



第二次修订

君子曰：学不可以已。青，取之于蓝而青于蓝；冰，水
不夏凝者，凝使之然也。故木受绳则直，金就砺则利。
吾尝终日而思矣，不如须臾之所学也；君尝终日而思矣，不如须臾之所学也。



读者出版集团
甘肃少年儿童出版社



总主编◎李朝东

JINGLUN XUEDIAN

重
难
疑
点
详
尽
解
读
各
种
题
型
一
网
打
尽

教材解析

人教版

数 学

九年级(下)



YZLI0890146094



总主编◎李朝东

JINGLUN XUEDIAN

教材解析



本册主编：孔小鹏 何春华
李松超 杜道民
蔡友元



YZLI0890146094

人教版

数学

九年级(下)



读者出版集团
甘肃少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

教材解析:人教版. 九年级数学. 下/李朝东总主编.
—兰州:甘肃少年儿童出版社, 2011. 8

ISBN 978-7-5422-2966-3

I. ①教… II. ①李… III. ①中学数学课—初中
—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 164816 号

责任编辑:王 辉

封面设计:杭永鸿

教材解析·九年级数学(下)

人教版

李朝东 总主编

甘肃少年儿童出版社出版发行

(730030 兰州市读者大道 568 号)

0931-8773255

南京金灿印务有限公司

开本 880 毫米×1230 毫米 1/32 印张 9 字数 180 千

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

印数:1~5000

ISBN 978-7-5422-2966-3 定价:17.00 元

使用说明 SHUOMING

SHIYONG

教材是学习之本，由于篇幅所限，它不能将知识点详尽阐述。教师在课堂教学中受教学时间限制，也不能弥补此缺陷。本书填补了教材和课堂教学的不足。它有两个突出功能。

一、课前预习和课后复习整理之用，有助于提高课堂学习效果。对于上课没听懂的同学，使用本书等于把一个优秀教师请回了家。

二、中等水平以上学生都有这样的感觉：平时学习感觉不错，可是一到考试，总是有一些题目做不出来。究其原因就是考试内容比教材要求要难一些。本书就是填补教材与考试之间的差距，以考试的要求，对教材知识进行全面的挖掘和提升，使同学们在考试时能居高临下，得心应手。

各个学科都有自身特点，我们力求体现个性化特征。

本书主要特点是：穷尽例题类型、归纳解题方法。

本书的例题选题是根据知识点的不同呈现方式进行选择，一种类型设置一道例题。因此例题不仅涵盖了本节所有知识点，而且也包括了这些知识所有呈现方式，学生在考试中遇到的每一题都在例题中找到类似题型。

例题的讲解由“分析”“解答”“点评”三部分组成。

“分析”着重分析题目的解题思路，解题的策略，以及最优方法的选择。

“解答”是本题标准的解题过程。

“点评”就本题拓展出去，以点带面，举一反三，就同类问题进行方法归纳和规律总结。

为了检查学习效果，每道例题都配置了1~2道相似的练习题，及时巩固，这些题目也有详细解答。

本书每一节主要分“知识详解”和“典型题解”两个版块。“知识详解”侧重课本内容。“典型题解”瞄准考试，例题难度较大。单元综合专题是对本单元的知识进行综合讲解和解题方法归纳。

本书历经一年时间精心打磨，在此对参与其需求调研、栏目设计等工作的广大教师和学生一并致谢。更请亲爱的读者提出批评建议，我们将真诚地吸纳您的宝贵意见。

欢迎登录：www.jing-lun.cn

编者

读者反馈表

尊敬的读者:

您好!感谢您使用《经纶学典·教材解析》!

为了不断提高图书质量,恳请您写下使用本书的体会与感受,我们将真诚地吸纳。在修订时将刊登您的意见,并予以一定的奖励,以表达我们诚挚的谢意。

读者简介	姓名		性别		年级、学科、版本	
	所在学校			通讯地址		
	联系方式	(H):		(O):		

一、您对本书编写体例的评价。

1. 对栏目数目的评价:过多 ☐ 适中 ☐ 过少 ☐ (请在 ☐ 内画“√”)

2. 你认为较好的栏目 _____; 可有可无的栏目 _____;
应取消的栏目 _____ (请在横线上填入相应的栏目名称)

二、您对本书的例题、习题设计有何评价? (请在 ☐ 内画“√”)

例题: 1. 选题: 典型 ☐ 一般 ☐ 2. 难度: 偏难 ☐ 适中 ☐ 偏易 ☐
3. 数量: 偏多 ☐ 适中 ☐ 偏少 ☐ 4. 解析: 充分到位 ☐ 过简 ☐ 与题不符 ☐

习题: 1. 难易梯度: 合理 ☐ 不合理 ☐ 2. 题型设置: 恰当 ☐ 不当 ☐
3. 超纲试题: 有 ☐ 无 ☐ 4. 题量: 过多 ☐ 适中 ☐ 过少 ☐
5. 过于陈旧试题: 有 ☐ 无 ☐ 6. 习题解析: 详细到位 ☐ 过简 ☐

三、您之所以选用本套丛书是因为 (请在 ☐ 内画“√”)

1. 《教材解析》书名 ☐ 2. 栏目设置 ☐ 3. 选材广泛、新颖 ☐
4. 教材内容诠释 ☐ 5. 重要知识的分析与归纳 ☐
6. 封面设计 ☐ 7. 图书价格 ☐ 8. 售后服务 ☐

四、您对本书是否还有其他的建议或意见?

欢迎登录: www.jing-lun.cn

通信地址: 南京红狐教育传播研究所 (南京市租用 16-02^号信箱)

邮编: 210016

目录

201		轴对称图形
211		轴对称图形
211		轴对称图形
211		轴对称图形
211		轴对称图形
211		轴对称图形

21		轴对称图形
21		轴对称图形
21		轴对称图形
21		轴对称图形
21		轴对称图形
21		轴对称图形

第二十六章 二次函数

26.1 二次函数及其图象 1

131		A 知识详解	1
-----	-------	--------	---

131		B 典型题解	11
-----	-------	--------	----

131		C 趁热打铁	18
-----	-------	--------	----

131		D 详解答案	23
-----	-------	--------	----

131		E 数学故事	26
-----	-------	--------	----

131		F 课后练习题解题指导	27
-----	-------	-------------	----

26.2 用函数观点看一元二次

138		方程	30
-----	-------	----	----

138		A 知识详解	30
-----	-------	--------	----

140		B 典型题解	33
-----	-------	--------	----

140		C 趁热打铁	33
-----	-------	--------	----

181		C 趁热打铁	41
-----	-------	--------	----

181		D 详解答案	44
-----	-------	--------	----

181		E 数学故事	47
-----	-------	--------	----

181		F 课后练习题解题指导	48
-----	-------	-------------	----

26.3 实际问题与二次函数 49

181		A 知识详解	49
-----	-------	--------	----

181		B 典型题解	49
-----	-------	--------	----

181		C 趁热打铁	62
-----	-------	--------	----

181		D 详解答案	66
-----	-------	--------	----

181		E 数学故事	69
-----	-------	--------	----

181		F 课后练习题解题指导	70
-----	-------	-------------	----

181		C 趁热打铁	70
-----	-------	--------	----

181		D 详解答案	70
-----	-------	--------	----



本章总结 72

A 知识网络归纳 72

B 最新中考热点聚焦 72

C 中考真题选讲 72

D 常错题剖析 80

E 课后复习题解题指导 81

第二十七章 相似

27.1 图形的相似 83

A 知识详解 83

B 典型题解 85

C 趁热打铁 91

D 详解答案 94

E 数学故事 96

F 课后练习题解题指导 96

27.2 相似三角形 99

27.2.1 相似三角形的判定

..... 99

A 知识详解 99

B 典型题解 105

C 趁热打铁 112

D 详解答案 117

E 数学故事 121

F 课后练习题解题指导 122

27.2.2 相似三角形应用举例

..... 123

A 知识详解 123

B 典型题解 125

C 趁热打铁 130

D 详解答案 134

E 数学故事 136

F 课后练习题解题指导 137

27.2.3 相似三角形的周长与

面积 138

A 知识详解 138

B 典型题解 140

C 趁热打铁 146

D 详解答案 149

E 数学故事 152

F 课后练习题解题指导 ... 153

27.3 位似 157

A 知识详解 157

B 典型题解 161

C 趁热打铁 166

D 详解答案 169

E 数学故事 171

F 课后练习题解题指导 ... 172

本章总结 173

A 知识网络归纳 173

B 最新中考热点聚焦 173

C 中考热题选讲 173

D 常错题剖析 178

E 课后复习题解题指导 ... 179

第二十八章 锐角三角函数

28.1 锐角三角函数 182

A 知识详解 182

B 典型题解 186

C 趁热打铁 192

D 详解答案 197

E 数学故事 199

F 课后练习题解题指导 ... 200

28.2 解直角三角形 202

A 知识详解 202

B 典型题解 207

C 趁热打铁 214

D 详解答案 220

E 数学故事 224

F 课后练习题解题指导 ... 225

本章总结 229

A 知识网络归纳 229

B 最新中考热点聚焦 229

C 中考热题选讲 229

D 常错题剖析 235

E 课后复习题解题指导 ... 236

第二十九章 投影与视图

29.1 投影 238

A 知识详解 238

B 典型题解 242

C 趁热打铁 246

D 详解答案 250

E 数学故事 251

F 课后练习题解题指导 ... 251

29.2 三视图 253

29.3 课题学习 制作立体模型

..... 253

A 知识详解 253

B 典型题解 257

C 趁热打铁 262

D 详解答案 266

E 数学故事 267

F 课后练习题解题指导 ... 268

本章总结 270

A 知识网络归纳 270

B 最新中考热点聚焦 270

C 中考真题选讲 270

D 常错题剖析 277

E 课后复习题解题指导 ... 279

2. 将函数图象平移, 求其函数解析式. 3. 二次函数与一元二次方程的关系.

第二十六章 二次函数

26.1 二次函数及其图象

A 知识详解

知识点一 二次函数的定义

一般地, 形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数, 叫做二次函数. 其中 x 是自变量, a, b, c 分别是函数解析式的二次项系数、一次项系数和常数项.

(1) $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 也叫做二次函数的一般形式. 一般形式中, b, c 可以为 0, 所以二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的特殊式有① $y = ax^2$; ② $y = ax^2 + c$; ③ $y = ax^2 + bx$. 但二次项系数 a 不能为 0, 若 $a = 0$, y 就不是 x 的二次函数.

(2) 一个函数是二次函数必须同时满足三个条件: ①函数解析式为整式; ②化简后自变量的最高次数是 2; ③二次项系数不为 0.

例 1 判断下列函数哪些是二次函数.

$$(1)y = x^2; (2)y = 2x + 1; (3)y = \frac{1}{x^2}; (4)2x - y^2 = 1;$$

$$(5)y = (x - 1)^2 - x; (6)y = 2x^2 - (x + 1)(2x - 1).$$

解 (1)、(5) 是二次函数.

友情提醒 (1) 若给出的二次函数形式较复杂, 则必须先进行恒等变形, 将其化为 $y = ax^2 + bx + c$ 的一般形式后再判断.

(2) 在二次函数中, 二次项系数 a 不为 0 是定义中的一部分, 不能遗漏.

例 2 已知 $y = (m^2 + m)x^{m^2 - m}$ 是二次函数, 求 m 的值.

解 由二次函数的定义可知:

$$\begin{cases} m^2 + m \neq 0 \\ m^2 - m = 2 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m \neq 0 \text{ 且 } m \neq -1 \\ m = 2 \text{ 或 } m = -1 \end{cases} \therefore m = 2.$$

友情提醒 二次函数定义中的 $a \neq 0$ 在解题时是一个重要的隐含条件.

知识点二 实际问题中的二次函数关系式

实际生活中存在着许多二次函数关系, 若能从实际问题中抽象出二次函数模型并建立函数关系式, 则能对解决问题起着重要作用.

例3 一直角三角形两直角边之和为15,其中一条直角边长为 x ,写出它的面积 S 与直角边长 x 之间的函数解析式.

解 由其中一条直角边长为 x ,另一条直角边长为 $15-x$,

$$\therefore S = \frac{1}{2}x(15-x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{15}{2}x.$$

$$\because x > 0 \text{ 且 } 15-x > 0, \therefore 0 < x < 15.$$

$$\therefore S \text{ 与 } x \text{ 之间的函数解析式为 } S = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{15}{2}x (0 < x < 15).$$

友情提醒 用函数解析式表示实际问题时,通常先用自变量的代数式表示出相关的量,再由此写出函数解析式,同时要注意自变量的取值范围.

知识点三 二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象和性质

1. 作二次函数的图象的一般步骤

(1)列表:以原点 O 为对称中心,均匀地选取一些便于计算的 x 的值,计算出相应的函数值 y ,列出函数的几组对应值的表.

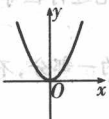
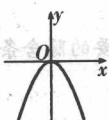
(2)描点:把每对 x 与 y 的值分别作为点的横坐标与纵坐标,在坐标平面内描出相应的点.

(3)连线:自变量的取值按由小到大(或从大到小)的顺序,用平滑的曲线连接各点,即可得到二次函数的大致图象.

注意:图象的两端是无限伸展的,画的时候要“出头”.

2. 二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象和性质

二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象是关于 y 轴对称的抛物线,其性质如下表所示:

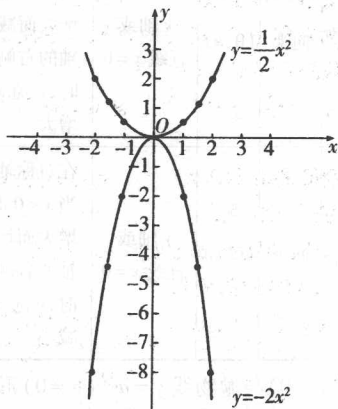
函数	a 的值	函数图象	开口方向	顶点坐标	对称轴	函数变化情况 (增减性)	函数的 最值
$y = ax^2$	$a > 0$		向上	$(0,0)$	y 轴或 直线 $x = 0$	在对称轴的左侧,即当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小;在对称轴的右侧,即当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大	当 $x = 0$ 时, $y_{\text{最小}} = 0$
$y = ax^2$	$a < 0$		向下	$(0,0)$	y 轴或 直线 $x = 0$	在对称轴的左侧,即当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大;在对称轴的右侧,即当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小	当 $x = 0$ 时, $y_{\text{最大}} = 0$

例4 在同一平面直角坐标系内作出二次函数 $y = -2x^2$ 和 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象,并说明它们的开口方向、对称轴、顶点坐标和开口大小.

解 列表如下:

x	...	-2	-1.5	-1	0	1	1.5	2	...
$y = -2x^2$	...	-8	-4.5	-2	0	-2	-4.5	-8	...
$y = \frac{1}{2}x^2$	...	2	1.125	0.5	0	0.5	1.125	2	...

描点、连线,如图所示:



由图象可知:

二次函数 $y = -2x^2$ 的图象开口向下,对称轴是 y 轴,顶点坐标是 $(0,0)$;

二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象开口向上,对称轴是 y 轴,顶点坐标是 $(0,0)$.

$y = -2x^2$ 的开口较小, $y = \frac{1}{2}x^2$ 的开口较大.

友情提醒 (1)在画抛物线时,取的点越密集,作出的图象就越精确,但取点多计算量相应就大.因此一般在顶点的两侧各取三、四个点,连线时,要按自变量从小到大(或从大到小)的顺序用平滑的曲线连接各点,不要用直尺连接相邻的点.

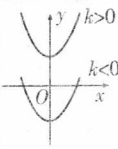
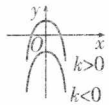
(2)由于抛物线是轴对称图形,所以取值和描点可根据对称性进行.

(3)抛物线的开口程度是由 $|a|$ 的大小决定的, $|a|$ 的值越大,开口越小,表明 y 值的变化越快(即上升或下降越快); $|a|$ 的值越小,开口越大,表明 y 值的变化越慢(即上升或下降越慢).

知识点四 二次函数 $y=ax^2+k$, $y=a(x-h)^2$ ($a \neq 0$) 的图象和性质

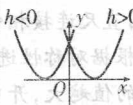
抛物线 $y=ax^2+k$ ($a \neq 0$) 与抛物线 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 形状相同, 可看作是由抛物线 $y=ax^2$ 向上(或下)平移得到的. 当 $k > 0$ 时, 抛物线 $y=ax^2+k$ 是由抛物线 $y=ax^2$ 向上平移 k 个单位长度得到的; 当 $k < 0$ 时, 抛物线 $y=ax^2+k$ 是由抛物线 $y=ax^2$ 向下平移 $|k|$ 个单位长度得到的. 简记为: 上加下减.

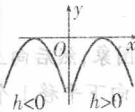
其图象性质如下表:

函数	a 的值	函数图象	开口方向	顶点坐标	对称轴	函数变化情况 (增减性)	函数的最值
$y=ax^2+k$	$a > 0$		向上	$(0, k)$	y 轴或 直线 $x=0$	在对称轴的左侧, 即当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小; 在对称轴的右侧, 即当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大	当 $x=0$ 时, $y_{\text{最小}} = k$
$y=ax^2+k$	$a < 0$		向下	$(0, k)$	y 轴或 直线 $x=0$	在对称轴的左侧, 即当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴的右侧, 即当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小	当 $x=0$ 时, $y_{\text{最大}} = k$

抛物线 $y=a(x-h)^2$ ($a \neq 0$) 与抛物线 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 形状相同, 可看作是由抛物线 $y=ax^2$ 向左(或右)平移得到的. 当 $h > 0$, 抛物线 $y=a(x-h)^2$ 是由抛物线 $y=ax^2$ 向右移 h 个单位长度得到的; 当 $h < 0$, 抛物线 $y=a(x-h)^2$ 是由抛物线 $y=ax^2$ 向左移了 $|h|$ 个单位长度得到的. 简记作: 左加右减.

其图象性质如下表:

函数	a 的值	函数图象	开口方向	顶点坐标	对称轴	函数变化情况 (增减性)	函数的最值
$y=a(x-h)^2$	$a > 0$		向上	$(h, 0)$	直线 $x=h$	在对称轴的左侧, 即当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而减小; 在对称轴的右侧, 即当 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而增大	当 $x=h$ 时, $y_{\text{最小}} = 0$

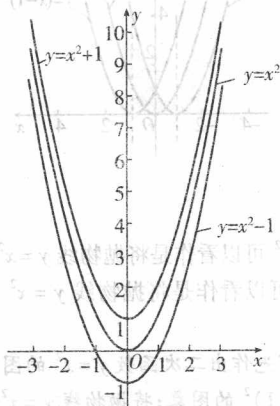
函数	a 的值	函数图象	开口方向	顶点坐标	对称轴	函数变化情况 (增减性)	函数的最值
$y = a(x-h)^2$	$a < 0$		向下	$(h, 0)$	直线 $x = h$	在对称轴的左侧, 即当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴的右侧, 即当 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而减小	当 $x = h$ 时, $y_{\text{最大}} = 0$

例5 在同一平面直角坐标系中作出二次函数 $y = x^2$, $y = x^2 + 1$ 和 $y = x^2 - 1$ 的图象, 比较它们的图象, 你能得到哪些结论?

解 列表如下:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2$	...	9	4	1	0	1	4	9	...
$y = x^2 + 1$	...	10	5	2	1	2	5	10	...
$y = x^2 - 1$	...	8	3	0	-1	0	3	8	...

描点、连线, 如图所示:



由图象可知:

抛物线 $y = x^2$ 开口向上, 对称轴是 y 轴, 顶点是 $(0, 0)$;

抛物线 $y = x^2 + 1$ 开口向上, 对称轴是 y 轴, 顶点坐标是 $(0, 1)$;



抛物线 $y = x^2 - 1$ 开口向上, 对称轴是 y 轴, 顶点坐标是 $(0, -1)$;

抛物线 $y = x^2 + 1$, $y = x^2 - 1$ 和 $y = x^2$ 的形状相同, 只是位置不同;

抛物线 $y = x^2 + 1$ 可由抛物线 $y = x^2$ 沿 y 轴向上平移 1 个单位长度得到;

抛物线 $y = x^2 - 1$ 可由抛物线 $y = x^2$ 沿 y 轴向下平移 1 个单位长度得到. (答案不唯一)

友情提醒 (1) 本题作图可先作出二次函数 $y = x^2$ 的图象, 然后向上平移 1 个单位长度得到二次函数 $y = x^2 + 1$ 的图象; 将抛物线 $y = x^2$ 向下平移 1 个单位长度得到二次函数 $y = x^2 - 1$ 的图象.

(2) 通过对比二次函数 $y = ax^2 + k$ 与 $y = ax^2$ 的图象和性质, 可以得出抛物线 $y = ax^2 + k$ 与 $y = ax^2$ 的形状相同, 只是位置上下平移了.

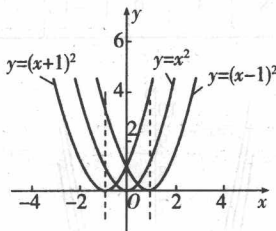
例 6 在同一平面直角坐标系中, 作出二次函数 $y = x^2$, $y = (x-1)^2$ 和 $y = (x+1)^2$ 的图象, 并根据图象回答下列问题:

(1) 二次函数 $y = (x-1)^2$ 的图象的顶点坐标是 _____, 对称轴是 _____;

(2) 二次函数 $y = (x+1)^2$, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而增大;

(3) 抛物线 $y = (x-1)^2$ 和 $y = (x+1)^2$ 可以看作是将抛物线 $y = x^2$ 作怎样的平移得到的?

解 二次函数 $y = x^2$, $y = (x-1)^2$ 和 $y = (x+1)^2$ 的图象如图所示.



(1) $(1, 0)$ 直线 $x = 1$

(2) < -1 > -1

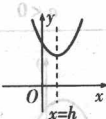
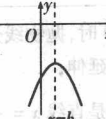
(3) 抛物线 $y = (x-1)^2$ 可以看作是将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位长度得到的; 抛物线 $y = (x+1)^2$ 可以看作是将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 1 个单位长度得到的.

友情提醒 (1) 本题作图可先作出二次函数 $y = x^2$ 的图象, 然后向右平移 1 个单位长度得到二次函数 $y = (x-1)^2$ 的图象; 将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 1 个单位长度得到二次函数 $y = (x+1)^2$ 的图象.

(2) 通过对比二次函数 $y = a(x-h)^2$ 与 $y = ax^2$ 的图象和性质, 可以得出抛物线 $y = a(x-h)^2$ 与 $y = ax^2$ 的形状相同, 只是位置左右平移了.

知识点五 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ ($a \neq 0$) 的图象和性质

抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ ($a \neq 0$) 的图象与 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象形状相同, 由抛物线 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 先向左(或向右), 再向上(或向下)平移得到的, 或由抛物线 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 先向上(或向下), 再向左(或向右)平移得到的. 其图象性质如下:

函数	a 的值	函数图象	开口方向	顶点坐标	对称轴	函数变化情况 (增减性)	函数的最值
$y=a(x-h)^2+k$	$a > 0$		向上	(h, k)	直线 $x=h$	在对称轴的左侧, 即当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而减小; 在对称轴的右侧, 即当 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而增大	当 $x=h$ 时, $y_{\text{最小}}=k$
$y=a(x-h)^2+k$	$a < 0$		向下	(h, k)	直线 $x=h$	在对称轴的左侧, 即当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴的右侧, 即当 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而减小	当 $x=h$ 时, $y_{\text{最大}}=k$

例7 在平面直角坐标系内, 二次函数图象的顶点为 $A(1, -4)$, 且过点 $B(3, 0)$.

(1) 求该二次函数的解析式;

(2) 将该二次函数的图象向右平移几个单位长度, 可使平移后所得图象经过坐标原点? 并直接写出平移后所得图象与 x 轴的另一个交点的坐标.

解 (1) 设二次函数的解析式为 $y=a(x-1)^2-4$ ($a \neq 0$),

$\because$ 二次函数图象经过点 $B(3, 0)$,

$\therefore 0=a(3-1)^2-4$, 解得 $a=1$.

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=(x-1)^2-4$.

(2) 设平移后函数的解析式为 $y=(x-h)^2-4$, 且 $h > 0$,

$\because$ 二次函数的图象经过原点 $(0, 0)$,

$\therefore 0=(0-h)^2-4$, 解得 $h_1=2, h_2=-2$ (舍去).

$\therefore$ 所求二次函数的解析式为 $y=(x-2)^2-4$.

$\therefore$ 对称轴是直线 $x=2$, 由对称性可知, 与 x 轴的另一个交点坐标是 $(4, 0)$.

$\therefore$ 将二次函数 $y=(x-1)^2-4$ 的图象向右平移 1 个单位长度所得二次函数为 $y=(x-2)^2-4$, 其图象经过原点, 与 x 轴的另一个交点坐标为 $(4, 0)$.



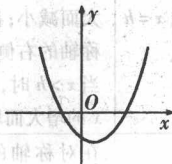
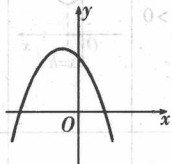
友情提醒 (1) 当抛物线的顶点坐标已知时, 可根据顶点坐标设解析式求解.

(2) 抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 在平移时, a 不变, 只是 h 和 k 发生变化, 左右平移, 由 h 的值来决定; 上下平移, 由 k 的值来决定.

(3) 平移方法可简记为: 上加下减常数项, 左加右减自变量.

知识点六 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象和性质

1. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象和性质如下表所示:

函数	二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$)	
a 的值	$a > 0$	$a < 0$
图象		
性质	① 当 $a > 0$ 时, 抛物线开口向上, 并向上无限延伸; ② 对称轴是直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$; ③ 在对称轴的左侧, 即当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; 在对称轴的右侧, 即当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; (简记“左减右增”) ④ 抛物线有最低点, 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 有最小值, $y_{\text{最小}} = \frac{4ac-b^2}{4a}$	① 当 $a < 0$ 时, 抛物线开口向下, 并向下无限延伸; ② 对称轴是直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$; ③ 在对称轴的左侧, 即当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴的右侧, 即当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; (简记“左增右减”) ④ 抛物线有最高点, 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 有最大值, $y_{\text{最大}} = \frac{4ac-b^2}{4a}$

2. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 向 $y = a(x-h)^2 + k$ 形式的转化

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 通过配方可化为 $y = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac-b^2}{4a}$ 的

形式, $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 是二次函数的一般形式, $y = a(x-h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 称为

二次函数的顶点式. 其中 $h = -\frac{b}{2a}$, $k = \frac{4ac-b^2}{4a}$.