一周所学的内容和方法，选取8道与课本内容相对应的典型习题，通过练习，达到复习巩固的效果。

奥赛训练 选取8道历年奥数习题加以训练，数量适中，题型灵活，形式多样，拓展提高学习能力，从而轻松渐入奥数佳境。

这套书的例题和练习题都是由有多年奥数教学经验的老师们精挑细选而来的，编写体例和栏目设置也经过反复地探索、研讨，并通过实践证明这可以有效促进知识的消化、吸收和升华。只要坚持使用，肯定会获益匪浅。

祝同学们快乐学习，学习进步！

目 录

一、二次根式 ······ 1
1.1 二次根式(1) ······ 1
1.2 二次根式(2) ······ 3
1.3 二次根式的乘除(1) ······ 5
1.4 二次根式的乘除(2) ······ 7
1.5 二次根式的乘除(3) ······ 9
1.6 二次根式的加减(1) ······ 11
1.7 二次根式的加减(2) ······ 13
1.8 二次根式的分母有理化 ······ 15
1.9 二次根式的混合运算 ······ 17
1.10 整数部分与小数部分 ······ 19
二、一元二次方程 ······ 21
2.1 一元二次方程的概念 ······ 21
2.2 一元二次方程的解 ······ 23
2.3 解一元二次方程——配方法(1) ······ 25
2.4 解一元二次方程——配方法(2) ······ 27
2.5 解一元二次方程——公式法 ······ 29
2.6 一元二次方程的根的判别式的应用 ··· 31
2.7 解一元二次方程——因式分解法 ······ 33
2.8 一元二次方程的根与系数的关系 ······ 35

2.9 一元二次方程的根与系数的关系的应用(1) …………………… 38
2.10 一元二次方程的根与系数的关系的应用(2) …………………… 40
2.11 实际问题与一元二次方程(1) ……… 42
2.12 实际问题与一元二次方程(2) ……… 45
2.13 实际问题与一元二次方程(3) ……… 47
2.14 一元二次方程的整数根 ………… 50
2.15 可化为一元二次方程的方程 ……… 52
三、旋转 …………………………………… 54
3.1 图形的旋转(1) ……………………… 54
3.2 图形的旋转(2) ……………………… 57
3.3 中心对称 …………………………… 62
3.4 中心对称图形 ……………………… 65
3.5 旋转和对称的应用 ………………… 68
四、圆 ……………………………………… 72
4.1 圆 ………………………………… 72
4.2 垂直于弦的直径 …………………… 74
4.3 弧、弦、圆心角 …………………… 76
4.4 圆周角(1) ………………………… 78
4.5 圆周角(2) ………………………… 80
4.6 点和圆的位置关系 ………………… 83
4.7 直线和圆的位置关系(1) ………… 85
4.8 直线和圆的位置关系(2) ………… 87
4.9 直线和圆的位置关系(3) ………… 90

4.10 直线和圆的位置关系(4) …… 93
4.11 圆和圆的位置关系(1) …… 96
4.12 圆和圆的位置关系(2) …… 98
4.13 正多边形和圆(1) …… 101
4.14 正多边形和圆(2) …… 103
4.15 弧长和扇形面积 …… 106
4.16 圆锥的侧面积和全面积 …… 109
4.17 四点共圆 …… 112
4.18 三角形的内心 …… 115
4.19 三角形的垂心 …… 118
4.20 三角形的外心 …… 121
五、概率初步 …… 123
5.1 随机事件 …… 123
5.2 概率 …… 125
5.3 用列举法求概率(1) …… 127
5.4 用列举法求概率(2) …… 130
5.5 利用频率估计概率 …… 133
六、二次函数 …… 137
6.1 二次函数(1) …… 137
6.2 二次函数(2) …… 139
6.3 二次函数(3) …… 141
6.4 二次函数(4) …… 144
6.5 二次函数(5) …… 146
6.6 二次函数(6) …… 149
6.7 二次函数(7) …… 152

6.8 用函数观点看一元二次方程(1) …… 156
6.9 用函数观点看一元二次方程(2) …… 158
6.10 实际问题与二次函数 …………… 162
七、相似 …………………………… 166
7.1 图形的相似(1) ………………… 166
7.2 图形的相似(2) ………………… 169
7.3 平行线分线段成比例定理 ……… 172
7.4 相似三角形的判定(1) ………… 175
7.5 相似三角形的判定(2) ………… 178
7.6 相似三角形的判定(3) ………… 180
7.7 相似三角形的判定(4) ………… 183
7.8 相似三角形的应用举例 ………… 186
7.9 相似三角形的周长与面积(1) …… 189
7.10 相似三角形的周长与面积(2) …… 191
7.11 位似(1) ……………………… 194
7.12 位似(2) ……………………… 197
7.13 相交弦定理 …………………… 200
7.14 切割线定理 …………………… 202
7.15 三角形的角平分线定理 ……… 205
八、锐角三角函数 ………………… 208
8.1 锐角三角函数(1) …………… 208
8.2 锐角三角函数(2) …………… 210
8.3 锐角三角函数(3) …………… 212
8.4 锐角三角函数(4) …………… 214
8.5 锐角三角函数(5) …………… 216

8.6 锐角三角函数(6) …………………… 218

8.7 解直角三角形(1) …………………… 220

8.8 解直角三角形(2) …………………… 222

8.9 解直角三角形(3) …………………… 225

8.10 三角方法解几何题 …………………… 229

九、投影与视图 …………………… 232

9.1 投影(1) …………………… 232

9.2 投影(2) …………………… 235

9.3 投影(3) …………………… 238

9.4 三视图(1) …………………… 241

9.5 三视图(2) …………………… 244

参考答案 …………………… 247

一、二次根式

1.1 二次根式(1)

[题型概述]

学习二次根式的概念，除了要知道二次根式的意义之外，还要会判断二次根式，能求简单的二次根式中字母的取值范围，并能利用被开方数的非负性解决实际问题.

[典型例题]

当 x 取怎样的实数时，代数式 $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{4-x}}$ 有意义？

思路点拨 当 $a \geqslant 0$ 时，$\sqrt{a}$ 有意义，是二次根式；当 $a<0$ 时，$\sqrt{a}$ 没有意义，不是二次根式. 确定被开方数中字母的取值范围时，可根据形如 $\sqrt{a}$ 的式子有意义或无意义的条件，列出不等式或不等式组，然后解不等式(组). 此外，要注意代数式中分母不能等于 0.

由题意，两个二次根式有意义，所以 $x-2 \geqslant 0$，$4-x \geqslant 0$，解得 $2 \leqslant x \leqslant 4$. 对分式来说，$4-x \neq 0$，故 $x \neq 4$.

因此，当 $2 \leqslant x < 4$ 时，代数式 $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{4-x}}$ 有意义.

[举一反三]

1. 下列各式，哪些是二次根式？哪些不是二次根式？为什么？

$\sqrt{x-2}$，$\sqrt[3]{25}$，$\sqrt{x^2-x+1}$，$\sqrt{\frac{1}{(x-1)^2}}$，$\sqrt{x^2-x}$ $(x>1)$.

2. 如果代数式 $\sqrt{-m}+\frac{1}{\sqrt{mn}}$ 有意义，那么，直角坐标系中点 $P(m, n)$ 的位置在(　　).

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 当 x 取怎样的实数时，代数式$\frac{\sqrt{3-x}}{2-|x|}$有意义？

[拓展提高]

已知实数 x、y、z 满足 $\sqrt{x+y-8}+\sqrt{8-x-y}=\sqrt{3x-y-z}+\sqrt{x-2y+z+3}$，试问长度分别为 x、y、z 的三条线段能否组成一个三角形？如果能，请求出该三角形的面积；如果不能，请说明理由。

思路点拨　由于被开方数为非负数，二次根式的值也非负，从而可以转化等量关系，通过解方程组求出 x、y、z 的值.

由二次根式的意义可得 $\begin{cases} x+y-8\geqslant 0, \\ 8-x-y\geqslant 0, \end{cases}$ 所以 $x+y=8$.

当 $x+y=8$ 时，已知等式变形为 $\sqrt{3x-y-z}+\sqrt{x-2y+z+3}=0$. 又根据二次根式的值非负可得

$$\begin{cases} 3x-y-z=0, \\ x-2y+z+3=0. \end{cases}$$

与 $x+y=8$ 联立方程组，可解得 $x=3$, $y=5$, $z=4$.

所以长度分别为 x、y、z 的三条线段能组成一个直角三角形，其面积为 $\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$.

[奥赛训练]

4. 若 x、y 为实数，且 $y<\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}+\frac{1}{3}$，化简$\frac{|1-y|}{y-1}$.

5. 若 $|a+3b-5|+|b-2a+3|=\sqrt{x-150+y}+\sqrt{150-x-y}$，求 ab 的值.

1.2 二次根式(2)

[题型概述]

熟悉二次根式的性质：$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$，$\sqrt{a^2}=|a|$. 能根据性质熟练化简二次根式.

[典型例题]

实数 a、b 在数轴上的位置如图 1 所示，化简：

$$\sqrt{(a+2)^2}-\sqrt{(b-1)^2}-\sqrt{(a+b)^2}.$$

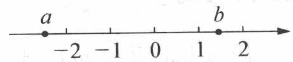


图 1

思路点拨 被开方数是完全平方式，可根据 $\sqrt{a^2}=|a|$ 先进行化简，再根据条件去掉绝对值符号. 如果没有给出相应条件，应分类讨论.

由实数 a、b 在数轴上的位置可知：$a<-2$，$1<b<2$，故 $a+2<0$，$b-1>0$，$a+b<0$，于是

$$\begin{aligned}原式&=|a+2|-|b-1|-|a+b|\\&=-(a+2)-(b-1)-[-(a+b)]\\&=-a-2-b+1+a+b=-1.\end{aligned}$$

[举一反三]

1. 已知实数 a、b、c 在数轴上的位置如图 2 所示，化简：

$$\sqrt{a^2}-\sqrt{(a+b)^2}+\sqrt{(a-c)^2}+\sqrt{(b-c)^2}.$$

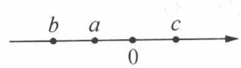


图 2

2. 已知 $-2\leqslant x\leqslant 2$，化简：$\sqrt{(5-2x)^2}-\sqrt{(x+4)^2}$.

3. 若实数 x 满足 $x-\sqrt{\frac{1}{4}-x+x^{2}}=\frac{1}{2}$，求 x 的取值范围.

[拓展提高]

若 $\sqrt{(2007-m)^{2}}+\sqrt{m-2008}=m$，求代数式 $m-2007^{2}$ 的值.

思路点拨 运用二次根式被开方数的非负性，求出 m 的取值范围，再化简 $\sqrt{(2007-m)^{2}}$.

由 $\sqrt{m-2008}$ 知 $m-2008\geqslant 0$，即 $m\geqslant 2008$，所以 $2007-m<0$，已知等式即为 $m-2007+\sqrt{m-2008}=m$，所以 $\sqrt{m-2008}=2007$，故 $m-2007^{2}=2008$.

[奥赛训练]

4. 若化简 $|1-x|-\sqrt{x^{2}-8x+16}$ 的结果为 $2x-5$，则 x 的取值范围是(　　).

A. x 为任意实数　　B. $1\leqslant x\leqslant 4$

C. $x\geqslant 1$　　D. $x\leqslant 4$

5. 已知 $\sqrt{x^{2}+25+10x}+\sqrt{49+x^{2}-14x}=12$，化简：$\sqrt{(3x+15)^{2}}+|21-3x|$.

1.3 二次根式的乘除(1)

[题型概述]

掌握二次根式的乘法法则和积的算术平方根的性质，并能熟练运用.

[典型例题]

计算下列各式：

(1) $-3\sqrt{\frac{8}{27}}\cdot\sqrt{1\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{27}$；

(2) $\frac{2}{m}\sqrt{m^4n}\cdot\left(-\frac{5}{3}\sqrt{mn^5}\right)\cdot 3\sqrt{\frac{n}{m}}$，其中 $m>0$，$n>0$.

思路点拨 两个或多个二次根式相乘时，将根号外面的“系数”与“系数”相乘，作为系数，根号内的被开方数与被开方数相乘，最后的结果进行化简.

(1) 原式 $=-3\sqrt{\frac{8}{27}\cdot 1\frac{1}{2}\cdot 27}=-3\sqrt{\frac{8}{27}\cdot\frac{3}{2}\cdot 27}$

$=-3\sqrt{12}=-6\sqrt{3}$.

(2) 原式 $=\frac{2}{m}\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)\cdot 3\cdot\sqrt{m^4n\cdot mn^5\cdot\frac{n}{m}}$

$=-\frac{10}{m}\cdot\sqrt{m^4\cdot n^7}=-\frac{10}{m}\cdot m^2\cdot n^3\sqrt{n}=-10mn^3\sqrt{n}$.

[举一反三]

1. 计算：$\frac{3}{2}\sqrt{20}\times(-\sqrt{15})\times\left(-\frac{1}{3}\sqrt{48}\right)$.

2. 计算：$\sqrt{(-4)\times 8\frac{1}{3}\times\left(-1\frac{1}{6}\right)}\times\sqrt{14}$.

3. 计算：$\frac{2}{y}\sqrt{xy^5}\cdot\left(-\frac{3}{2}\sqrt{x^3y}\right)\cdot\frac{1}{3}\sqrt{\frac{y}{x}}$.

[拓展提高]

比较 $3\sqrt{5}$ 与 $4\sqrt{3}$ 的大小.

思路点拨 一般地，在两个正数中，较大的正数的平方也较大. 那么，在两个正数中，较大的正数的算术平方根也较大. 即当 $a>0$，$b>0$ 时，如果 $a>b$，那么 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$.

解法一 因为 $3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$，$4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$，而 $45<48$，所以 $\sqrt{45}<\sqrt{48}$，即 $3\sqrt{5}<4\sqrt{3}$.

解法二 因为 $(3\sqrt{5})^2=3^2\times5=45$，$(4\sqrt{3})^2=4^2\times3=48$，而 $45<48$，所以 $3\sqrt{5}<4\sqrt{3}$.

[奥赛训练]

4. 设 $a=3\sqrt{2}$，$b=2\sqrt{3}$，$c=4$，则 a、b、c 的大小关系是（　　）.

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

C. $c>b>a$　　D. $b>c>a$

5. 比较 $A=\sqrt{54\ 321\times54\ 324}$ 与 $B=\sqrt{54\ 323\times54\ 322}$ 的大小.

1.4 二次根式的乘除(2)

[题型概述]

掌握二次根式的除法法则和商的算术平方根的性质,并能熟练运用.

[典型例题]

计算下列各式:

(1) $\dfrac{\sqrt{21}\times\sqrt{35}}{\sqrt{15}}$;　　(2) $4\sqrt{5}\div\left(-5\sqrt{1\dfrac{4}{5}}\right)$.

思路点拨　对于"简单"的二次根式除法,可直接套用公式 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ ($a\geqslant 0,b>0$). 对于"复杂"的二次根式除法,将根号外面的"系数"与"系数"相除,二次根式与二次根式相除,再把它们的商相乘.

(1) 原式 $=\dfrac{\sqrt{21\times 35}}{\sqrt{15}}=\sqrt{\dfrac{21\times 35}{15}}=\sqrt{\dfrac{3\times 7\times 5\times 7}{3\times 5}}=7$.

(2) 原式 $=\dfrac{4\sqrt{5}}{-5\sqrt{1\dfrac{4}{5}}}=-\dfrac{4}{5}\sqrt{5\div 1\dfrac{4}{5}}=-\dfrac{4}{5}\sqrt{5\div\dfrac{9}{5}}$

$=-\dfrac{4}{5}\sqrt{5\times\dfrac{5}{9}}=-\dfrac{4}{5}\times\dfrac{5}{3}=-\dfrac{4}{3}$.

[举一反三]

1. 计算:$\dfrac{\sqrt{0.68}}{\sqrt{0.17}}$.

2. 计算:$\sqrt{1\dfrac{2}{3}}\div\sqrt{\dfrac{5}{54}}$.

3. 计算:$\sqrt{\dfrac{2a^2b^2}{c^5}}\div\left(-\sqrt{\dfrac{ab}{2c^3}}\right)$.