



普通高等教育“十二五”规划教材

数学教学技能系列丛书

丛书主编/冯伟贞 何小亚

中学数学教学设计 案例精选

何小亚 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
数学教学技能系列丛书
丛书主编/冯伟贞 何小亚

中学数学教学设计 案例精选

何小亚 主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是《中学数学教学设计》(何小亚, 科学出版社, 2008)的配套教材, 提供了类型丰富的教学设计案例, 力求使读者通过对案例的学习、比较、研究提高数学教学设计能力。本书共分4个部分, 包括数学教学设计基本案例、数学探究与数学建模设计案例、数学说课案例和教学录像(附光盘)。每一案例均包括教案写真(或说课稿写真)、闪光之点、完善之处。对案例的解读、点评及修改指引有效融合了大量的数学学科知识、思想方法及数学教育教学理论的解读及运用指引。

本书适合高等师范院校数学教育专业大学生、数学教育研究生、数学教育硕士作为教材使用, 也可作为中学数学教师培训用书。

图书在版编目(CIP)数据

中学数学教学设计案例精选 / 何小亚主编. —北京: 科学出版社, 2011

(数学教学技能系列丛书 / 冯伟贞, 何小亚主编)

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-032176-3

I. 中 … II. 何 … III. ①中学数学课—教学设计—高等学校—教材 IV. ① G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 172793 号

责任编辑: 姚莉丽 房 阳 / 责任校对: 张怡君

责任印制: 张克忠 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

瑞立印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 8 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2011 年 8 月第一次印刷 印张: 19 1/2

印数: 1—3 000 字数: 390 000

定价: 37.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

《数学教学技能系列丛书》编委会

主 编 冯伟贞 何小亚

顾 问 史宁中（东北师范大学校长、教授、博士生导师）

宋乃庆（西南大学常务副校长、教授、博士生导师）

徐斌艳（华东师范大学教科院副院长、教授、博士生导师）

曹一鸣（北京师范大学数学科学学院教授、博士生导师）

王光明（天津师范大学数学科学学院教授、博士生导师）

孔凡哲（东北师范大学教师教育学院教授、博士生导师）

编 委（按姓氏笔画排序）

王林全（华南师范大学） 王宽明（贵州师范大学）

卢建川（广州大学） 邬振明（惠州学院）

何小亚（华南师范大学） 吴有昌（华南师范大学）

吴跃忠（华南师范大学） 张占亮（肇庆学院）

张映姜（湛江师范学院） 张艳红（华南师范大学）

陈星荣（嘉应学院） 林全文（广东石油化工学院）

姚 静（华南师范大学） 徐章韬（江西师范大学）

常进荣（昆明学院） 曾 峥（韶关学院）

谢明初（广东第二师范学院） 廖运章（广州大学）

《中学数学教学设计案例精选》编写组

主编 何小亚

编委(按姓氏笔画排序):

方良秋 王宽明 卢建川 邬振明 何小亚

严运华 张映姜 李丽洁 李善家 李燕芬

陈星荣 林全文 罗 静 郑喜中 姚 静

赵小云 徐章韬 袁智斌 常进荣 曹 新

曾超益 谢明初 廖运章 蔡华仙 薛志坚

《数学教学技能系列丛书》序言

应对新时代、新的教育理念和新课程改革的挑战，促进教师的专业发展是根本策略，而数学教师专业素质的培养和提升是其中的核心问题。

数学教师专业素质是在一般素质基础上形成和发展起来的数学教师职业基础性和通识性素养和品质，包括数学素养和品质、数学教育教学理论素养和品质及数学教学技能。对于数学素养、数学教育教学理论素养的内涵及其作为数学教师专业素质结构组成部分的重要性已经成为人们的共识。在数学师范生的培养方案中，一般通过数学学科基础课群、数学专业课群、教育学及心理学基础课群和数学教育课群的设置来实现培养目标。

数学教学技能是数学教师在数学教学过程中，运用数学专业知识和教学理论及教学经验，使学生掌握学科基础知识、基本技能并受到思想教育等所采用的一系列教学行为方式，也是以教学操作知识为基础的心智技能与动作技能的统一。动作技能包括一系列外部可见的机体动作，如语音、语调、语速、板书、绘图等，包括口语表达技能、书面表达技能、仪器操作技能在内的部分。心智技能则主要指教师基于自身的数学素养及数学教学素养完成的心智活动方式，包括讲解、提问、抽象概括、对教学对象各种数学素质和知识能力水平的诊断等。在实际教学过程中，动作技能与心智技能是交叉在一起，不可分割的。但从对数学教学技能结构的解剖不难发现，教师的数学教学技能首先是教师基于个人数学素养、数学教育教学素养的外显行为方式，是教师实现个人相关素养的有效外显、有效传递及有效迁移的工具。

目前在师范生教学技能的培养中，“重视动作技能，轻视数学思想内化，轻视数学教育教学理论内化”的现象是普遍存在的，学生的“心智技能”的形成相对滞后。这与目前数学师范生培养的课程设置及课程内容中，数学学科知识学习、数学教育教学理论学习与教学技能培养三方面被割裂有重要关系，而学生本人也往往缺少打通三方关联的意识及能力。

本丛书的编著选取“中学数学教学设计”、“中学数学解题研究”、“中学数学现代教学技术”为立足点，着力于建立数学学科知识与思想方法、数学教育教学理论和数学教学技能三方融合的平台，为学生“心智技能”的养成提供支持。

教学技能的生成遵循“初步感知→机械模仿→灵活运用→拓展创新”这一发展历程。本丛书的编写力求体现教学技能的这一发展过程，为读者提供丰富的案例，以促进数学教学技能素养的形成、强化和提高。

本丛书以科学出版社 2008 年“普通高等教育‘十一五’规划教材·高等师范院校数学教育系列丛书”为基础修订、扩充而成。具体工作包括：

(1) 新增编著《中学数学教学设计案例精选》作为《中学数学教学设计》一书的配套用书。《中学数学教学案例精选》为读者提供类型丰富的教学设计案例，力求使读者通过对案例的学习、比较、研究提高数学教学设计能力。对案例的解读、点评及修改指引有效融合了大量的数学学科知识、思想方法及数学教育教学理论的解读及运用指引。

(2) 修订完善《中学数学教学设计》一书，使其更简洁、更实用。

(3) 对《中学数学解题研究》一书以“简洁思路及表述，强化解题方法与技巧，丰富案例”为原则进行修订。

(4) 对《中学数学现代教学技术》一书，从原来侧重数学定量分析与信息技术相结合的定位，向全面解决数学教学中定性分析、定量分析与信息技术相结合转移，力求使读者更全面把握信息技术在解决数学教学过程中问题情境设置、图形定性及定量分析、数值分析与计算、数学探究等方面辅助功能。

(5) 新增编著《中学数学课件制作案例精选》(电子读物)。这一电子读物收录了华南师范大学数学科学学院历届本科学生的优秀作品，其中包括多件在全国、广东省多媒体课件制作竞赛中的获奖作品。电子读物对相关课件的教学设计、技术设计及制作技巧作了详细的剖析。

藉此机会感谢华南师范大学数学科学学院对本丛书的编写所给予的精神上及经费上的大力支持，感谢兄弟院校对本丛书的热情支持、积极推介和广泛使用。对科学出版社的领导对本丛书的大力支持，对编辑们的辛勤劳动表示由衷的敬意和诚挚的谢意。

希望数学家、数学教育家以及使用这套丛书的各兄弟院校师生，对本丛书的使用提出宝贵意见和建议，使它们在实践中不断完善，为我国的数学教师专业发展发挥更好的作用。

冯伟贞
2011年7月1日于广州华南师范大学

前　　言

《中学数学教学设计》一书于 2008 年 6 月由科学出版社出版，因其理念特色(体现时代性和先进性、突出应用性和拓展性、具有实践性和可操作性)、结构特色和内容特色而受到了读者的肯定，至 2010 年 12 月已重印了四次。根据使用该书作为教材的各个院校师生的反映，尽管该书已提供了不少典型的教学案例，但大家还是希望增加一些教学案例，以供师生拓展学习讨论。为此，我们编写了《中学数学教学设计案例精选》这本书。

作为《中学数学教学设计》一书的配套教材，本书在编写时主要考虑以下三点：

(1) 通过一些典型教学案例的学习研讨，提高读者的数学教学设计能力，以促进其教师专业成长；

(2) 案例的选择要突出典型性，既要有较多非常出色的案例，也要有一些平凡的甚至是较差的设计案例。既有来自一线教师的经验设计，也有出自数学师范生之手的朴素设计。总而言之，我们要为读者提供类型丰富的教学设计案例，通过学习、比较、研究，知道什么是好的设计，什么是一般的设计，什么是差的设计。

(3) 每一年级的案例，要求是该年级较重要且具有代表性的一节课。

在第一篇，我们提供了 10 个初中数学案例和 10 个高中数学案例，其中案例 20——平方差公式的教学设计是教育部首届“东芝杯·中国师范大学师范专业理科大学生教学技能创新实践大赛”数学组的冠军教案。最后是两位一线教师对这一设计的点评。

在第二篇，我们提供了 8 个数学探究、数学建模的案例，其中案例 28——走进数学建模世界的教学设计是教育部第二届“东芝杯·中国师范大学师范专业理科大学生教学技能创新实践大赛”数学组的冠军教案。

在第三篇，我们提供了 6 个说课案例。

在第四篇我们提供两个教学录像，分别是教育部首届和第二届“东芝杯·中国师范大学师范专业理科大学生教学技能创新实践大赛”数学组的冠军教学录像。

每一案例均按照教案写真(或说课稿写真)、闪光之点、完善之处这一框架设计。其中，教案写真(或说课稿写真)部分提供一份点评者选择的教案(或说课稿)；闪光之点部分是点评者对教案(或说课稿)的赏识；完善之处则是点评者的改善建议。需要特别强调的是，如何评价数学教学设计的优与劣，没有绝对的统一标准，因为每一教学设计均有

其特定的教育功能，反映着某种教育价值取向。例如，如果以注重过程，注重理解为价值取向，那么案例 1 的设计是优秀的。但如果以熟练的技能操作为价值取向，那么案例 1 的设计则是一个累赘的、费时且费神的设计。

最后，需要特别说明的是，每一案例的点评仅仅代表点评者自己的观点，我们欢迎读者反思、批判点评者的观点。

何小亚

2011 年 7 月 1 日于华南师范大学

目 录

第一篇 数学教学设计基本案例

案例 1 有理数乘法法则的教学设计	3
案例 2 多边形的内角和的教学设计	15
案例 3 统计调查的教学设计	19
案例 4 确定一次函数表达式的教学设计	37
案例 5 菱形的教学设计	41
案例 6 众数、中位数的教学设计	46
案例 7 二次函数的教学设计	56
案例 8 弧长和扇形面积的教学设计	64
案例 9 随机事件的教学设计	68
案例 10 函数性质的应用的教学设计	72
案例 11 简单几何体的三视图的教学设计	78
案例 12 古典概型的特征和概率的计算公式的教学设计	84
案例 13 正弦函数、余弦函数的性质(1)周期性的教学设计	95
案例 14 正弦定理的教学设计	101
案例 15 逻辑联结词的教学设计	110
案例 16 归纳推理的教学设计	117
案例 17 抛物线及其标准方程的教学设计	125
案例 18 导数在研究函数中的应用的教学设计	130
案例 19 两个基本计数原理的教学设计	137
案例 20 平方差公式的教学设计	154

第二篇 数学探究与数学建模设计案例

案例 21 水的调查的教学设计	169
案例 22 测量学校樟树的高度的教学设计	173

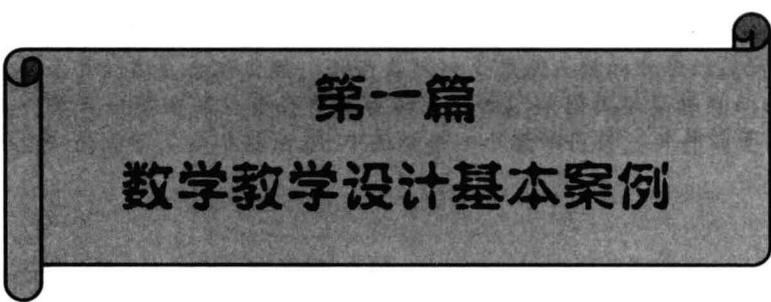
案例 23 课题学习 选择方案的教学设计	177
案例 24 数学问题解决的教学设计	186
案例 25 探究课案例的教学设计	193
案例 26 空间几何体的体积的教学设计	218
案例 27 凸四边形全等条件的探究的教学设计	226
案例 28 走进数学建模世界的教学设计	231

第三篇 数学说课案例

案例 29 代数式的值	247
案例 30 四边形内角和	252
案例 31 概率的意义	256
案例 32 回归分析的基本思想及其初步应用	263
案例 33 点到直线的距离公式	276
案例 34 几何概型(第一课时)	284

第四篇 教学录像(见光盘)

第一届东芝杯模拟授课比赛冠军录像	300
第二届东芝杯模拟授课比赛冠军录像	300



第一篇

数学教学设计基本案例

案例 1 有理数乘法法则的教学设计

教案写真

由于引进了负数，七年级对数系的认识范围扩大到了有理数。有理数乘法法则的教学难点，就是运算的因式含有负数，如何自然地由原来正数的乘法过渡到带有“负数”的乘法，如何体现这些运算法则的合理性和必要性，是困扰很多教师的问题。特别地，对“负负得正”的理解，是关键所在。下面提供一个教学设计，并作简要的评析，来探讨这一问题。

一、教学内容

有理数的乘法法则(华东师大版《数学》七年级上册)。

二、教学目标

1. 知识与技能

掌握有理数的乘法法则。

2. 过程与方法

经历有理数乘法法则的探索概括过程，学习观察、归纳、类比、概括的解决问题方法。

3. 情感与态度

体验有理数乘法法则源于实际的需要，初步理解法则的实际意义。

三、教学重点与难点

1. 教学重点

有理数乘法法则的掌握。

2. 教学难点

规则“两数相乘，若把一个因数换成它的相反数，则所得的积是原来的积的相反数”的概括，以及“负负得正”的实际意义的理解。

四、教学过程

(一) 情境导入

一只小虫沿一条东西向的路线，以每分钟 3 米的速度向东爬行 2 分钟，那么它现在位于原来位置的哪个方向，相距多少米？若小虫向西以每分钟 3 米的速度爬行 2 分钟，那么结果有何变化？

(二) 探索规则

两数相乘，若把一个因数换成它的相反数，则所得的积是原来的积的相反数。

如果我们规定向东为正，向西为负，那么：

(1) 对于第一个问题，我们可以列出式子： $3 + 3 = 6$. 根据乘法是加法的简便运算，同样可以得到： $3 \times 2 = 6$ ，即小虫位于原来位置的东方 6 米处。

设小虫原来在原点位置，用数轴表示这个过程，如图 1.1 所示。

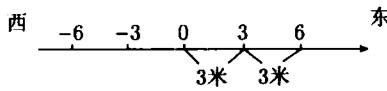


图 1.1

(2) 对于第二个问题，根据有理数相加的法则，可以列出算式为

$$(-3) + (-3) = -6.$$

和(1)比较，同样可以得到另一算式： $(-3) \times 2$ ，那么怎样求它的结果？

【分小组讨论】 求出算式 $(-3) \times 2$ 的积。

3×2 是 2 个 3 相加，结果为 6. 通过类比，很容易得到， $(-3) \times 2$ 的意义是 2 个 -3 相加，其结果为 -6 . 这是用两种不同的运算来求解的过程。我们就此求得小虫位于原来位置的西方 6 米处。

设小虫原来在原点位置，用数轴表示这个过程，如图 1.2 所示。

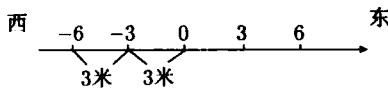


图 1.2

【试一试】 求下列算式的积：

- (1) $3 \times 3, 3 \times 4, 5 \times 7$;
- (2) $(-3) \times 3, (-3) \times 4, (-5) \times 7$;
- (3) $3 \times (-3), 3 \times (-4), 5 \times (-7)$.

分析 对于(1)和(2), 通过以上的学习过程很容易得出结果. 而对于(3)这类算式, 可以通过乘法交换律的推广转化为(2)进行处理.

我们知道 3×2 与 2×3 的结果相等, 3×4 与 4×3 的结果也相等. 根据是正数相乘的乘法交换律. 其实, 这条规律对于含有负数的乘法也成立. 也就是说, $3 \times (-2) = (-2) \times 3 = -6$, $3 \times (-4) = (-4) \times 3 = -12$.

这样, 就得到了上述三类问题的答案:

$$(1) 3 \times 3 = 9, 3 \times 4 = 12, 5 \times 7 = 35;$$

$$(2) (-3) \times 3 = -9, (-3) \times 4 = -12, (-5) \times 7 = -35;$$

$$(3) 3 \times (-3) = -9, 3 \times (-4) = -12, 5 \times (-7) = -35.$$

【比较】 请同学对比观察上面三组算式, 有什么发现?

提示 分别从因数和结果的异同的角度去思考.

【归纳】 请和小组成员交流, 写出发现的结论:

两数相乘, 若把一个因数换成它的相反数, 则所得的积是原来的积的相反数.

(三) 有理数乘法法则的概括与应用

【想一想】 求下列算式的积:

$$(-3) \times (-2), (-3) \times (-4),$$

$$(-3) \times (-5), (-5) \times (-7).$$

提示 运用发现的规律, 对比前面的(2)、(3)组算式来思考.

分析 这里引导学生进行纵向思考, $(-3) \times (-2)$ 可以看成是 $(-3) \times 2$ 或 $3 \times (-2)$ 改变一个因式的符号得到, 进而可看成是 3×2 先后两次改变一个因式的符号得到, 根据归纳的运算律, 就可得出结果.

再试一试计算: $3 \times 0, (-3) \times 0, 0 \times (-5)$.

【概括】 综合以上各种情况, 我们得出有理数乘法法则:

两数相乘, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘; 任何数与零相乘, 都得零.

【巩固提高】

例 计算:

$$(1) 0 \times \left(-2\frac{1}{5}\right); \quad (2) \frac{1}{12} \times (-0.8);$$

$$(3) \left(-1\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right); \quad (4) (-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 0 \times 0.7;$$

$$(5) (-1) \times \frac{1}{4}; \quad (6) (-6) \times 1.$$

注意突出的要点：按乘法法则先确定积的符号，再确定积的绝对值；

分数与分数相乘，带分数应先化为假分数，小数应化为分数；

在连乘运算中“有零快写零，无零先定号”；

一个数与 (-1) 相乘，积与这个数互为相反数，一个数与 1 相乘，积与这个数相同。

练习 判断题(对的在括号内写 T，错的写 F)：

- (1) 同号两数相乘，符号不变。 ()
- (2) 异号两数相乘，取绝对值较大的因数的符号。 ()
- (3) 两数相乘，如果积为正数，那么这两个因数都为正数。 ()
- (4) 两数相乘，如果积为负数，那么这两个因数异号。 ()
- (5) 两数相乘，如果积为 0 ，那么这两个数全为 0 。 ()
- (6) 两个数相乘，积比每一个因数都大。 ()
- (7) 若 $ab > 0$ ，且 $a + b < 0$ ，则 $a < 0$, $b < 0$ 。 ()
- (8) 若 $ab < 0$ ，则 $a > 0$, $b < 0$ 。 ()
- (9) 若 $ab = 0$ ，则 a 、 b 中至少有一个为 0 。 ()

(四) “负负得正”的现实意义

对于两个负数相乘的意义的理解，可以通过实际背景，如路程、温度、水位等帮助理解，还可以运用数轴进行操作帮助理解。例如，水池的水位每小时下降 2 米，已知现在的水位是 0 ，问：

- (1) 2 小时后， 3 小时后的水位分别是多少？
- (2) 2 小时前， 3 小时前的水位分别是多少？

分析 我们把水位上升记为正，下降记为负，那么下降 2 米的水位就为 -2 米，所以对问题(1)， 2 小时后的水位容易计算， $(-2) \times 2 = -4$ (米)，同样 3 小时后的水位为 $(-2) \times 3 = -6$ (米)。在掌握了负数的基础上，这是容易理解的。对于(2)，我们记现在以后为正，现在以前为负，那么自然地， 2 小时前， 3 小时前的水位就分别为 $(-2) \times (-2) = 4$ (米)， $(-2) \times (-3) = 6$ (米)。现在的水位，也就是 0 时刻的水位可以计算为 $(-2) \times 0 = 0$ (米)。通过类似这样的客观模型，可以帮助说明含负数相乘法则的现实意义。

从上面还可以得到这样的一个事实，要求几小时后的水位，就用“几”乘以 -2 ，而每增加 1 小时，水位就随着减少 2 米，那么，每减少 1 小时，水位就随着增加了 2 米。所以，符号“ $-$ ”的实质可以看成是相反的量或相反的操作。两个负数相乘可以通过这种方法来理解。例如 $(-2) \times (-3)$ 就是把 (-2) 相反的操作 3 次， (-2) 相反就是 $(+2)$ ，操作 3 次就是把 $(+2)$ 连加 3 次，得 $(+6)$ 。从而也可以得出乘法的符号法则。