

9-1 模块教材

高中新课标

数学

总主编：毛文凤 / 本册编著：袁桐 卫岗 昌明

空间图形

中国大百科全书出版社

新课标高中数学模块教材

空间图形

《新课标数学模块教材》丛书编委会

总主编：毛文凤 博士

执行主编：李君华 教授

执行副主编：肖柏荣（江苏教育学院数学系教授，江苏省中学数学教学专业委员会副理事长）

袁 桐（扬州新东方中学数学特级教师，江苏省名教师）

周敏泽（常州高级中学数学特级教师，全国模范教师）

徐沥泉（无锡市教学研究中心数学特级教师，全国数学学科方法论研究中心常务副主任兼秘书长）

丛书编委：李君华 肖柏荣 袁 桐 周敏泽 徐沥泉
刘云章 马永培 朱平天 杨润生 葛福生
周冠廷 孙志人 刘国祥 何继刚 卫 岗
蔡伟元 周公贤 刘威伯 顾曼生 管义桂
顾继玲 方彩云 张新华 陈小红 徐德同

本册编著：袁 桐（扬州新东方中学数学特级教师）

卫 岗（扬州中学数学特级教师）

昌 明（扬州大学附中数学高级教师）

中国大百科全书出版社

总编辑:徐惟诚 社 长:田胜立

图书在版编目(CIP)数据

空间图形/毛文凤主编.-北京:中国大百科全书出版社,2005

新课标高中数学模块教材

ISBN 7-5000-7223-6

I.空... II.毛... III.几何课—高中—教学参考资料
IV.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 142240 号

策划设计:可一图书 (<http://www.keyibook.com>)

责任编辑:简菊玲

新课标高中数学模块教材

空 间 图 形

* * *

中国大百科全书出版社出版

全国新华书店经销

<http://www.ecph.com.cn>

北京阜成门北大街17号 邮编:100037 电话:010-88390797

山东省沂源县教育印刷厂

* * *

2005年7月第1版 2005年7月第1次印刷

890×1240毫米 32开本 7.5印张 143千字

ISBN 7-5000-7223-6/G·821

定 价:11.00元

序

李君华

普通中学数学课程标准的颁布引发了一场教学内容的大改革。与时俱进地审视数学课程教学的内涵,已成为人们关注的问题。人们开始正视传统的教材构成、传统的教学模式、传统的评价标准所产生的负面影响——学生缺乏学习数学的兴趣。

本模块教材系列的编写其旨意就是要在纷繁杂乱的数学读物中,编出一套能体现数学独特的知识和能力、历史和人文、情感和价值观的数学用书,从而最大限度地调动学生对数学的兴趣。数学作为一门科学,应注重概念清晰、计算正确、论证有据;数学作为一种文化,应让人在数学读物中体会到它的文化价值。因此适当地介绍数学文化的演绎过程及它对推动社会发展的作用与展望它的发展趋势是十分必要的,是符合新课标理念的。当然,归根结底,针对中学生的任一数学读物都是有着教育功能的,在这套模块教材中我们特别着重做到三个结合:适度的形式化与启发兴趣形式相结合,发展学生的思维能力与增强数学的应用能力相结合,掌握扎实的基础知识与拓展数学视野、培养创新精神相结合。

纵观每一分册的写作均分三个层次：第一层次为引论，背景资料、数学史话、名人轶事或自撰小品等简洁地勾画出通往所述数学模块专题内容的千年路径或近代畅想，使读者产生“登高望远”的感觉或“源远流长”的体会。第二层次为主体构架，与新课程相伴，通过解惑的方式，深入浅出地讲解数学，着重思维训练、方法积累与能力提高。第三层次为提高延伸部分，与新课标的选修内容（指高中）相配合，这是特地为对数学有浓厚兴趣的青少年朋友安排的，希望同学们能喜欢它。

这三个层次，在本系列丛书不同的模块分册中，有的是以章节为标志，层次分明、一目了然，有的则是溶于章节之中相互渗透、各显特色。

这次参与丛书编写的作者，集中了目前数学普通教育的一些著名专家教授和教学一线的顶尖教师，尽管他们的认真负责精神和专业能力是毋庸置疑的，但由于编写时间仓促及作者对数学新课标的认识和实践水平有限，丛书在编写过程中难免有不足和疏漏之处，恳请广大读者批评指正。

（作者系南京师范大学数科院教授）

前 言

《空间图形》一书是根据高中数学课程标准编写的“数学模块教材”之一，它扩大了原高中教材中的立体几何研讨的范围，增加了球面几何初步等内容。根据“课标”的要求，我们在注重教材知识性、思考性的同时，还注重教材的文化性、趣味性。既不把书写成习题集的形式，又遵循数学自身的条理性、逻辑性；既要扩大学生的视野，又力求浅显易懂，容易入门。

数学与艺术的关系不可分割，古希腊时期对音乐与数学的联系就很看重。本书从艺术与空间图形的关系、艺术语言与数学语言的联系说起，最终还是以图形语言（数学语言的一种）为基础展开空间几何知识。

在展开空间几何知识的过程中，本书还介绍了一些数学史的内容，说明了一些数学概念出现的过程，对“空间”概念作了一些简要的叙述。所给的习题，做起来如果有困难，也可以先看提示，在弄懂之后，往往会获得愉悦的感觉。

学习数学，通常都要一边读书，一边思考，还要一边动手画画写写。本书通常从一些具体问题出发，通过解答说明思路与解法，再进一步加评注，提出思考的来由。

这就要求读者在阅读了每章开始的几个问题之后,逐步做到先思考再看解答与说明。这样做不仅会加深印象,也更能体会编者的意图。学习数学的目的,是要提高解决问题的能力,最终自己解决问题。读书只是过程,最终是要吸收全书的精华,超过教师,超越编者,超越现成的材料,达到创新的境界。

我们衷心希望读者在学习过程中,与编者形成互动,有问题欢迎与编者沟通。本书主要由扬州中学教务主任、数学特级教师卫岗、扬州大学附中教务主任、中青年专家昌明执笔,欢迎读者批评指正。

编者

目 录

第一章 图形与空间几何

§ 1 图形是什么? (2)

§ 2 几何的含义 (14)

第二章 点、直线与平面

§ 1 空间图形与空间想象力 (18)

§ 2 截 面 (25)

§ 3 异面直线 (34)

总习题二 (45)

第三章 直线与平面的位置关系

§ 1 平行与垂直 (47)

§ 2 三垂线定理 (54)

§ 3 角和距离 (58)

总习题三 (66)

第四章 多面体和球

§ 1 棱柱 (72)

§ 2 棱锥 (77)

§ 3 球 (86)

§ 4 三面角 (92)

总习题四 (96)

第五章 空间图形的向量方法

§ 1 空间向量	(101)
§ 2 空间坐标系	(109)
§ 3 平面方程	(118)
§ 4 球面方程	(122)
总习题五	(123)

第六章 拓扑与欧拉公式

§ 1 一笔画问题	(128)
§ 2 麦比乌斯带	(134)
§ 3 拓扑变换与拓扑学	(136)
§ 4 空间多面体的欧拉公式	(142)
总习题六	(153)

第七章 球面几何与反演变换

§ 1 球面几何简介	(158)
§ 2 反演变换与球面几何	(168)
总习题七	(176)

第八章 空间与几何

综合练习	(179)
------------	-------

参考答案	(191)
------------	-------

第一章 图形与空间几何

空间图形,一种含义是空间的图形.这里“空间”常指现实空间(即三维空间)里实物的图形.这种图形,由于需要,有各种表现形式,可以是照片、图画、视图(二视图、三视图)、直观图、施工图、效果图、机械加工图、装配图等等.

空间图形的另一种含义是“空间”与“图形”.由于科学研究的需要,数学、物理、太空科学等都常建立各种特定的“空间”,而“图形”就由直观而抽象了.

本书中研究的内容,第二、三、四、五章是现实空间中的几何图形,是通常立体几何的内容.第六章则是为研究拓扑空间做准备,而第七章则是在球面这个“空间”内研究问题.

§ 1 图形是什么？

在文字出现之前，人们可以用图形交流思想，象形文字也就是这样诞生的。有了文字语言之后，图形仍然是重要的语言形式。

当我们还没有电视的时候，体育实况广播吸引着大量的听众。一旦有了电视，尽管播音员继续播音，人们还是希望看电视中的现场直播，一边听、一边看。图像的语言功能并没有削弱。

当我们外出游览时，总盼望有一份游览地图，其目的是希望从地图上了解游览路线、景点精华所在，接受导游的宣传和介绍。当我们乘车进入一个新的省份时，通常也希望利用交通地图作为引导。这都反映了地图的语言功能。只是为了弄懂这些语言，事先还要学习一番，要了解、懂得、掌握这些地图的含义、规则。

同样，现实空间中的图形，也有各种表现形式。

一、我们从中国画说起

传统的中国画以毛笔、水墨、矿物质颜料、绢帛、宣纸为原材料，运用线条、形体、色彩等造型手段在平面上描绘人物、山水、花鸟，在表现形式上还分工笔画和写意画。传统的中国画在世界画坛上独树一帜，自成体系，成了中国特色的象征。

中国画从人物画开始，已有两千多年的历史了。自十八世纪“扬州八怪”起，国画的“语言”功能就更加凸现，诗、书、画、印成为一体。

诗，就是指“题咏”的内容，往往依据画面所构成的意境，有所取

舍、有所侧重地加以发挥,赋予真挚的感情,使画意更加深远显豁,起到开拓意境、丰富内涵的作用.也有一些看来十分平凡的事物和景色,(例如一两根竹子、树根、几枝兰花)一经题跋,便化为神奇,隽永深刻,甚至可以使人喜、使人悲、使人惊.还有的题跋是借题发挥、托物寓志.

书,指书法.好的中国画家往往都是诗、书、画、印四绝,至少是除去印之外的三绝.据考证,郑板桥也是治印高手.一幅画、几行题字,雄据一方,布白得势,起到映衬色彩,调节疏密、和谐韵律的作用.有时画得少,写得多,也别有风味,使中国画达到“诗中有画,画中有诗”,诗情画意、相映生辉的效果.

图 1-1-1 是郑板桥的兰花,是书画合一的典型,文字布满了“空间”,字是竖行、由左向右,符合了画意.



图 1-1-1

尽管如此,中国画仍以画为主体.中国画虽有工笔与写意之分,但齐白石的《贝叶工虫》(图 1-1-2)则将二者结合得淋漓尽致.中国画以墨为主,常称“墨分五色”、“五色令人盲”、“运墨而五色具”.中国画“不求形似”而重“神似”.



图 1-1-2



图 1-1-3



图 1-1-4

在上海开埠之后,“海派”画家开始改变视觉观念,以中为体、化入西画写色的形色手段,已成为一种趋向,强化画家作品的绘画性.画家任伯年,对比例、透视、明暗都掌握得极好,他的画不失神似而形亦逼真,能把传统的“散近透视”用于整体.因此不失中国味,而局部形象的处理特别逼真,动物《鸟》(图 1-1-3)正侧俯仰的姿态栩栩如生.

中国画中的印,也是一大特色.画家不一定会金石,但大部分画家对印有研究,鉴赏能力高.表现在中国画中的印都不落俗套,很有特色.印有阴文、阳文,配合、使用讲究.如奥运会的会标,使用中国印的形式,也扩大了中国印的影响.18 世纪末、19 世纪初,更出现了一批金石书画家,他们把金石书法中的审美观念有意识地渗入绘画.其中画家吴昌硕是一大代表(图 1-1-4).使早已具有的以书入画的传统得到发展,作品中也成功地表现了民族精神的奋起、自信和乐观.

近代中国画,像徐悲鸿在 1940 年画《愚公移山》(图 1-1-5)蒋兆和

在1943年画《流民图》(图1-1-6),表达了中国人民抗战到底的决心和日本侵华战争时期的难民生活。



图 1-1-5



图 1-1-6

中国画是画家表现情感的一种方式,画家本身要掌握它,深刻地表现它,将它成为一种与人民可以沟通的特殊语言。

二、再谈谈西洋画

最有代表性的油画家达·芬奇(Leonardo da Vinci, 1452—1519)

生于意大利北部. 他的代表作是《最后的晚餐》(图 1-1-7), 画了两年时间, 描绘的是基督被官吏逮捕的前夜, 和十二个门徒一起, 在最后一次共进晚餐的饭桌上说“我实在地告诉你们, 与我共餐的你们中, 有一人出卖了我”这句话时, 在门徒中引起骚动的那一瞬间的戏剧性场面。



图 1-1-7

整个构图, 由四个三角形构图组成. 十二个门徒, 三人一组, 分为四组; 在“出卖主的是谁啊”的吵嚷声中, 孤独地坐着忧郁的基督, 使整个画面和谐地统一起来. 整个画面上, 情绪变化、性格表现、动作倾向、人物组合等都具有明显的戏剧性和冲突感, 很好地隐喻了人间光明与黑暗、美善与丑恶的斗争. 通过对人物的心理刻画和戏剧性场面的描绘, 深刻地再现了正义与邪恶斗争的尖锐性. 这个“再现”, 就沟通了画家与民众的思想与情感, 是油画的语言作用的深刻发挥.

认真观看这幅油画, 达·芬奇依据透视的原理, 科学地合理地作画. 窗户、天花板上的图形, 利用平行透视的原理, 线的延长线都集中于一点, 也就是向坐在中央的基督的头上集中. 可以说, 正确的远近法是从达·芬奇开始的.(下面还要专门谈透视)

达·芬奇的另一幅杰作《蒙娜丽莎》, 费了四年的心血, 要研究她

的心理、作素描、作数学计算,达到精细入微。达·芬奇本人喜欢写生,还对音乐、数学、自然科学和地理以及工程学、医学、机械学等都有着浓厚的兴趣。

与达·芬奇同时代的还有米开朗基罗(Michclangelo Bounaroti 1475~1564)、拉菲尔(Raffacllo Santi, 1483~1520)等一批画家,他们都是文艺复兴时期的代表。

西洋画发展到现代画派,如新印象派、后印象派,可以以文桑·梵高(Vincent ven Grogh, 1853~1890)为代表。他们像火焰一样的画,使人觉得会呼地一下燃烧起来似的,但不管在那热情的画上涂上什么样的辉煌的色彩,都饱含着劳动人民深刻沉痛的悲伤。

他们的作画理论,与当时中国画的水墨画的画法简洁,选取精华部分,可以说是异曲同工,其结果是充满生动的力量,含蓄而意味深长。

不难看出,西方传统绘画多强调写实性。画家通过明暗、色彩、透视、解剖等构图因素,把见到的自然物象真实地描绘出来,达到“像真的一样”的效果。也就是说,在使用手法上与中国画有质的区别。用现在通用的语言说,就是“游戏规则”不同。中国画尽管学的人多,最后能达到画家水平的不多。这是因为方法比较抽象,强调理解,强调领悟,更强调“画外工夫”。西方绘画不同,要从素描开始,要学画模托、透视。因此,一些外国人看中国画家画画,觉得很短的时间(哪怕是一、两个小时)就完成一幅国画,价值不应该高。他不理解画家的画外工夫有多大。一幅油画就不同,要准确地打底稿,加色要一层、一层地加,而且困难还在于画家在近处看不出画的效果,要让远处的人看似逼真。完成

一幅画要几个月,甚至成年,劳动力费得较多。

西洋画现代派也被称为“立体派”,以巴勃罗·毕加索(Pablo Picasso, 1881~1973)为代表,他的画既不是自以为是,也不是几何学。他借用几何学的三角形和四角形,根据明暗的配置,加以神秘的组合。毕加索的倾向,在今天还以种种形式对各种人产生影响。(如图 1-1-8)



图 1-1-8

三、其他的图形与数学语言

图 1-1-9 给出了一个汽车零件的三视图与直观图。三视图就是给出零件从上、左、前三个方向的视图,是投影图。看得见的用实线,看不见的用虚线。直观图就是立体图。一般地说,加工工人要根据三视图从一个毛坯开始,经过车、刨做成符合图纸要求的零件。做出来的零件形状、大小(以毫米为单位)要与设计人员想的一致。只有这样,才有正确的验收标准。这就是说,三视图是设计人员与生产工人之间的一种特殊语言。设计人员、工人都要懂得绘图的游戏规则。这个规则就是“画法几何”研究的内容,是工科院校的必修科目,学习的目的就是理解与