二十一世纪普通高等院校实用规划教材·经济管理系列

经济数学（第2版）

JINGJI SHUXUE

张杰明　主　编
张晋珠　郝建华　副主编

· 先进性与基础性相统一 ·
· 教材建设与教学改革相统一 · 综合性与针对性相统一 ·

清华大学出版社

二十一世纪普通高等院校实用规划教材　经济管理系列

经　济　数　学

（第2版）

张杰明　主　编

张晋珠　郝建华　副主编

清华大学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是根据高等学校经济类专业微积分课程的教学大纲组织编写的。在体系编排上注重突出数学课程的循序渐进、由浅入深的特点。全书以“注重概念、强化应用、培养技能”为重点，充分体现了“以应用为目的，以基本够用为标准”的原则。

本书的主要内容有一元函数微积分学、微分方程、多元函数微积分学、无穷级数。为了更好地适应现代数学教学的要求，本书在附录 A 和附录 B 分别介绍了数学建模和数学软件 MATLAB 的内容。各节配有习题和自测题，书末附有习题答案。带 * 号内容供学时较多的专业选用。

本书可作为高等学校、成人高校及本科院校举办的二级学院和民办高校的教材。

图书在版编目（CIP）数据

经济数学/张杰明主编；张晋珠，郝建华副主编. --2 版. --北京：清华大学出版社，2011.9

（二十一世纪普通高等院校实用规划教材 经济管理系列）

ISBN 978-7-302-26356-2

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①张… ②张… ③郝… Ⅲ. ①经济数学—高等学校—教材 Ⅳ. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 156625 号

责任编辑：彭 欣 桑任松
封面设计：山鹰工作室
版式设计：杨玉兰
责任校对：周剑云
责任印制：王秀菊
出版发行：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦 A 座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：北京密云胶印厂
经　销：全国新华书店
开　本：185×230　**印　张**：29.25　**字　数**：707 千字
版　次：2011 年 9 月第 2 版　**印　次**：2011 年 9 月第 1 次印刷
印　数：1～4000
定　价：49.00 元

产品编号：040533-01

前　　言

数学是研究客观世界数量关系和空间形式的科学，是人类文化和文明的重要组成部分，是训练思维的体操。随着现代科学技术和数学科学的发展，“数量关系”和“空间形式”具备了更丰富的内涵和更广泛的外延。能否运用数学观念定量思维是衡量民族科学文化素质的一个重要标志，数学教育在培养高素质科学技术人才中具有其独特的、不可替代的重要作用。

步入二十一世纪，学科间的交叉与融合越来越普遍，作为一种定量分析工具，数学方法在经济、管理研究中被大量运用，尤其是在金融工程、保险精算等行业。因此，普通高校经管类各专业对数学课程提出了新的更高的要求，数学教学更加注重培养学生运用数学知识解决实际经济问题的能力。针对新形势下大学数学教育的改革思路以及教育部高等院校应用型人才的培养目标，结合课程组多年的教学实践，编写了适用于经管类各专业学生使用的数学教材《经济数学》，旨在全面培养优秀的经济应用及经济管理人才，使他们更快更好地掌握数学方法，为经济建设服务。通过三年的试用和三年的使用，取得了很好的教学效果，极大地提高了数学教学质量。在 2010 年的山西省普通高等学校教学成果奖评选中，以该教材为主的独立学院《经济数学》教材内容与教学方法改革的研究荣获省级教学成果二等奖。

本书在编写过程中，注重以高等学校经管类专业微积分课程的教学大纲为基础，借鉴了国内外许多优秀教材的思想和处理方法，注意与经管类专业课程的衔接，并保持数学学科的科学性和系统性，内容上突出精选够用，表达上力求通俗易懂，满足了高等教育实践性、应用性强的特点。在概念引入、理论分析等环节上注意结合经管类学生的实际，尽可能从学生熟悉的问题入手，进行深入浅出的讲解，力求使基本概念、基本定理直观化、具体化，这样可以使学生从实际背景中理解微积分概念的来龙去脉，并获得解决问题的启示，从而最大限度地降低学习难度。本书在例题和习题的选配上，遵循由易到难的原则，同时辅以历年研究生入学考试中的经典题型，以满足不同层次学生的需求。

为了更好适应高等教育应用型人才的培养，我们结合高校教材最新的发展趋势，对本

书进行了全面的修改，对部分内容进行了增、减、删的处理，特别把数学文化修养提到了一个新的高度。

数学是人类文化的重要组成部分，数学与文化有着密切的关系。把数学看成是一种崭新的文化，是人类如何对待世界的一种新态度和一种新思维。但是长期以来，人们总是视数学为工具性学科，数学教育也往往只重视数学的工具性价值，而忽略了数学的文化教育价值，导致数学素质教育不能全面正确地贯彻落实。因此，深刻理解数学的文化内涵十分重要与必要。有鉴于此，本书在各章结尾附有与其内容相关的数学文化知识，包括数学史、数学家简介、数学轶事等内容，使学生真正体会到数学之美，充分展现数学课程的人文教育功能。

随着信息技术的飞速发展，计算机辅助教学受到了国内外同行的普遍认可，国内外许多高校已开始了利用计算机进行微积分教学的实践。因此，本书在附录中对 MATLAB 数学软件进行了简要介绍，包括 MATLAB 的基本使用方法，并给出了借助其完成公式演算、数值计算、图形绘制的习题，其目的是为了突出对学生建模能力的培养，提高学生的分析能力和运用数学知识解决实际问题的能力。

本书共分十一章，建议课时分配如下：

章　序	内　容	课　时	课时分配	
			必　学	选　学
一	函数	8	8	
二	极限　连续	10	10	
三	导数与微分	14	14	
四	导数的应用	12	12	
五	不定积分	10	8	2
六	定积分	12	10	2
七	定积分的应用	6	5	1
八	微分方程	13	9	4
九	多元函数微分学	15	12	3
十	多元函数积分学	9	6	3
十一	无穷级数	14	11	3
	合　计	123	105	18

书中部分内容加了 * 号，任课教师可根据教学的需要决定是否讲授。

本书由山西大学商务学院张杰明教授提出编写思想和提纲、列出章节目录，并负责全

书的策划、统稿、定稿，并且编写了第一章和附录 C；赵转萍老师编写第二章，景冰清老师编写第三章，赵丽霞编写第四章，安勇老师编写第五章，杨秀萍副教授编写第六章，山西省青干院的郝建华副教授编写第七章和附录 B，范新英编写第八章，杨晨编写第九章，太原工业学院的张晋珠副教授编写第十章和附录 A，王丽丽老师编写第十一章。在编写过程中，山西大学的郭耀鹏教授、山西财经大学的王拉娣教授和太原理工大学的张洪斌教授仔细审阅本书，并提出许多宝贵的指导意见，给本书增色不少。本书还得到山西大学商务学院的徐仲安教授、俞士谦教授、杨继平教授的大力支持。

由于编者的水平有限，书中的缺点和错误在所难免，希望能得到读者的批评指正。

编　者

目　　录

第一章　函　　数

初等数学的研究对象基本上是不变的量，而高等数学研究的主要对象是变动的量. 而函数就是变量之间依赖关系的数学描述. 本章将在集合的基础上介绍函数的基本概念及其主要性质.

第一节　集　　合

一、集合的概念

集合是现代数学中最基本的概念之一. 研究任何对象都不可避免地用到集合，所有自然数的集合、一个方程的根的集合、某三角形内所有点的集合、一个班的全体学生的集合等. 一般的，具有某种特定性质的对象的总体称为集合，其中的对象称为集合的元素. 通常以大写字母 A、B、D 等表示集合，而以小写字母 a、b、x 等表示集合的元素. 若 a 是集合 A 的元素，则记作 $a\in A$，读作 a 属于 A 或 a 在 A 中；否则记作 $a\notin A$，读作 a 不属于 A 或 a 不在 A 中. 一个集合，若它只含有有限个元素，则称为有限集；不是有限集的集合称为无限集.

集合常用的表示法有 3 种：列举法、图示法和描述法.

(1) 列举法. 把集合的全体元素一一列举出来表示，并用花括号括起来.

例如，由元素 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 组成的集合 A，可表示成

$$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\};$$

由元素 1,2 组成的集合 B，可表示成

$$B=\{1,2\}.$$

注意：用列举法表示集合时，必须列出集合的所有元素，不得遗漏和重复.

(2) 图示法. 以数轴或坐标系的点表示元素，用这些点所组成的区间或区域表示集合的方法. 这种表示法在讨论集合关系时显得直观、形象.

(3) 描述法. 若集合 M 是由具有某种性质 P 的元素 x 的全体所组成的，就可表示成

$$M=\{x\mid x\text{ 具有性质 }P\}.$$

这里所谓 x 所具有的性质 P，实际上就是 x 作为 M 的元素应满足的充分必要条件：符合性质 P 的任何对象都是集合 M 的元素；反之，集合 M 的元素都必须符合性质 P.

例如,设集合 C 是方程 $(x-1)(x-2)=0$ 的解集,集合 C 就可表示成

$$C=\{x \mid (x-1)(x-2)=0\}.$$

而 xOy 平面上坐标满足方程 $x^2+y^2=R^2$ 的点 (x,y) 的全体组成的集合 M,可记作

$$M=\{(x,y) \mid x^2+y^2=R^2, x\in \mathbf{R} \text{ 且 } y\in \mathbf{R}\}.$$

这个集合 M 实际上就是 xOy 平面上以点 O 为圆心、以 R 为半径的圆周上的点的全体组成的集合.

以后要用到的集合主要是数集,即元素都是数的集合.如果没有特别声明,以后提到的数都是在实数范围内讨论.

全体自然数的集合记作 $\mathbf{N}$,全体整数的集合记作 $\mathbf{Z}$,全体有理数的集合记作 $\mathbf{Q}$,全体实数的集合记作 $\mathbf{R}$.

如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素,即若 $x\in A$,则必 $x\in B$,就说 A 是 B 的子集,记作 $A\subset B$(读作 A 包含于 B)或 $B\supset A$(读作 B 包含 A),如 $\mathbf{N}\subset\mathbf{Z}$、$\mathbf{Z}\subset\mathbf{Q}$、$\mathbf{Q}\subset\mathbf{R}$.

如果 $A\subset B$,且 $B\subset A$,就称集合 A 与 B 相等,记作 $A=B$.例如,设

$$A=\{x \mid x^2=1\}, B=\{1,-1\},$$

则 $A=B$.

不含任何元素的集合称为空集,记作 $\varnothing$,且规定空集为任何集合的子集.

例如,$A=\{x \mid x^2+1=0, x\in\mathbf{R}\}=\varnothing$,因为适合条件 $x^2+1=0$ 的实数是不存在的.

二、集合的运算

集合的基本运算有以下几种:并、交、差、补.

设 A、B 是两个集合,由 A 和 B 的所有元素构成的集合,称为 A 与 B 的并集(简称并),记作 $A\cup B$,即

$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合,称为 A 与 B 的交集(简称交),记作 $A\cap B$,即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

由所有属于 A 而不属于 B 的元素组成的集合,称为 A 与 B 的差集,记作 $A-B$,即

$$A-B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\notin B\}.$$

由所研究的所有对象构成的集合称为全集,记作 I.全集 I 中所有不属于 A 的元素构成的集合,称为 A 的补集,记作 A',即

$$A'=\{x \mid x\in I \text{ 且 } x\notin A\}.$$

设 A、B、C 为任意 3 个集合,则下列法则成立:

(1) 交换律　$A\cup B=B\cup A$, $A\cap B=B\cap A$.

(2) 结合律 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$;

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

(3) 分配律 $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$;

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$.

(4) 摩根律 $(A\cup B)'=A'\cap B'$, $(A\cap B)'=A'\cup B'$.

在两个集合之间还可以定义笛卡儿乘积.

设 A、B 是任意两个集合,$x\in A$, $y\in B$,所有二元有序数组(x,y)构成的集合,称为 A 与 B 的笛卡儿乘积,记作 $A\times B$,即

$$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A, y\in B\}.$$

例如,设 $A=\{1,3,5,7\}$, $B=\{2,4\}$,则

$$A\times B=\{(1,2),(1,4),(3,2),(3,4),(5,2),(5,4),(7,2),(7,4)\}.$$

三、绝对值

绝对值是一个重要的概念.下面介绍一下实数绝对值的定义及性质.

一个实数的绝对值,记为$|x|$,定义为

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

绝对值及其运算有下列性质:

(1) $|x|\geqslant 0$.

(2) $|x|=\sqrt{x^2}$.

(3) $|-x|=|x|$.

(4) $-|x|\leqslant x\leqslant |x|$.

(5) 如果 $a>0$,则

$\{x\mid |x|<a\}=\{x\mid -a<x<a\}$.

(6) 如果 $b>0$,则

$\{x\mid |x|>b\}=\{x\mid x<-b$ 或 $x>b\}$.

(7) $|x+y|\leqslant |x|+|y|$.

(8) $|x-y|\geqslant |x|-|y|$.

(9) $|xy|=|x|\cdot|y|$.

(10) $\left|\dfrac{x}{y}\right|=\dfrac{|x|}{|y|}$, $y\neq 0$.

四、区间和邻域

区间是用得较多的一类数集. 设 a 和 b 都是实数，且 $a<b$.

数集 $\{x|a<x<b\}$ 称为**开区间**，记作 (a,b)，即 $(a,b)=\{x|a<x<b\}$. a 和 b 称为开区间 (a,b) 的端点，这里 $a\notin(a,b)$，$b\notin(a,b)$.

数集 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为**闭区间**，记作 $[a,b]$，即 $[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$. a 和 b 也称为闭区间 $[a,b]$ 的端点，这里 $a\in[a,b]$，$b\in[a,b]$.

类似地，

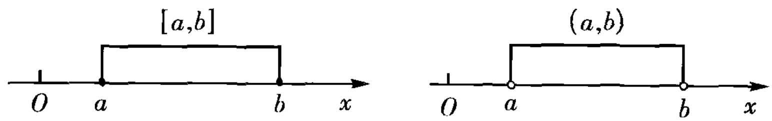
$$[a,b)=\{x|a\leqslant x<b\},(a,b]=\{x|a<x\leqslant b\}.$$

$[a,b)$ 和 $(a,b]$ 都称为半开半闭区间.

以上这些区间都称为有限区间. 数 $b-a$ 称为这些区间的长度. 闭区间 $[a,b]$ 与开区间 (a,b) 在数轴上表示出来，分别如图 1-1(a) 与图 1-1(b) 所示. 此外，还有无限区间. 引入记号 $+\infty$（读作正无穷大）及 $-\infty$（读作负无穷大），则可类似地表示无限区间. 例如，

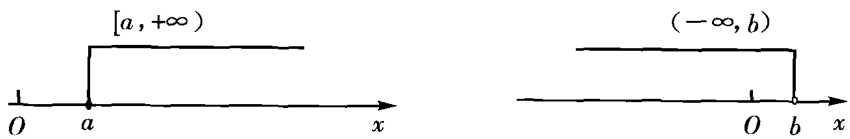
$$[a,+\infty)=\{x|a\leqslant x\},(-\infty,b)=\{x|x<b\}.$$

这两个无限区间在数轴上如图 1-2(a) 和图 1-2(b) 所示.



(a) (b)

图 1-1



(a) (b)

图 1-2

全体实数的集合 **R** 也可记作 $(-\infty,+\infty)$，它也是无限区间.

以后在不需要辨明所讨论区间是否包含端点，以及是有限区间还是无限区间的场合，就简单地称它为“区间”，通常用 I 表示.

邻域也是一个经常用到的概念. 以点 a 为中心的任何开区间称为点 a 的邻域，记作 $U(a)$.

设 δ 是任一正数，则开区间 $(a-\delta,a+\delta)$ 就是点 a 的一个邻域，这个邻域称为点 a 的 δ 邻域，记作 $U(a,\delta)$，即

$$U(a,\delta)=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}.$$

点 a 称为该邻域的中心，δ 称为该邻域的半径(见图 1-3).

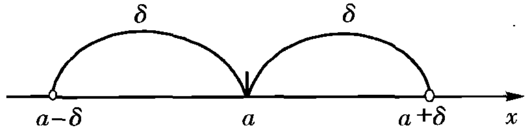


图 1-3

由于 $a-\delta<x<a+\delta$ 相当于 $|x-a|<\delta$，因此

$$U(a,\delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}.$$

因为 $|x-a|$ 表示点 x 与点 a 间的距离，所以 $U(a,\delta)$ 表示：数轴上与点 a 的距离小于 δ 的点 x 的全体.

有时用到的邻域需要把邻域的中心去掉，点 a 的 δ 邻域去掉中心 a 后，称为点 a 的空心 δ 邻域，记作 $\mathring{U}(a,\delta)$，即

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}.$$

这里 $|x-a|>0$ 表示 $x\neq a$.

为了方便，有时把开区间 $(a-\delta,a)$ 称为 a 的左 δ 邻域，把开区间 $(a,a+\delta)$ 称为 a 的右 δ 邻域.

习题 1-1

1. 用列举法表示下列集合.

(1) 方程 $x^2-3x-4=0$ 的根的集合.

(2) 抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 交点的集合.

(3) 集合 $\{x \mid |x-1|\leqslant 3$ 的整数$\}$.

2. 用描述法表示下列集合.

(1) 小于 3 的所有实数集合.

(2) 圆 $x^2+y^2=1$ 内部(不包含圆周)一切点的集合.

(3) 抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 交点的集合.

3. 如果全集 $I=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,4,6\}$，求：

(1) $A\cap B$，(2) A'，(3) $(A\cup B)'$，(4) $A-B$，(5) $A\cap B'$.

4. 已知 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{a,b,c\}$，求 $A\times B$.

5. 某班有学生 50 人，其中 30 人订日报，20 人订晚报，两种报纸都订的有 10 人，试用集

合关系表示下列各类学生，并计算出学生的数目.

(1) 至少订一种报纸的学生.

(2) 不订报纸的学生.

(3) 只订晚报不订日报的学生.

6. 解下列不等式.

(1) $|x-2|<3$. (2) $0<|2x-3|<1$.

7. 用区间表示下列点集，并在数轴上表示出来.

(1) $A=\{x \mid |x+1|<2\}$. (2) $B=\{x \mid 1<|x-2|<3\}$.

第二节 函 数

一、函数的概念

在观察自然现象和应用技术的过程中，会遇到各种不同的量，其中有的量在这一过程中不发生变化，这种量叫做**常量**；还有一些量在这一过程中是不断变化着的，也就是可以取不同的数值，这种量叫做**变量**.

通常用字母 a、b、c 等表示常量，用字母 x、y、u 等表示变量.

定义 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的非空数集. 如果对于每个数 $x\in D$，按照一定的对应法则 f，总有唯一确定的数值 y 和它对应，则称对应法则 f 为定义在数集 D 上的一个函数，或称变量 y 是变量 x 的**函数**，记作 $y=f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的**定义域**，x 叫做**自变量**，y 叫做**因变量**.

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，通过对应法则 f，与 x_0 对应的 y 的数值 y_0 称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$. 当 x 取遍 D 的各个数值时，对应函数值的全体组成的数集 $W=\{y \mid y=f(x), x\in D\}$ 称为函数的值域.

函数 $y=f(x)$ 中表示对应法则的记号 f 也可用其他字母表示，如 φ、F 等，这时函数就记作 $y=\varphi(x)$，$y=F(x)$.

在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义确定的. 在数学中，有时不考虑函数的实际意义，而抽象地研究用算式表达的函数，这时函数的定义域就是使算式有意义的自变量取值的全体所组成的集合.

定义域和对应法则是函数的两个要素. 只要定义域相同，且 f 代表同一对应法则，则 $y=f(x)$ 和 $u=f(v)$ 就是同一个函数，而与自变量和因变量用什么字母表示无关.

如果自变量在定义域内任取一个数值时，对应的函数值不唯一，以前叫做多值函数. 以后