

■ 高等学校理工科力学类规划教材

# 基础力学实验

## Mechanics Experiment

主编 刘维波 张小鹏



大连理工大学出版社  
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

■ 高等学校理工科力学类规划教材

# 基础力学实验

## Mechanics Experiment

主编 刘维波 张小鹏



大连理工大学出版社  
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

**图书在版编目(CIP)数据**

基础力学实验 / 刘维波, 张小鹏主编. — 大连 :  
大连理工大学出版社, 2011. 8  
ISBN 978-7-5611-6406-8

I. ①基… II. ①刘… ②张… III. ①力学—实验  
IV. ①O3-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 159821 号

**大连理工大学出版社出版**

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023  
发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466  
E-mail:dutp@dutp.cn URL:<http://www.dutp.cn>  
大连业发印刷有限公司印制 大连理工大学出版社发行

---

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:7.5 字数:166 千字  
2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

---

责任编辑:于建辉 责任校对:李云霄  
封面设计:季 强

---

ISBN 978-7-5611-6406-8 定 价:15.00 元

# 前　　言

基础力学实验涵盖了理论力学实验和材料力学实验的有关内容，并形成一个新的基础力学实验教学体系。新体系把实验课作为一门课程，与理论课教学相互渗透，相辅相成。不仅帮助学生深入掌握课程的理论内容，更重要的是帮助学生提高动手能力，培养学生的工程意识和创新精神，让学生学会使用实验手段观察力学现象，探索力学规律，训练力学实验基本技能，为解决工程实际力学问题奠定良好的基础。

为适应我国高等学校教育改革的要求，近年来，基础力学实验教学从实验内容、实验方法、实验手段等方面均发生了很大变化。基础实验质量得到全面提升，一批新开发的电测应力分析实验、综合性、设计性实验逐渐成熟。为适应新的教学要求，以及教学设备和相关实验标准更新的要求，我们编写了《基础力学实验》一书，在本书编写过程中，力图体现以下原则：

(1) 在基础实验中，对学生进行基本知识、基本概念、基本方法和基本技能的系统训练，实验步骤叙述尽可能详尽，具有可操作性；综合性实验主要培养学生的综合、分析、创新能力，有助于学生开动脑筋，充分应用所学的知识，提高动手能力和创新能力；设计性实验只提出设计任务，实验方案由学生自行拟定，培养学生自主学习的能力，注重培养学生的想象力、创造力和研究能力，有利于其潜力的开发。

(2) 实验教学内容与科学研究项目和工程问题密切联系，形成良性互动。书中部分实验项目是从科研内容、工程实际中简化来的实验问题，有较强的研究和工程应用背景。有利于加强学生的工程概念和工程意识，培养学生用实验手段解决工程实际问题的能力，是培养学生创新精神的重要途径，对于增强学生的社会适应性非常重要。

(3) 为了适应现代科研和工程问题的需要，在测试方法上与国家最新标准相一致。实验全部采用新标准、新符号，使学生掌握最新标准的测试方法。对金属材料拉伸、压缩、扭转、冲击、疲劳等实验实现标准化的要求。

本书共安排 30 个实验，其中 10 个理论力学实验，7 个材料的力学性能实验，8 个电测静应力分析实验，5 个综合性、设计性实验，供不同专业和不同学时要求选用。

本书第 1.4、1.7、1.8 节由刘增利编写，第 1.10 节由邢怀念编写，第 2 章由张小鹏编写，

第 4.2、4.5 节由李光伟编写,其余章节由刘维波编写。本书由刘维波统稿并最后定稿。

本书的出版得到了大连理工大学教务处的大力支持;李洪升教授、王守新教授对书稿进行了审阅,提出了许多宝贵建议;同时还得到了李光伟、李锋两位老师的帮助;此外,还参考了国内一些力学实验教材,在此一并表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,书中难免存在一些错误和不足之处,敬请读者批评指正。

编 者

2011 年 6 月

于大连理工大学

---

# 目 录

## 第 1 章 理论力学实验 /1

- 1.1 概述 /1
- 1.2 理论力学创新与应用演示实验 /1
- 1.3 单自由度系统强迫振动的幅频特性、固有频率和阻尼比的测定 /6
- 1.4 单自由度系统自由衰减振动的固有频率和阻尼比的测定 /8
- 1.5 二自由度和多自由度系统各阶固有频率及主振型的测定 /11
- 1.6 索力测量 /14
- 1.7 材料的动静摩擦因数测定实验 /16
- 1.8 惠氏急回系统机构分析实验 /19
- 1.9 动力吸振器吸振实验 /21
- 1.10 自设计实验(小论文) /23

## 第 2 章 材料的力学性能实验 /26

- 2.1 概述 /26
- 2.2 拉伸实验 /26
- 2.3 压缩实验 /31
- 2.4 扭转实验 /34
- 2.5 切变模量 G 的测定实验 /38
- 2.6 冲击实验 /39
- 2.7 金属疲劳实验 /41

## 第 3 章 电测静应力分析实验 /46

- 3.1 概述 /46
- 3.2 电测法的基本原理与测试技术 /46
- 3.3 弹性模量 E 及泊松比  $\mu$  的测定 /56
- 3.4 叠梁三点弯曲正应力的测定 /58

## 3.5 薄壁圆管弯曲、扭转组合应力的测定 /61

- 3.6 偏心拉伸实验 /67
- 3.7 压杆稳定实验 /69
- 3.8 应变片灵敏系数标定实验 /72

## 第 4 章 综合性、设计性实验 /76

- 4.1 电阻应变式压力传感器制作原理实验 /76
- 4.2 钢结构高强度螺栓连接抗滑移因数测定 /79
- 4.3 刚架与桁架实验 /82
- 4.4 双角钢式脚手架应力测试与分析实验 /85
- 4.5 开口薄壁梁弯曲中心及内力分量测定实验 /87

## 第 5 章 常用仪器设备 /91

- 5.1 电子万能试验机 /91
- 5.2 扭转试验机 /94
- 5.3 电子扭转试验机 /97
- 5.4 弯扭组合实验装置 /100
- 5.5 电阻应变仪 /101

## 附录 误差分析与数据处理 /105

- 一、误差的基本概念 /105
- 二、有效数字及数据运算 /109
- 三、实验数据处理 /111

## 参考文献 /114

# 第1章 理论力学实验

## 1.1 概述

理论力学是一门理论性较强的技术基础课,是现代工程基础理论之一,在日常生活和工程技术各领域都有着广泛的应用。这门学科的理论比较抽象,真正掌握也较困难,这里介绍理论力学的几个实验有较好的启发性,让学生在做实验过程中既动手又动脑,达到培养学生的创新思维和科学实验能力的目的。

## 1.2 理论力学创新与应用演示实验

这套理论力学创新与应用演示教学系统分静力学、运动学、动力学三部分内容,配置了曲柄滚轮挤水拖把,压延机的摩擦因数问题,翻倒问题与起重机的稳定度,推土机的机构运动与分析,房屋抗震特性分析等,共计三十余种演示和应用理论力学原理的日常生活用具、教具、器材等。这里选取部分内容介绍如下。

### (一) 轿车千斤顶

#### 【实验目的】

- (1)了解轿车千斤顶设计的基本原理。
- (2)对平面汇交力系分析、虚位移原理、自锁条件等有进一步的认识。

#### 【实验装置】

桑塔纳轿车用千斤顶。

#### 【实验原理】

轿车用千斤顶的外形如图 1-2-1 所示,工作原理如图 1-2-2 所示。它由铰接的四连杆系和穿过两个铰接点的螺杆以及基座、支撑座等组成。通过旋转摇臂,驱动螺杆旋转,拉近两个铰点 E、B 之间的距离,使得支撑座抬升,顶起轿车。这里用到了理论力学的三个知识点。

##### (1)受力分析

千斤顶的上部两根支撑杆可简化为二力杆,支撑座 A 的受力如图 1-2-1(b)所示,为平面汇交力系。已知轿车重力 G,可求出两杆压力  $F_1$  和  $F_2$ 。

##### (2)虚功原理

若已知摇臂作用扭矩 M,使螺杆旋转  $\delta\phi$ ,压重 G 的支撑座 A 抬升  $\delta z$ ,由虚位移原理可

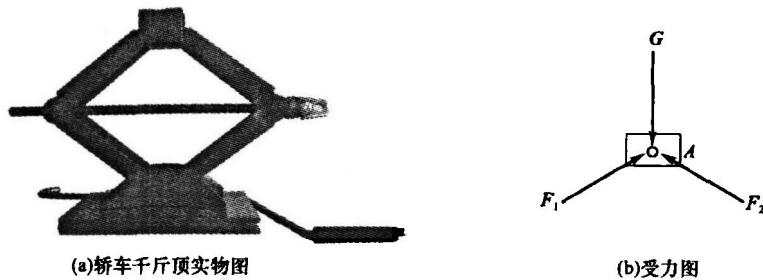


图 1-2-1 轿车千斤顶及支撑座受力分析

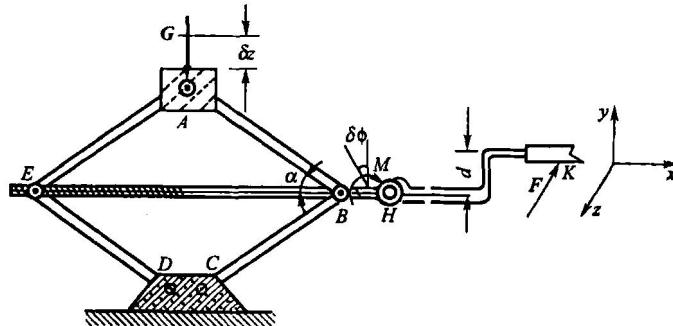


图 1-2-2 轿车千斤顶工作原理示意图

得

$$\delta W = G \cdot \delta z - M \cdot \delta \phi$$

若不计摩擦,可认为  $\delta W=0$ ,则

$$M = G \frac{\delta z}{\delta \phi} \quad (1-2-1)$$

可见,要将重物  $G$  抬升  $\delta z$  的距离,所需的扭矩与螺杆转过的角度  $\delta\phi$  成反比, $\delta\phi$  越大,所需的外力矩越小。但螺杆的行程是由  $\delta z$  决定的,在同样的行程内, $\delta z$  越大,意味着螺距越小,螺纹越密,螺纹的升角越小,千斤顶正是根据这种原理设计的。若  $\delta z=1.6 \text{ mm}$ , $\delta\phi=0.4\pi$ ,支撑重力  $G=10000 \text{ N}$ ,代入式(1-2-1)可得  $M \approx 13 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。若转动力臂  $d=100 \text{ mm}$ ,可求得  $F=M/d=130 \text{ N}$ 。所以,手摇这样一个千斤顶并不费力。

### (3) 自锁

螺杆在推进过程中受到因车重  $G$  引起的  $AE$ 、 $ED$  两杆轴力作用于螺母上的反力  $Q$  的作用, 这相当于螺母作为滑块作用于斜面上的问题, 如图 1-2-3 所示。根据自锁条件, 相当于斜面的螺纹升角  $\alpha$  必须小于摩擦角  $\phi_m$ , 才能保证螺杆不会自动倒转。 $\alpha \leq \phi_m$  是螺杆设计的基本依据。

## (二) 自动套鞋机

## 【实验目的】

- (1) 了解曲柄滑块机构在自动套鞋机中的具体应用。
  - (2) 了解刚体的基本运动形式。

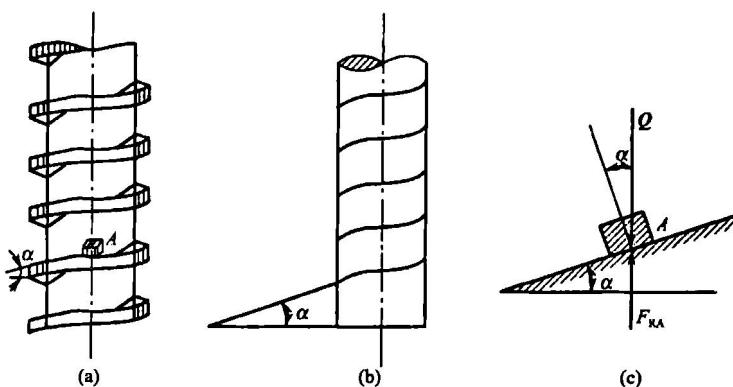


图 1-2-3 螺纹的自锁

**【实验装置】**

自动套鞋机,塑料鞋套等。

**【实验原理】**

自动套鞋机的外形如图 1-2-4 所示,工作原理如图 1-2-5 所示。每个鞋套带有 4 个套环,分别套在套鞋机 4 角的 4 个立柱上,每 10 个鞋套为一组叠放在一起。通过杠杆与滑块机构的联动,推动 4 个套环依次释放,完成自动套鞋工作,并依靠弹簧复位,进入下一步套鞋准备。其工作原理与联动过程如下。

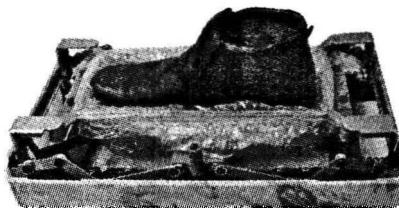


图 1-2-4 自动套鞋机

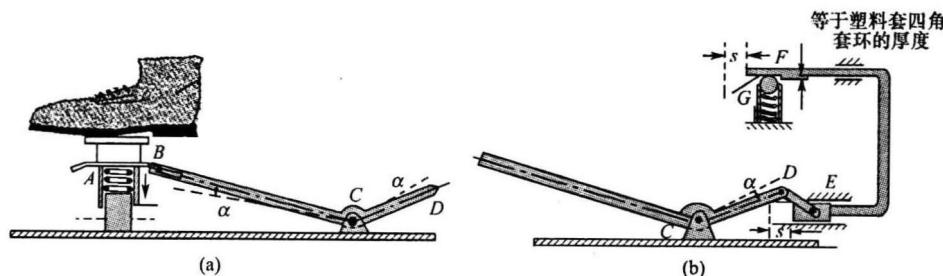


图 1-2-5 套鞋机的工作原理示意图

- (1) 将脚踏入套鞋机,踩动踏板 AB, 驱动摆杆 BCD 逆时针转一个角度  $\alpha$ 。
- (2) BCD 的转动通过连杆 DE 带动滑块 E 向左移动约 10 mm 的距离  $s$ 。
- (3) 和滑块 E 连在一起的槽形杆 EF 被拉动左移同样的距离  $s$ 。
- (4) 套有鞋套套环的立柱顶部通过一个弹簧支撑的内部小球和槽杆 EF 紧密接触,立柱上的套环也受弹簧支撑挤压在槽杆 F 触点的下部。槽杆在 F 触点附近有一个和套环相同厚度的凸台,当槽杆向左移动  $s$  时,该凸台刚好推动最顶部的一个套环脱离立柱约束予以释

放。4个套环一起被释放后，依靠鞋套的松紧带完成套鞋工作。

(5) 抬起脚后，依靠各部件的弹簧完成复位，下一个鞋套的4个套环升到立柱顶部，处于预备状态。

### (三) 微型电机效率测定

机械效率是反映机械性能的重要指标。测定机械效率涉及功率方程的概念以及功率、力矩、转速的关系等问题。

力在单位时间内所做的功称为该力的功率。若在  $dt$  时间内，力  $F$  的元功  $dW = F \cdot r$ ，则此力的功率为

$$P = \frac{dW}{dt} = F \cdot \frac{dr}{dt} = F \cdot v \quad (1-2-2)$$

即力的功率等于力与速度的数量积，或者说等于力在速度上的投影和速度的乘积。其中， $r$  为物体的位移矢量； $v$  为物体运动的速度矢量。对于力矩  $M$  使物体在平面内转动的情况，因为  $dW = M d\phi$ ，力矩的功率变为

$$P = \frac{dW}{dt} = M \frac{d\phi}{dt} = M\omega \quad (1-2-3)$$

其中， $\omega$  为物体转动的角速度。功率的单位为牛·米/秒(N·m/s)，称为瓦特(W)。在电的单位制中等于1安培×1伏特(A·V)。

对于机器的做功问题，输入功率  $P_1$  一部分转化为有用功率  $P_2$ ，一部分转化为无用功率  $P_3$ ，若以  $T$  表示机器运转的动能，由功率方程可得

$$\frac{dT}{dt} = P_1 - P_2 - P_3$$

当机器正常运转时， $\frac{dT}{dt} = 0$ ，就有

$$P_1 = P_2 + P_3$$

所谓机械效率是指有用功占输入功的百分比。

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% \quad (1-2-4)$$

本实验的目的是通过测出机械的输入功和输出有用功，计算机械的机械效率。测量对象为微型直流小电机，这种小电机的应用十分广泛，如剃须刀用小电机、电吹风用小电机等。

#### 【实验目的】

- (1) 理解与掌握功率、力矩、转速三者的关系。
- (2) 学会简单测试小型动力机的效率。

#### 【实验装置与仪器】

- (1) 测力计，测力架，砝码等。
- (2) 变功率直流电源，转速表。
- (3) 小直流电机。

#### 【实验原理】

测量小电机的效率需要测出电机的输入和输出功率。

输入功率通过测量输入电机的直流电压和电流强度获得。若输入电压为  $U(V)$ ，电流

强度为  $I$ (A), 则输入功率为

$$P_1 = UI \quad (\text{N} \cdot \text{m}/\text{s}) \quad (1-2-5)$$

实验测量装置如图 1-2-6(a)所示, 220 V 交流电压输入直流整流器, 输出为直流电。该电源有电压仪表与电流仪表指示, 并有粗调和细调两挡, 能够调节和指示输入到直流电机的电压  $U$  和电流强度  $I$ 。

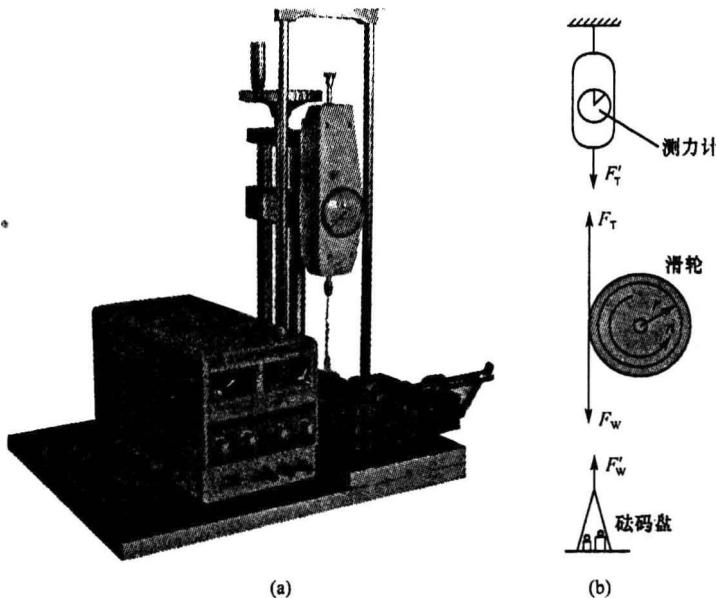


图 1-2-6 微型电机效率测定

输出功率在这里是根据功率、转速、扭矩的关系, 通过测量电机输出的转速和扭矩获得的。若输出功率为  $P_2$ (kW), 作用于输出转轴上的外力扭矩为  $M$ (N·m), 轴的转速为  $n$ (r/min), 根据式(1-2-3), 并注意到  $\omega = 2\pi n/60$ , 即可得到

$$P_2 = \frac{Mn}{9550} \quad (\text{kW}) \quad (1-2-6)$$

为了测量电机的输出扭矩, 用一根细线绳绕过固定在电机输出轴上的滑轮, 一端悬挂在测力计上, 一端悬挂一砝码盘, 如图 1-2-6(b)所示。当电机不转时, 忽略滑轮摩擦, 测力计读数和砝码重量相同; 当电机旋转时, 由于滑轮对线绳的摩擦阻力, 砝码重量和测力计读数不再相等。设测力计读数为  $F_T$ , 砝码重  $F_w$ , 滑轮半径  $r$ , 则

$$M = (F_T - F_w)r \quad (\text{N} \cdot \text{m}) \quad (1-2-7)$$

所以, 测得转速  $n$  后, 即可根据式(1-2-6)求得输出功率。

#### 【实验步骤】

- (1) 将直流小电机夹在隔磁的小老虎钳台上, 不要太紧也不宜太松, 以不动为准。
- (2) 接好直流电源。正向接线, 电机顺时针转; 反向接线, 电机逆时针转。测试力矩时, 电机的转向要与图 1-2-6(b)所示一致。
- (3) 调整测力计回零, 选择合适的砝码挂在细绳下, 让细绳绕过电机滑轮, 悬挂在测力计下; 调整好电机位置, 让砝码与测力计成一垂线。
- (4) 先在滑轮上贴一条反光线, 摆放好红外线转速仪, 发光头对准滑轮。当此线闪光次

数与转速表内闪光次数一致时,读数为每分钟转数(r/min)。

(5)打开电源开关,调整电压增加到某一值,记录转速、测力计、砝码重等各个数据;退回到零,将电压增加到第二值,再记录测试数据,连续进行五六次。

(6)关闭电源,整理好设备仪器。

#### 【数据处理】

(1)按式(1-2-5)~式(1-2-7)求各次实验的电机输入、输出功率  $P_1$ 、 $P_2$ 。

(2)按式(1-2-4)计算各次实验的电机效率。

(3)以输出功率  $P_2$  为横坐标,以电机效率  $\eta$  为纵坐标,画出电机的输出功率-效率曲线图。

(4)分析此电机在使用的转速下效率为多少?

## 1.3 单自由度系统强迫振动的幅频特性、固有频率和阻尼比的测定

工程中有大量的构件在动荷载下工作,它们在外界激振力的作用下会产生强迫振动,当外激振力频率接近结构的自振频率时,结构就会产生共振现象,使变形急剧增加而产生危险。因此,测得其自振频率,避免外激振力的频率与之接近,是工程中的一项至关重要的工作。

#### 【实验目的】

(1)学会测量单自由度系统强迫振动的幅频特性曲线。

(2)学会根据幅频特性曲线确定系统的固有频率  $f_0$  和阻尼比。

#### 【实验装置与仪器】

实验装置与仪器:振动实验台、扫频信号源、数采分析仪、计算机、激振器、速度传感器、简支梁、质量块。

实验装置如图 1-3-1 所示。

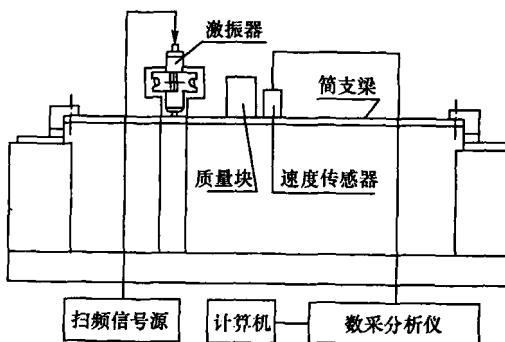


图 1-3-1 单自由度强迫振动实验装置及仪器框图

#### 【实验原理】

单自由度系统的力学模型如图 1-3-2 所示。在正弦激振力的作用下,系统作简谐强迫振动。设激振力  $F$  的幅值为  $B$ 、圆频率为  $\omega$ (频率  $f=\omega/2\pi$ ),系统的运动微分方程式为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad (1-3-1)$$

亦可写为

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = F/m \quad (1-3-2)$$

或

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = F/m \quad (1-3-3)$$

式中  $\omega_0$  —— 系统固有圆频率,  $\omega_0^2 = k/m$ ;

$n$  —— 阻尼系数,  $n = c/2m$ ;

$\zeta$  —— 阻尼比,  $\zeta = n/\omega_0$ ;

$F$  —— 激振力,  $F = B\sin\omega t = B\sin(2\pi ft)$ 。

这就是有阻尼强迫振动微分方程。它是一个二阶常系数线性非齐次微分方程。它的通解由两部分组成,一部分为方程的齐次解,一部分为方程的特解。方程的齐次解是一个指数衰减型的解,随着时间的推移将变为零。而特解部分为简谐函数,且其频率与非齐次项正弦函数的频率一致,即该特解为

$$x = A\sin(\omega t - \varphi) = A\sin(2\pi ft - \varphi) \quad (1-3-4)$$

式中  $A$  —— 强迫振动振幅;

$\varphi$  —— 初相位。

$$A = \frac{B/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}} \quad (1-3-5)$$

此式即为系统的幅频特性。将该振动幅值与激振频率的关系用图形表示,如图 1-3-3 所示,即为强迫振动的幅频特性曲线。在此曲线中,振幅最大时对应的频率称为系统的共振频率。当考虑系统的阻尼时,共振频率为  $f_r = f_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2}$ 。在实际工程应用中,阻尼一般比较小,故一般以固有频率  $f_0$  作为系统的共振频率  $f_r$ 。因此,在小阻尼的情况下,可以采用共振法,即强迫振动下的共振频率作为系统的固有频率。

同样,在小阻尼作用下,可推导得

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{2f_0} \quad (1-3-6)$$

其中  $f_0$  —— 系统的固有频率,即对应幅频特性曲线中最大振幅的频率(Hz);

$f_1$  —— 幅频特性曲线中  $f_0$  左侧对应最大振幅 0.707 倍位置的频率(Hz);

$f_2$  —— 幅频特性曲线中  $f_0$  右侧对应最大振幅 0.707 倍位置的频率(Hz)。

$f_1$ 、 $f_2$  可通过中间差值方法得到,此方法又称为 0.707 法,如图 1-3-3 所示。

### 【实验步骤】

#### (1) 检查仪器设备的连接情况

① 激振器放置在简支梁上(不要超过激振杆上的红线标识),将质量块固定到简支梁上,速度传感器放置在质量块附近。

② 扫频信号源输出频率信号传送给激振器,连接到数采分析仪 1—1 通道。

③ 速度传感器将梁振动的速度信号输入到数采分析仪 1—2 通道。

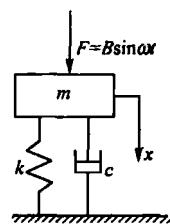


图 1-3-2 单自由度力学模型

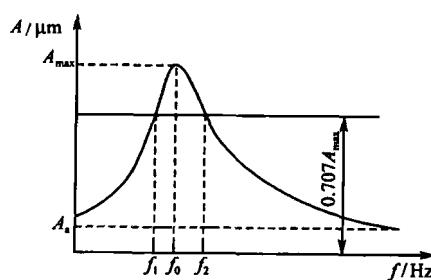


图 1-3-3 幅频特性曲线

### (2) 设置仪器

打开电脑,先不要开启软件;打开扫频信号源和数采分析仪电源;打开电脑中的采集分析软件(双击:DH5923 数据采集分析图标),点击文件菜单,新建一个文件(文件名自定),设置采样频率为 500 Hz,检查通道参数。在数据显示窗口内点击鼠标右键,点击选择信号,选择显示 1—2 通道时间波形和 1—2 通道 FFT 实时谱。

### (3) 对通道进行平衡。

### (4) 对所有通道清零。

(5) 调节扫频信号源的电压:①按类型键选择正弦定频;②按设置键设置起频( $\square \triangle \nabla$ ) 10 Hz,按确认键;③按开始键;④按电压调节 $\triangle$ 键 2 秒,电压达到 4 000 mV 时按 $\nabla$ 即停止。

### (6) 启动采样(点击显示窗口右侧工具栏中的采样按钮 $\triangleright$ )。

(7) 在 FFT 实时谱显示窗口内点击鼠标右键,选择光标中峰值搜索,在数据框中显示 X、Y 数据(曲线上的一点)。

(8) 继续调节频率,按 $\triangle$ 键从 10 Hz 逐渐增大到 80 Hz,每间隔 2~5 Hz 采集一次数据,将频率和振幅(峰值)记录到数据表 1-3-1 中,在共振区附近适当减小频率间隔。

### 【数据处理】

#### (1) 实验数据

将实验数据填入表 1-3-1 中。

表 1-3-1                   实验原始数据表

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
频率/Hz															
振幅/ $\mu\text{m}$															

(2) 根据表 1-3-1 中的实验数据绘制系统强迫振动的幅频特性曲线。

(3) 确定系统固有频率  $f_0$ 。

幅频特性曲线共振峰上的最高点对应的频率近似等于系统固有频率。

(4) 确定阻尼比  $\zeta$ 。

按图 1-3-3 计算  $0.707A_{\max}$ ,然后在幅频特性曲线上确定  $f_1$ 、 $f_2$  值,利用式(1-3-6)计算阻尼比。

### 【思考题】

(1) 举出系统强迫振动的工程实例,说明其运动规律和响应特性。

(2) 分析讨论材料的阻尼是由什么引起的。

## 1.4 单自由度系统自由衰减振动的 固有频率和阻尼比的测定

### 【实验目的】

(1) 深刻理解单自由度系统衰减振动的基本规律。

(2) 学会采用自由衰减振动方法测定系统的固有频率和阻尼比。

**【实验装置与仪器】**

实验装置与仪器：振动实验台、数采分析仪、计算机、速度传感器、简支梁、质量块、力锤。

实验装置如图 1-4-1 所示。

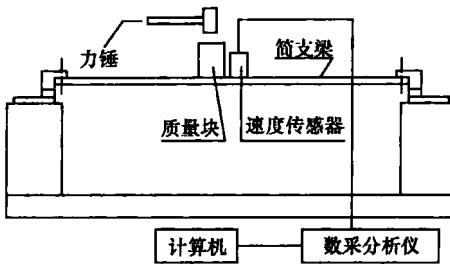


图 1-4-1 单自由度自由衰减振动实验装置及仪器框图

**【实验原理】**

单自由度系统的力学模型如图 1-4-2 所示。系统在受到外部激振力的瞬间激振作用后，撤除外力系统将产生自由振动，当系统没有阻尼或阻尼非常小时，系统的运动为简谐振动，当有阻尼作用时，系统将作自由衰减振动，其振动系统的运动微分方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

或改写为

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1-4-1)$$

式中  $\omega_0$ ——系统固有圆频率

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$n$ ——阻尼系数

$$n = c/2m$$

式(1-4-1)就是有阻尼单自由度系统振动微分方程。它是一个二阶常系数线性齐次微分方程，其通解可以根据欧拉公式写为

$$x = A e^{-nt} \sin(\omega_d t + \varphi) \quad (1-4-2)$$

式中  $A$ ——自由振动的幅值；

$\varphi$ ——初始相位；

$\omega_d$ ——自由衰减振动的圆频率

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - n^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$\zeta$ ——阻尼比

$$\zeta = n/\omega_0$$

在一般情况下，由于  $\zeta \ll 1$ ，因此可以认为  $\omega_d \approx \omega_0$ 。如以  $A_i$  表示在  $t_i$  时的振幅， $A_{i+1}$  表示经过一个周期后，即在  $t_{i+1} = t_i + T_d$  时的振幅， $T_d$  为有阻尼振动的周期， $T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$ ，由式(1-4-2)得

$$A_i = A e^{-nt_i}$$

$$A_{i+1} = A e^{-n(t_i + T_d)}$$

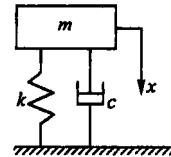


图 1-4-2 力学模型

则  $\frac{A_i}{A_{i+1}} = e^{-nT_d}$ 。令  $\delta = nT_d$ , 则  $\delta = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}$ ,  $n = \frac{\delta}{T_d}$ 。由此可见, 有阻尼自由振动呈指数递减, 且任意两振幅的比值为一常数, 又有阻尼比

$$\zeta = \frac{n}{\omega_0} = \frac{\delta}{\omega_0 T_d} = \frac{\delta}{2\pi} \left( \frac{\omega_d}{\omega_0} \right)$$

再由  $\omega_d \approx \omega_0$ , 得阻尼比  $\zeta = \frac{\delta}{2\pi}$ 。为了减小测量误差, 需要测量  $N$  个周期下的两个振幅  $A_i$  和  $A_{i+N}$ , 此时阻尼比计算公式为

$$\zeta = \frac{1}{2\pi N} \ln \frac{A_i}{A_{i+N}} \quad (1-4-3)$$

图 1-4-3 是单自由度系统衰减振动的位移曲线。由此可以定义振幅的对数衰减式中的参数为图 1-4-3 曲线的同一方向的第  $i$  个和第  $i+N$  个峰值, 衰减振动的周期为

$$T_d = \frac{t}{N} \quad (1-4-4)$$

式中  $t$ —采集有效波形所用的时间;

$N$ —周期数。

系统的固有频率

$$f_0 = \frac{1}{T_d} \quad (1-4-5)$$

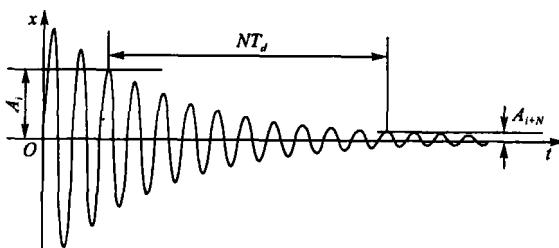


图 1-4-3 单自由度系统衰减振动的位移曲线

### 【实验步骤】

- (1) 将钢材料简支梁安装到综合实验台的两个支点上, 使其固定, 并安装质量块。
- (2) 将速度传感器置于简支梁上, 其输出端接入数采分析仪, 打开计算机, 进入数据采集与处理系统界面, 设置好相关参数, 采样频率为 1 kHz, 采样方式为瞬态, 平均方式为线性平均。
- (3) 打开一个数据窗口, 在数据显示窗口内点击鼠标右键, 点击选择信号, 选择显示 1—2 通道时间波形。
- (4) 触发采样: 用力锤轻轻敲击一下简支梁, 系统的响应是一个衰减的正弦波形。
- (5) 在时间波形窗口内点击鼠标右键, 选择双光标搜索, 取出一段有效波形, 记录衰减振动过程中的相关数据。
- (6) 实验结束后, 由教师检查数据, 并关闭电源, 清理现场。

### 【数据处理】

- (1) 根据衰减振动波形图计算系统固有频率、阻尼比。
- (2) 将计算结果整理后填入表 1-4-1。

表 1-4-1

分析计算数据表

周期数 $N$	时间 $t$	周期 $T_d$	第 $i$ 个幅值 $A_i$	第 $i+N$ 个幅值 $A_{i+N}$	阻尼比 $\zeta$	固有频率 $f_0$

**【思考题】**

将自由衰减法与强迫振动法所测得的固有频率及阻尼比进行对比, 讨论两种测试方法的适用范围。

## 1.5 二自由度和多自由度系统各阶 固有频率及主振型的测定

**【实验目的】**

- (1) 学会用共振法确定二自由度系统和多自由度系统的各阶固有频率。
- (2) 观察二自由度系统和多自由度系统的各阶主振型。
- (3) 将实验所测得的各阶固有频率、主振型与理论计算值比较。

**【实验装置与仪器】**

实验装置与仪器: 振动实验台、非接触激振器、扫频信号源、固定在钢丝上的质量块、重锤、磁力表座。

实验装置如图 1-5-1 所示。

**【实验原理】**

## (1) 二自由度系统

二自由度系统力学模型如图 1-5-2 所示。把两个钢质量块  $m_1$ 、 $m_2$  (集中质量  $m_1 = m_2 = m$ ) 固定在钢丝绳上, 钢丝绳张力  $T$  用不同重量的重锤来调节, 从而构成一弦上有集中质量的横向振动系统。忽略钢丝绳的质量和阻尼作用, 便得到一个二自由度系统的模型。

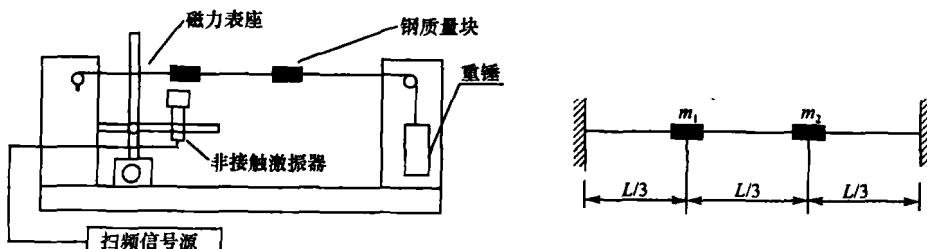


图 1-5-1 二自由度系统实验装置框图

图 1-5-2 二自由度系统力学模型

这样一个二自由度系统具有两个固有频率。当给系统一个激振力时, 系统发生振动, 该振动是两个主振型的叠加。当激振频率等于某一阶固有频率时, 系统的振动就是这一阶固有频率的主振型, 而另一阶振型的影响可忽略不计。在测定系统的固有频率时, 需要连续调整激振频率, 使系统出现某阶振型, 且振幅达到最大, 此时的激振频率即是该阶固有频率, 该振型即为该固有频率下的主振型。

由振动理论知:

$$M\ddot{X} + KX = 0$$

(1-5-1)