WQZTTP

完全专题突破

高中数学

复数

中学生学会学习丛书

南方出版社

中学生学会学习丛书

专题突破

高中数学 复数

丛书主编：史绍典（湖北省教研室副主任 特级教师）
本册主编：叶尧城（湖北省教研室教研员 中学数学特级教师）
副主编：董方博（湖北省黄石市二中 中学数学特级教师）

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学生学会学习丛书．高中数学/史绍典主编．海口:南方出版社,2002.1

ISBN 7-80660-370-0

Ⅰ．中…　Ⅱ．史…　Ⅲ．数学课-高中-教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 069260 号

丛 书 名 / 中学生学会学习丛书

书　　名 / 专题突破　高中数学

——复数

总 策 划 / 刘　奕　刘子林

责任编辑 / 鲍艳玲

责任校对 / 刘潭志

出　　版 / 南方出版社

[海口市海府一横路 19 号华宇大厦 1201 室]

印　　刷 / 湖南省新华印刷二厂

[售后服务:长沙市中山西路三贵街 20 号　电话:2230008-8000]

经　　销 / 湖南省新华书店

[长沙市芙蓉中路 338 号八楼　电话:0731-4308555]

开　　本 / 850×1168 毫米　1/32

印　　张 / 6.75

字　　数 / 204 千字

版　　次 / 2002 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

印　　数 / 1-10 000

书　　号 / ISBN 7-80660-370-0/G·270

全套定价 / 48.00 元(共六册)

中学生学会学习丛书编委会

□ 丛书主编手记(代序言)

2000年暮春的一天，一个融融春日的下午，南方出版社的刘子林先生约我，让我谈谈有关基础教育课程改革方面的情况。燃一支香烟、捧一杯清茗，在我工作间的一隅，我们促膝长谈。我从当今国际国内课程改革的背景，从基础教育的培养目标、尤其是教育如何适应新的世纪对人才的新的需求以及如何转变学生的学习方式等等，谈了一些看法。刘先生听后觉得有点意思。他说何不就你所谈所想，为我们的学生做一点实际的工作，比如，编著一套适合学生的读物？老实说，我一向对铺天盖地的“教辅”没有好印象，我不赞成以考试为战场，让学生在临战(考)前做无休止的“强化训练”。那么，就不能打破这种局面？我们的话题又转到了“学习方式”的转变上。这样，就有了“学会学习”丛书编写的总体构想。把这种想法征求于我的同仁，他们都有同感。于是，就开始了全套丛书的编写工作。这，也算是编写本套丛书的缘起吧。

这是一套引导学生“学会学习”的丛书，包括语文、数学、英语、物理、化学等五个学科高初中在内的全部相关内容。我们的宗旨是：**整合知识、导示方法、加强综合、强调运用。**为此，我们精选了学生学习必备的基础知识和技能，力图改变课程内容“繁、难、偏、旧”的现状，密切学科知识与学生生活以及现代社会、科技发展的联系，用“专题”呈现的方式，整合学科相关内容，突出学习过程及学习方法的运用，为学生的终生学习和终生发展奠定“学会学习”的基础。

它不同于教科书，它对教科书的相关内容进行了有机的整合，突破教材传统章节的束缚，在知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观三个维度的整合上设计学习内容，突出学习者的主体地位。

它也不同于寻常的教辅资料，它重在提升学生习得知识、运用知识、获取新知识的能力，立足于学生的由“学会”到“会学”。

它更不同于通常的训练册，它力求用新的学习理念架构起新的学科“专题”体系，是“专题”内容的强化、优化、深化，立足于破除“题海战术”，减负增效。

我们的追求是让每一个学生都有所获、有所得，让每一个学生在原有的基础上都有所发展、有所提高。

每一个“专题”大体涵盖了这样一些内容：**学习方法导引**(包括学科思想探究、能力提升方法、思维技巧点拨等)、**知识板块整合**(以知识技能、过程方法、思维技巧等整合“知识网络”“热点透视”“精学指要”“能力提升”等)、**拓展迁移**(包括学科前卫、应用衔接、解题技能等)，同时辅以必要的热身训练，强调知识的综合运用。

相信每一个学生都能从中获得教益和启示。

本丛书按教育部颁布的《基础教育课程改革纲要》、教育部新修订的各学科教学大纲以及教育部新颁布的义务教育各学科《课程标准》编写，力图体现基础教育课程改革的精神、力图贯穿“学生为本”的理念、力图传输学生“自主、合作、探究”的学习方式。总之，我们力图将这一套丛书编成学生喜爱的、学生自己的书。

我想，这一套丛书，会既有益于同学们初学有关知识，通过学习，能循序渐进地掌握课程的内容；也会有益于同学们对学科重点内容的掌握，能提升对所学章节的理解；更会有益于毕业年级同学的总结与归纳，能高屋建瓴驾驭课程的内容。这或许就是我们的丛书所追求的新意与特色吧。

最后，我还要对老师们说几句话，这一套丛书，也是适合你们作教学参考的。当前，世界范围内的教学方式，正在发生具有历史意义的转向，即由重知识的接受性学习转向重综合能力的探究性学习；由单一的认知性教学转向多维的体验性教学；由呆板的机械性教学转向互动的交往式教学。这些，都对我们传统的教学带来冲击。研究这种“转向”，转变我们的教学理念和教学方式，是迫不及待解决的课题，我们每一位都应该尽快地适应并接受这种转变。透过这一套丛书所体现的理念，相信对我的同行们会有所帮助，这或许就是我们的丛书所追求的宗旨吧。

从策划到出书，是一个不断磨合的过程。丛书构架新、编写时间紧、人员相对分散，责编、编务不断往来于长沙与武汉之间，电话、电传频繁往还于湘鄂之境，其间辛劳倍尝，甘苦可想而知。好在终于顺利出版，这是令人十分感念的。书中差错，在所难免，还望使用者不吝赐教，以利再版修订，日臻完善。

南方出版社的刘子林先生是老朋友了，他热心基础教育，是难得的有心人，与我有过愉快的合作经历。期望这一套丛书的出版，是又一次愉快的合作。

史绍典

2001年10月于黄鹤楼下

目　录

第一章 复数的概念、复数的模及向量表示

知识背景

最初因计数的需要人们确立了自然数集 $\mathbf{N}=\{0, 1, 2, 3, \cdots\}$，随着生产和科学发展的需要，数集不断得到扩充．如面积为 2 个平方单位的正方形的边长是多少？这个问题在自然数集内没有答案，因而又引入了无理数的概念，在此基础上人们确立了实数集 $\mathbf{R}$．16 世纪，由于解方程的需要，如方程 $x^2+x+1=0$ 在实数集 $\mathbf{R}$ 内无解．为了解决这一矛盾，又引进了一个新数 i，称为虚数单位，并规定

1．它的平方等于 -1，即 $i^2=-1$；

2．实数可以与它进行四则运算，进行四则运算时，原有的加、乘运算律仍然成立．

这样，数集又一次扩充到今天我们所要学习的复数集 $\mathbf{C}$，纵观数集的每一次扩充，对数集本身来说，是为了解决在原有数集中某种运算不能实施的矛盾．

复数，最初是由于解方程的需要而产生的，18 世纪以后，复数在数学、力学和电学中得到了应用．从此对它的研究日益展开．现在复数已成为科学技术中普遍使用的一种数学工具．单就数学学科来说复数有着广泛的应用，如复数与三角、复数与几何等方面。在我们以后的学习中，大家会逐步领会这其中的奥妙．

知识要点

1. 复数的有关概念

(1) 复数 $a+bi$ $(a, b\in\mathbf{R})$，当 $b=0$ 时，为实数．

(2) 复数 $a+bi$ $(a, b\in\mathbf{R})$，当 $b\neq0$ 时，为虚数．

(3) 复数 $a+bi$ $(a, b\in\mathbf{R})$，当 $a=0$，$b\neq0$ 时，为纯虚数．

(4) a 与 b 分别叫做复数 $a+bi$ 的实部与虚部．

(5) 若复数 $a+bi$ 与 $c+di$ (a, b, c, $d\in\mathbf{R}$) 的实部与虚部分别相等，即 $a=c$ 且 $b=d$，就说这两个复数相等.

(6) 建立了直角坐标系来表示复数的平面叫做复平面，x 轴叫做实轴，y 轴除去原点的部分叫做虚轴.

任何一个复数 $z=a+bi$ (a, $b\in\mathbf{R}$)，都可以由一个有顺序的实数对 (a, b) 惟一确定. 表示实数的点都在实轴上，表示纯虚数的点都在虚轴上. 复数集 $\mathbf{C}$ 和复平面内的点的集合可以构成一一对应关系，这样的复数具有几何意义.

若规定复平面的原点为始点，复数 $z=a+bi$ (a, $b\in\mathbf{R}$) 对应的点 (a, b) 为终点，则复数 z 与向量 $\overrightarrow{OZ}$ 又可构成一种一一对应关系，这是复数的向量表示. 它在力学、电学中有着广泛的应用.

(7) 复数 $z=a+bi$ 的模，记作 $|z|=|a+bi|=r=\sqrt{a^2+b^2}$.

(8) 当两个复数实部相等，虚部互为相反数时，这两个复数叫做互为共轭复数.

复数 $z=a+bi$ 的共轭复数用 $\bar{z}$ 表示，即 $\bar{z}=a-bi$. 显然，在复平面内，表示两个互为共轭复数的点 z 与 $\bar{z}$ 关于实轴对称，而实数 a 的共轭复数就是它本身.

2. 常用符号语言

(1) 设 $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$ (a, b, c, $d\in\mathbf{R}$)，则 $z_1=z_2\Leftrightarrow\begin{cases}a=c\\b=d\end{cases}$. 特例：$a+bi=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$.

(2)

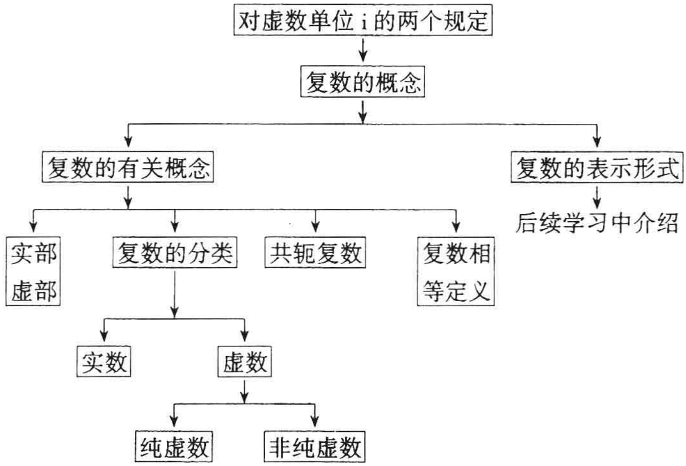
$$\begin{tikzcd}
 & z=a+bi\ (a,b\in\mathbf{R}) \arrow[dl, leftrightarrow, "一一对应"'] \arrow[dr, leftrightarrow, "一一对应"] & \\
\text{点 } Z(a,b) \arrow[rr, leftrightarrow, "一一对应"'] & & \text{向量 } \overrightarrow{OZ}
\end{tikzcd}$$

(3) $z=\bar{z}\Leftrightarrow z\in\mathbf{R}$.

(4) $z\bar{z}=|z|^2$.

(5) $\bar{\bar{z}}=z$.

知识网络



精典题解

例 1 复数$z=\dfrac{m^2-m-6}{m+3}+(m^2-2m-15)\mathrm{i}$,求实数 m，使得

(1) $z\in\mathbf{R}$；(2) z 为纯虚数；(3) z 所对应的点在复平面的第二象限；(4) z 是复数.

[分析] (1) 找准复数 z 的实部、虚部；

(2) 紧扣相关定义.

解：复数 z 的实数为 $\dfrac{m^2-m-6}{m+3}=\dfrac{(m+2)(m-3)}{m+3}$,

复数 z 的虚部为 $m^2-2m-15=(m+3)(m-5)$.

(1) $z\in\mathbf{R}$，则

$\begin{cases}(m+3)(m-5)=0\\ m+3\neq 0\end{cases}$ 得 $m=5$ $\therefore$ $m=5$ 时，$z\in\mathbf{R}$.

(2) z 为纯虚数，则

$\begin{cases}\dfrac{(m+2)(m-3)}{m+3}=0\\ (m+3)(m-5)\neq 0\end{cases}$ 解之得 $m=-2$ 或 $m=3$,

$\therefore\quad m=-2$ 或 3 时，z 为纯虚数.

(3) z 所对应的点在复平面的第二象限，则

$$\begin{cases}\dfrac{(m+2)(m-3)}{m+3}<0\\(m+3)(m-5)>0\end{cases}\quad 解之得\begin{cases}m<-3 或 -2<m<3\\m>5 或 m<-3\end{cases}$$

$\therefore\quad m<-3$ 时，z 所对应的点在第二象限.

(4) z 是复数，则

$$\begin{cases}\dfrac{(m+2)(m-3)}{m+3}\in\mathbf{R}\\(m+3)(m-5)\in\mathbf{R}\end{cases}\quad 即\ m\neq-3.$$

$\therefore\quad m\neq-3$ 时，$z\in\mathbf{C}$.

例 2 已知 $M=\{1,2,(a^2-3a-1)+(a^2-5a-6)\mathrm{i}\}$，$N=\{-1,3\}$，$M\cap N=\{3\}$，求实数 a 的值.

[分析] 运用交集定义确定实数 a 应满足的条件，进而求解 a 的值.

解： $\because\quad M\cap N=\{3\}$，$\therefore\quad 3\in M$.

因此，$a^2-3a-1+(a^2-5a-6)\mathrm{i}=3$.

$$\therefore\quad\begin{cases}a^2-3a-1=3\\a^2-5a-6=0\end{cases}\quad 解之得\ a=-1.$$

[说明] 上述两例着重考查复数的有关概念：实部、虚部、实数、虚数、纯虚数、复数相等的定义，解答这类题目的关键是：(1) 运用相关定义；(2) 列出实数方程（组）.

例 3 已知关于 x 的方程 $3x^2-\dfrac{a}{2}x-1=10\mathrm{i}-\mathrm{i}x-2\mathrm{i}x^2$ 有实数根，求实数 a 的值.

[分析] 先将实数根代入原方程中，再利用复数相等的充要条件求解 a.

解： 将原方程整理得

$$\left(3x^2-\frac{a}{2}x-1\right)+(2x^2+x-10)\mathrm{i}=0.$$

$$\because\quad a\in\mathbf{R}，设\ x\ 为实根，则\begin{cases}3x^2-\dfrac{a}{2}x-1=0\\2x^2+x-10=0\end{cases}.$$

解之得 $x=2$ 或 $x=-\dfrac{5}{2}$，$\therefore\quad a=11$ 或 $a=-\dfrac{71}{5}$.

[说明] 由复数等式求解其中所含实参数，关键是利用复数相等的充要

条件，将复数方程转化为实数方程组.

例4 在复平面内，复数 $z=x-1-\frac{1}{3}\mathrm{i}$ 对应的点 Z 都在单位圆内，求实数 x 的取值范围.

[分析] 复数 $z=a+b\mathrm{i}$ $(a,\ b\in\mathbf{R}) \xleftrightarrow{\text{一一对应}}$ 点 Z $(a,\ b)$，而点 $(a,\ b)$ 在单位圆内 $\Leftrightarrow a^2+b^2<1$.

解： $\because$ 点 Z 在单位圆内，$\therefore$ $|z|<1$.

即 $(x-1)^2+\left(-\frac{1}{3}\right)^2<1$. $\therefore$ $1-\frac{2\sqrt{2}}{3}<x<1+\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

故，实数 x 的取值范围是 $\left(1-\frac{2\sqrt{2}}{3},1+\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$.

[说明] 复数方程实数化是解答此类问题的基本方法，它所运用的是一种化归思想，而利用共轭复数及模的性质解答属于技巧处理. 关于共轭复数常用的性质有：

(1) $\bar{\bar{z}}=z$;

(2) $|z|=|\bar{z}|$;

(3) $z\bar{z}=|z|^2$;

(4) $z=\bar{z}\Leftrightarrow z\in\mathbf{R}$;

(5) $z\neq0$ 时，$z=-\bar{z}\Leftrightarrow z$ 为纯虚数;

(6) $z+\bar{z}\in\mathbf{R}$;

(7) $\overline{z_1\pm z_2}=\bar{z}_1\pm\bar{z}_2$;

(8) $\overline{z_1z_2}=\bar{z}_1\bar{z}_2$;

(9) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$ $(z_2\neq0)$;

(10) $\overline{z^n}=\bar{z}^n$.

其中性质 (3) 沟通了共轭与模之间的关系，此公式的应用尤为广泛.

对应训练

一、选择题

1. 下列各式中，正确的是 ( )

A. $|1-3\mathrm{i}|>5\mathrm{i}^4$　　B. $3\mathrm{i}>2\mathrm{i}$

C. $|2+3\mathrm{i}|>|1-4\mathrm{i}|$　　D. $|\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta|=1$

2. 两共轭复数的差是 ( )

A. 虚数　　B. 纯虚数

C. 0　　D. 纯虚数或0

3. 若复数 z 满足关系式 $z+|\bar{z}|=2+\mathrm{i}$，那么 z 等于 ( )

A. $-\frac{3}{4}+\mathrm{i}$　　B. $\frac{3}{4}-\mathrm{i}$

C. $-\frac{3}{4}-\mathrm{i}$　　D. $\frac{3}{4}+\mathrm{i}$

4. 下列四个命题：

①满足 $\bar{z}=\frac{1}{z}$ 的复数只有 ±1，$\pm\mathrm{i}$

②若 a，$b\in\mathbf{R}$，则 $(a-b)+(a+b)\mathrm{i}$ 是纯虚数

③$z\in\mathbf{R}$ 的充要条件是 $z=\bar{z}$

④任意两个虚数不能比较大小

其中正确的有 ( )

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

5. 复数 $a^2-b^2+(a+|b|)\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$ 为纯虚数的充要条件是 ( )

A. $a=\pm b$　　B. $a<0$ 且 $a=-b$

C. $a>0$ 且 $a=b$　　D. $a>0$ 且 $a=\pm b$

6. 若 $z=\frac{a-3}{a^2+4a-5}+(a^2+2a-15)\mathrm{i}$ 是实数，则实数 a 的值是 ( )

A. -5 或 3　　B. -3 或 5

C. -5　　D. 3

7. 如果复数 $(m^2-2m+2)+(m^2-5m-6)\mathrm{i}$ 与复数 5 相等，那么实数 m 的取值集合是 ( )

A. $\{-1, 3, 6\}$　　B. $\{-1, 3\}$

C. $\{-1, 6\}$　　D. $\{-1\}$

8. 过原点和复数 $\sqrt{3}-\mathrm{i}$ 所对应的点的直线的倾斜角是 ( )

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $-\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{2}{3}\pi$　　D. $\frac{5}{6}\pi$

9. 若关于 x 的方程 $x^2+(k+2\mathrm{i})x+2+k\mathrm{i}=0$ 有实根，则实数 k 的值为 ( )

A. $2\sqrt{2}$　　B. $-2\sqrt{2}$　　C. $\pm2\sqrt{2}$　　D. 不存在

10. 若 $z^2+|z|=0$，则 z 等于 ( )

A. 0　　B. 0或i　　C. 0或 $-i$　　D. 0或 $\pm i$

二、填空题

11. 若 $|z|i=0$，则 $z=$ ________，若 $|z_1|+|z_2|=0$，则 $z_1=$ ________，$z_2=$ ________.

12. 若 $(1+i)m^2+(7-5i)m+10-14i=0$，则实数 $m=$ ________.

13. 已知 $x\in\mathbf{R}$，y 是纯虚数，且满足 $(2x-1)+i=y-(3-y)i$，则 $x=$ ________，$y=$ ________.

14. 已知 $z=(a-1)+(2a-1)i, a\in\mathbf{R}$，若 $|z|<\sqrt{10}$，则 a 的取值范围是 ________.

三、解答题

15. 已知关于 x 的方程 $x^2-(\tan\theta+i)x-(i+2)=0$ 有一实数根，求 θ 的值.

16. 复数 $z=\sqrt{3m-1}-m+(m^2-2m)i>0$，求实数 m 的值.

17. 已知复数 $x=\sqrt{2m+1}+mi\left(m\in\mathbf{R}\text{ 且 }m\geqslant-\dfrac{1}{2}\right)$，设 $z=x-|x|+(1-i)$，当 z 为实数、虚数、纯虚数时，求 m 的值.

18. 已知 $|z|+2z=\dfrac{3-i}{1+i}$，且 $x^2-z=0$，求 x.

19. 已知复数 $|z|-z=\dfrac{2}{1-i}$，求复数 z.

20. 已知复数 z 满足 $|z|=5$，且 $(3+4i)z$ 是纯虚数，求 $\bar{z}$.

重难点剖析

1. 深刻理解复数的概念，注意虚数、纯虚数、实部、虚部、共轭复数、复数相等这些概念的区别与联系．不能似是而非，含糊不清.

例1 已知关于 x 的方程 $x^2+(1+2i)x-(3m-1)i=0$ 有实根，求纯虚数 m 的值.

解： $\because$ m 为纯虚数，设 $m=bi$ ($b\in\mathbf{R}$ 且 $b\neq0$).

代入原方程，得 $(x^2+x+3b)+(2x+1)i=0$.

由于 x，$b\in\mathbf{R}$，据复数等于零的定义，得

$$\begin{cases}x^2+x+3b=0\\2x+1=0\end{cases}\quad\therefore\quad b=\frac{1}{12}，\text{故 } m=\frac{1}{12}i.$$

[说明] 本题要求扣准纯虚数的概念.

［分析］解答此类问题的一般方法是化虚为实，即利用复数相等的定义，将复数方程转化为等价的实数方程组.

2. 灵活运用共轭复数的性质，使运算得到简化.

例2 设 α、β 是实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两共轭虚根，若 $\frac{\alpha^2}{\beta}\in\mathbf{R}$，求 $\frac{\alpha}{\beta}$.

解： $\because$ $\frac{\alpha^2}{\beta}\in\mathbf{R}$ 且实系数一元二次方程的虚根成对，$\therefore \bar{\alpha}=\beta$.

$\therefore$ $\frac{\alpha^2}{\beta}=\left(\overline{\frac{\alpha^2}{\beta}}\right)=\frac{\overline{\alpha^2}}{\bar{\beta}}=\frac{(\bar{\alpha})^2}{\bar{\beta}}=\frac{\beta^2}{\alpha}$

这样 $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^3=1$，又 $\alpha\neq\beta$，

$\therefore$ $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$.

［说明］此题的技巧就是利用了复数为实数的等价条件：$z=\bar{z}\Leftrightarrow z\in\mathbf{R}$ 及有关共轭复数的性质.

［分析］熟练运用共轭复数的性质是解答与共轭复数有关问题的一条捷径.

3. 注重常规解法，突出数形结合思想的运用.

例3 已知复数 z 满足 $\frac{z-a}{z+a}$ 为纯虚数，其中 $a\in\mathbf{R}$，$a\neq0$，求 $|z|$.

解法1： 设代数形式，化虚为实.

设 $z=x+yi(x,y\in\mathbf{R})$，

则：$\frac{z-a}{z+a}=\frac{x^2-a^2+y^2+2ayi}{(x+a)^2+y^2}$ 为纯虚数，

因而：$x^2-a^2+y^2=0$ 且 $y\neq0$

$\therefore$ $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=|a|$.

解法2： 利用共轭复数的性质.

由于 $\frac{z-a}{z+a}$ 为纯虚数，所以 $\frac{z-a}{z+a}=-\overline{\left(\frac{z-a}{z+a}\right)}$.

$\therefore$ $(z-a)(\bar{z}+a)=-(z+a)(\bar{z}-a)$.

故 $z\bar{z}=a^2$ $\therefore$ $|z|=|a|$.

解法3： 利用模的性质.

设 $\frac{z-a}{z+a}=ti$ $(t\in\mathbf{R},\ t\neq0)$，

则：$z(1-ti)=a(1+ti)$，两边取模，得

$|z|=|a|$.

解法 4：利用复数的几何表示.

设 z、a、$-a$ 对应复平面上的点 P、A、B，由于 $\frac{z-a}{z+a}$ 为纯虚数，根据复数减法及除法的几何意义可知 $\angle APB=90°$，（如图 1－1）

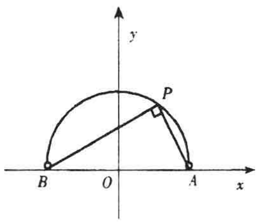


图 1－1

$\therefore$ P 在以 AB 为直径的圆上.

$\therefore$ $|\overrightarrow{OZ}|=|z|=|OP|=|a|$.

［说明］本例的四种不同解法代表了解决复数问题的最基本思路（除三角形式的基本思路外）.

［分析］如何处理好解题过程中的“常规”与“技巧”的关系，是解题中值得研究的一个问题，“常规”是基础，是重点，乃雪中送炭；“技巧”是提高，是难点，乃锦上添花. 从“数”中去认识“形”，从“形”中去寻找“数”，是数学思维的基本方法，既是大“常规”又是大“技巧”.

4. 求解复数的最值问题（模或辐角），通常需要结合复数的几何意义，运用数形结合的思想方法，利用解析几何知识解答.

冲刺训练

一、选择题

1. z_1，$z_2\in(\mathbf{C}\cap\overline{\mathbf{R}})$，则 $z_1+z_2\in\mathbf{R}$ 且 $(z_1-z_2)\in\{$纯虚数$\}$是 z_1 与 z_2 共轭的　　（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 既不充分又不必要条件　　D. 充要条件

2. 下列四个命题中，真命题是　　（　　）

A. $2i-1$ 的共轭复数是 $2i+1$

B. 若两个复数的差是纯虚数，则它们一定为共轭复数

C. 若两个虚数的和与积都是实数，则它们为共轭复数

D. 若两个复数的和为实数，则它们为共轭复数

3. 如果复数 z 满足 $|z+i|+|z-i|=2$，那么 $|z+1+i|$ 的最小值是　　（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

4.(全国高考题)在复平面内,若复数 z 满足 $|z+1|=|z-i|$,则 z 所对应点 Z 的集合构成的图形是 ( )

A.圆　　B.直线　　C.椭圆　　D.双曲线

5. 已知 i 是虚数单位,则能使 $(n+i)^4$ 成为整数的整数 n 的个数是 ( )

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 无数个

6. 已知 $f(\bar{z}+i)=z+2\bar{z}-2i$, 则 $f(i)$ 等于 ( )

A. $1+i$　　B. $1-i$　　C. $2i$　　D. $-2i$

7. 如果用 **C**、**R** 和 **I** 分别表示复数集、实数集和纯虚数集，其中 **C** 为全集，那么有（广东高考题） ( )

A. $\mathbf{C}=\mathbf{R}\cup\mathbf{I}$　　B. $\mathbf{R}\cap\mathbf{I}=\{0\}$

C. $\bar{\mathbf{R}}=\mathbf{C}\cap\mathbf{I}$　　D. $\mathbf{R}\cap\mathbf{I}=\varnothing$

8.（上海高考题）设复数 $z=a+bi$（$a, b\in\mathbf{R}$ 且 $b\neq0$)，则 $|z^2|$, $|z|^2$, z^2 的关系是 ( )

A. $|z^2|=|z|^2\neq z^2$　　B. $|z^2|=|z|^2=z^2$

C. $|z^2|\neq|z|^2=z^2$　　D. 互不相等

9. 由方程 $2|z|^2+3|z|-2=0$ 所确定的复数 z 在复平面内对应点的轨迹是 ( )

A. 一个圆　　B. 两个圆　　C. 两个点　　D. 两直线

10. 非零复数 z_1, z_2 满足 $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$, $u=\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^2$, 则 ( )

A. $u>0$　　B. $u<0$　　C. $u=0$　　D. 不能确定

二、填空题

11. 关于 x 的方程 $x^2+(t^2-3t+tx)i=0$ 有纯虚根,则实数 $t=$ ____.

12. 复数 $z=(a^2-2a)+(a^2-a-2)i$ 的对应点在虚轴上,则实数 $a=$ ____.

13. 设 $(1+i)\sin\theta-(1+i\cos\theta)$ 对应的点在直线 $x+y+1=0$ 上,则 $\tan\theta$ 的值为________.

14. 设复数 z 满足 $z\bar{z}+\bar{z}+z=3$, 则 $|z+1|=$ ________.

三、解答题

15. 已知复数 z_1 在复平面内对应的点在第二象限，z_2 和 z_1 互为共轭复数，且 $(z_1+z_2)^2-3z_1z_2i=4-6i$,求 z_1 的值.