

机 械 原 理

机械原理及机械零件教研室编

西 北 工 业 大 学

1 9 6 5 . 8 .

目 录

| | |
|---------------------------|----|
| 第一章 緒論 | 1 |
| § 1—1 机械原理課程研究的內容及目的 | 1 |
| § 1—2 机构运动简图 | 1 |
| 第二章 机械的受力和作功 | 4 |
| § 2—1 作用在机械上的力 | 4 |
| § 2—2 构件慣性力的确定 | 5 |
| § 2—3 运动副中的摩擦 | 6 |
| § 2—4 机械的效率 | 11 |
| § 2—5 机械的自鎖 | 13 |
| 第三章 机械的運轉及其速度波动的調節 | 19 |
| § 3—1 概述 | 19 |
| § 3—2 已知力作用下机械的运动 | 20 |
| § 3—3 稳定運轉速度波动的調節 | 23 |
| § 3—4 調速器簡介 | 26 |
| 第四章 回轉构件的平衡 | 29 |
| § 4—1 概述 | 29 |
| § 4—2 回轉构件的靜平衡 | 29 |
| § 4—3 回轉构件的动平衡 | 32 |
| 第五章 凸輪机构及其設計 | 35 |
| § 5—1 概述 | 35 |
| § 5—2 凸輪机构的尺寸 | 37 |
| § 5—3 凸輪輪廓曲線的設計 | 38 |
| 第六章 齒輪机构及其設計 | 47 |
| § 6—1 齒輪机构的应用及分类 | 47 |
| § 6—2 齒廓嚙合的基本定律 | 49 |
| § 6—3 漸开線及其性质 | 50 |

| | |
|------------------------------|------------|
| § 6—4 漸開線齒廓的嚙合传动 | 53 |
| § 6—5 齒輪各部分的名称、漸開線標準齒輪各部分的尺寸 | 53 |
| § 6—6 漸開線齒輪正確嚙合的條件 | 55 |
| § 6—7 漸開線齒輪的嚙合传动及其基本参数 | 56 |
| § 6—8 漸開線齒輪任意圓上的齒厚 | 56 |
| § 6—9 漸開線齒輪传动的重迭系数 | 60 |
| § 6—10 齒輪加工的基本原理 | 62 |
| § 6—11 漸開線齒廓的根切現象 | 64 |
| § 6—12 无根切現象的漸開線標準齒輪的最小齒數 | 65 |
| § 6—13 漸開線齒輪的移距修正 | 65 |
| § 6—14 移距修正齒輪传动 | 67 |
| § 6—15 斜齒圓柱齒輪传动 | 74 |
| § 6—16 螺旋齒輪传动 | 79 |
| § 6—17 蝸輪蜗杆传动 | 80 |
| § 6—18 圓錐齒輪传动 | 82 |
| § 6—19 摆線齒輪传动概述 | 86 |
| § 6—20 圓弧點嚙合齒輪概述 | 89 |
| 第七章 輪系及其設計 | 94 |
| § 7—1 概述 | 94 |
| § 7—2 定軸輪系传动比的計算 | 95 |
| § 7—3 周轉輪系传动比的計算 | 96 |
| § 7—4 复合輪系传动比的計算 | 98 |
| § 7—5 行星輪系的設計 | 101 |
| § 7—6 輪系的应用 | 102 |
| 第八章 平面連桿機構及其設計 | 108 |
| § 8—1 概述 | 108 |
| § 8—2 鋸鏈四杆機構 | 108 |
| § 8—3 含一移动副的四杆機構 | 111 |
| § 8—4 四杆機構的設計 | 112 |
| § 8—5 平面連杆機構的应用 | 116 |
| 第九章 空間連桿機構簡介 | 119 |
| § 9—1 空間連杆機構的运动确定性 | 119 |
| § 9—2 空間四杆機構的位置分析 | 121 |
| 第十章 其他机构 | 124 |
| § 10—1 万向鋸鏈机构 | 124 |

| | | |
|-----------------------------|----------------------|------------|
| § 10—2 | 螺旋机构 | 126 |
| § 10—3 | 非圓形齒輪機構 | 127 |
| § 10—4 | 棘輪機構 | 128 |
| § 10—5 | 槽輪機構 | 130 |
| § 10—6 | 不完全齒輪及星輪機構 | 132 |
| § 10—7 | 擒縱機構 | 133 |
| 第十一章 常用的組合機構 | | 134 |
| § 11—1 | 联动凸輪機構 | 134 |
| § 11—2 | 齒輪—凸輪組合機構 | 135 |
| § 11—3 | 連杆—凸輪組合機構 | 136 |
| § 11—4 | 其他組合機構 | 137 |
| 第十二章 机械傳動系統的設計 | | 139 |
| § 12—1 | 概述 | 139 |
| § 12—2 | 机械的組成部分及各部分的职能 | 139 |
| § 12—3 | 机械传动系統的設計 | 141 |

第一章 緒論

§ 1—1 机械原理課程研究的內容及目的

机械原理是高等工业学校机械类专业教学計劃中規定必修的一門基础技术課程。这些专业的学生，将来不仅須学会使用一般机械設備，掌握分析研究其工作性能的方法，而且还应具有根据工作要求改装現有装备或創造新机械的基本能力。为此目的，在这些专业的教学計劃中，安排了一系列的基础技术課程和机械方面的专业課程，机械原理就是为此而設的基础技术課程之一。

在国民經濟的各个部門中，广泛地使用着各种各样的机械，它們各有不同的型式、結構和用途。机械原理，作为一門基础技术課程，它并不具体研究某种机械，而是研究各种机械的共性問題。具体說来，机械原理課程研究的內容可以概括为下列三个方面：

(1) 机械力学方面的問題：例如机械的运动分析、受力分析、机械效率、机械的運轉与調速以及平衡問題等。

(2) 各种常用机构的分析与設計問題：由于使用目的和工作原理的不同 机械虽是各式各样的，但就它們的构造而言，却几乎都是由齒輪机构、凸輪机构、連杆机构等等一些比較常用的机构或几种机构的組合而构成的。而这些机构各有其獨具的运动、动力及工作特性，并且不論它們用在那种机械中，它們的分析和設計方法都几乎是一样的。所以在机械原理課程中，将着重对这些机构的分析与設計問題进行較为詳細的研究，以达到举一反三的目的。

(3) 机械传动系統的設計問題：如上所述，各种机械都是由机构所构成的。然而根据机械的設計要求，究竟應該选用何种机构，各部分机构間又应如何配合和協調动作，尚是有待解决的問題。机械原理課程也将对机械传动系統設計中的这些問題加以簡要的介紹。

由上述可知，机械原理課程所研究的內容乃是分析研究現有机械和設計新机械的基础知識。这些知識不仅是学习机械零件、金属切削机床、机械制造工艺及其他有关专业課程的基础，而且也是同學們将来在实际工作中和在掌握新的科学技术成就促进生产的高度机械化和自动化方面所必須具备的。所以学好机械原理課程是十分必要的。

§ 1—2 机械运动簡图

不論是对已有机械进行分析，还是設計新机械，都必須首先画出足以表明其运动情况的机构运动簡图。为了能正确地画出机构运动簡图，下面我們先对机构的組成加以分析。

任何机构都是由若干个具有确定运动的物体所組成的。每一个这样的物体我們称为一个构件。（例如图1—1所示的內燃机机构就是由气缸4、活塞3、連杆2、曲軸1等构件組成的）。而每一个构件可能就是一个零件，也可能是由若干零件所构成的一个刚性系統（如

連杆是一个构件，但却是由連杆体、連杆头及螺栓、螺母等零件刚結而成的)。

机构中任何一个构件，最少須与另一构件相联接而保持一定的相对运动。两个构件这种可动的联接称为一个运动副。如軸与轴承的联接、輪齿与輪齿的联接以及滑块与导轨的联接等等均构成运动副。两构件上可能直接参加接触而构成运动副的部分称为运动副的元素。运动副元素为面接触的运动副称为低副，为点或線接触的运动副称为高副。又构成运动副的两构件間的相对运动若为平面运动，则該运动副称为平面运动副，若为空間运动則称为空間运动副。在平面运动副中只有所謂回轉副、移动副（均属低副）和平面高副三种，分別如图 1—2，1—3 及 1—4 所示。

在机构中都有一个固定的构件，特称为机架。而机构中以給定的独立运动規律运动的构件，称为原动件。其余构件則称为从动件。从动件的运动决定于机构的結構和原动件的运动規律。显然在具有一个自由度的机构中（一般机构多只具有一个自由度）只能有一个构件按給定的独立运动規律运动，即只可能有一个原动件。

根据机构中各构件間的相对运动为平面运动 或 空間运动，机构可分为平面机构和空間机构两种。其中平面机构得到了特別广泛的应用。

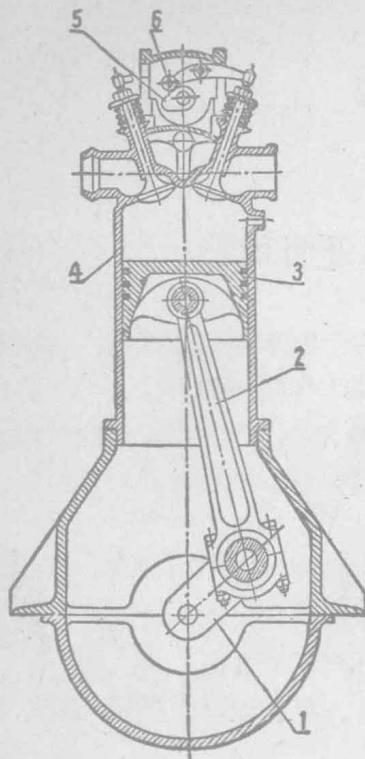


图 1—1

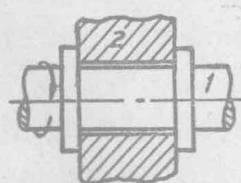


图 1—2

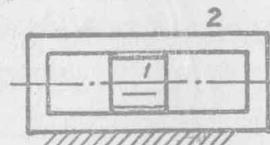


图 1—3

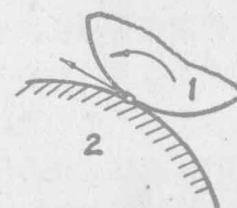


图 1—4

由于机构中各构件間的相对运动只与机构中运动副的性质（回轉副、移动副、高副）和某些尺寸参数（回轉副中心和移动副中心線的位置、高副元素的形状等）有关。所以：为了表明机构运动情况，可以用由运动副和构件的代表符号（表 1—1）所构成的简单图形按一定比例将其表示出来。这种表示机构运动情况的简单图形即所謂机构运动簡图。

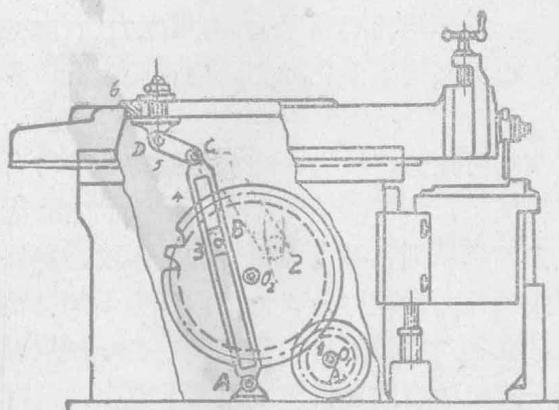
在繪制机构运动簡图时，可先使机构原动件緩緩运动，并循其运动传递的路線，仔細觀察机构有多少构件，彼此間組成何种运动副，然后再根据机构的尺寸选择适当的比例尺定出各运动副間的相对位置（回轉副中心及移动副中心線等）。于是即可以运动副和构件的代表符号将运动簡图繪出。

如图 1—5, a 所示为一牛头鉋床。由馬达带动的齒輪 1 駆动齒輪 2。可以繞齒輪 2 上之短軸 B 轉动的滑块 3 置于搖杆 4 的导槽中。当齒輪 2 轉动时，搖杆 4 往复摆动，从而通过連杆 5 而使鉋头 6 往复移动。图 b 为按上述步驟所繪出的該牛头鉋床的运动簡图。

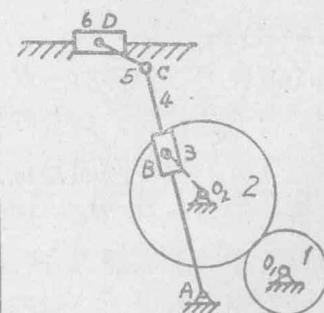
表 1-1

机构简图符号

| 符 号 | 代 表 意 义 | 符 号 | 代 表 意 义 |
|-----|-------------|-----|-----------|
| | 回轉副支座 | | 內啮合圓柱齒輪高副 |
| | 移动副支座 | | 圓錐齒輪高副 |
| | 在运动平面中的回轉副 | | 蝸輪蝸杆高副 |
| | 垂直运动平面的回轉副 | | 凸輪高副 |
| | 活套在軸上的輪子 | | 球面副 |
| | 移动副 | | 曲面高副 |
| | 与固定支座組成的移动副 | | 棘輪高副 |
| | 螺旋副 | | |
| | 外啮合圓柱齒輪高副 | | |
| | 齒輪与齿条啮合高副 | | |



a)



b)

图 1-5

第二章 机械的受力和作功

§ 2—1 作用在机械上的力

机械的运动过程，也是它传力和作功的过程。

机械在工作时，其构件上将受到各种的力。在这些力中，包括：（1）由外部加于机械上的原动力、生产阻力、重力和运动构件受到的空气、油液等的介质阻力；（2）运动构件在变速运动时产生的惯性力；（3）构件間彼此的作用力，亦即运动副中之反力。在运动副反力中，由惯性力所引起的部分特称为动反力或附加反力。又运动副反力可以分解为沿运动副元素之法綫和切綫两个方向的两个分力。法向分力称为正压力，而切向分力即摩擦力。

上述諸力对机械的运动将产生不同的影响，凡是驅使机械发生运动的力可統称为驅动力，而凡是阻止机械发生运动的力可統称为阻抗力。

驅动力与該力作用点的速度方向相同或成銳角，其所作的功为正，常称为驅动功。如推動內燃机活塞的燃气压力，加于发电机轉子上的力矩，以及原动机（內燃机、电动机等）施于工作机上的原动力等均为驅动力。

阻抗力与該力作用点之速度方向相反或成鈍角，其所作的功为负，常称为阻抗功。阻抗力又可分为有益阻力和有害阻力两种。

有益阻力即生产阻力。它是机械在生产过程中为了改变工作物之外形、位置、状态等所受到的阻力，克服这些阻力即完成了有益工作。如机床中作用于刀具上的切削力，起重机所起重物的重力等均为有益阻力。有益阻力作的功称为有益功。

有害阻力是机械在运动过程中所遇到的无用阻力，机械为了克服这些阻力所作的功是一种純粹的消耗。如摩擦力、介质阻力等一般即均为有害阻力。有害阻力所作的功称为損耗功。

作用于构件重心上的重力是一种大小方向均不变化的力，当重心上升时为阻抗力，当重心下降时則为驅动力。

构件产生的惯性力在构件加速运动时可視為阻抗力，在构件減速运动时可視為驅动力。

在对机械进行力分析时，对于低速机械，由于惯性力影响不大，故常略而不計，这样的力分析称为靜力分析。对于高速及重型的机械則常須考慮惯性力；不过，根据达倫貝爾原理，此时可将惯性力看做外力加于产生惯性力的构件上，而仍以靜力学的方法进行力的分析，这样的力分析称为动态靜力分析。又在对机械进行力分析时，在一般情况下，构件的重力也常略而不計。至于摩擦力，对于一般机械的力分析來說也常予忽略，但对于摩擦传动和制动机构來說則必須加以考虑。又在研究机械的效率和損耗时也必須求得运动副中的摩擦力。

不論是靜力分析还是动态靜力分析，所用的方法都是理論力学課程中所述的靜力学的方法。所以本課程将不再贅述。

§ 2—2 构件慣性力的确定

如上所述，若对高速和重型机械进行分析时常須考慮慣性力。关于构件慣性力的确定，可以根据理論力学的知识来解决。

如图 2—1 所示，为一作平面复合运动的构件，其各质点的慣性力可以簡化为作用于重心 s 上的慣性力 P_u 和一慣性力偶 M_u ，而

$$\begin{aligned} P_u &= -m\ddot{a}_s \\ M_u &= -J_s \varepsilon \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (2-1)$$

式中： ε 及 \ddot{a}_s 分別为构件的瞬时角加速度及其重心的加速度，而 J_s 为构件对于重心軸的轉动慣量。

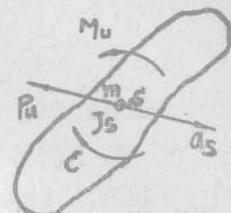


图 2—1

由上式可見，对于作直線运动的构件 ($\varepsilon = 0$) 将只可能有慣性力，对于繞过重心之定軸回轉的构件 ($a_s = 0$) 将只可能有慣性力偶，在这两种情况下，慣性力或慣性力偶的确定比較簡單。

但是，对于作平面复合运动的构件及繞不过重心之定軸回轉的构件來說，則可能既有慣性力又有慣性力偶，在这种情况下，既要求慣性力又要求慣性力偶，所以比較麻煩。为了使問題簡化起見，下图介紹一种工程上常用的所謂质量代換法。

在确定构件的慣性力时，可以設想把整个构件的质量用集中于某几个选定的点上的集中质量来代換，在此假想的情况下，該构件慣性力的确定即变为确定这些代換质量的慣性力問題了，而慣性力偶及构件的角加速度也就无需再求了。这种确定构件慣性力的方法，即称为质量代換法。

当然，在对构件进行质量代換时，应当使代換后各代換质量所产生的慣性力的效应与实际上該构件所产生的慣性力和慣性力偶的效应相等。由于构件重心的加速度和构件的角加速度并不因质量代換而改变，故为了滿足上述等效的要求，质量代換必須滿足下列三个条件：

- (1) 各代換质量的总和应等于原构件的质量。
- (2) 各代換质量的总质心应与原构件的质心相重合。
- (3) 各代換质量对通过质量总重心之軸的轉动慣量之和，应等于原构件对该軸的轉动慣量。

在工程計算中最常見的质量代換，是用两个代換质量。如图 2—2， a 及 b 所示，設用集中在通过构件重心 s 的直線上两点 C 及 K 的两代換质量 m_c 及 m_k 来进行代換，则根据上述三个条件，可以列出下面三个方程式：

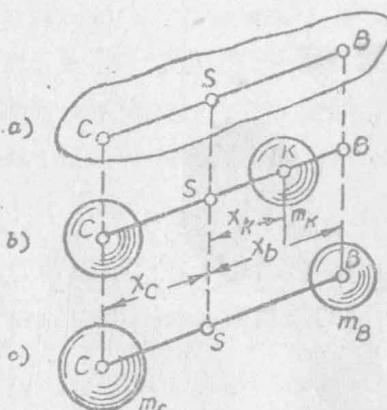


图 2—2

$$\begin{aligned} m_c + m_k &= m; \\ m_c x_c = m_k x_k; \\ m_c x_c^2 + m_k x_k^2 &= J_s. \end{aligned}$$

解此三方程式，求得

$$\left. \begin{aligned} m_c &= \frac{m\chi_k}{\chi_c + \chi_k}; \\ m_k &= \frac{m\chi_c}{\chi_c + \chi_k}; \\ \chi_k &= \frac{J_s}{m\chi_c}. \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

由式(2-2)可見，當代換點C選定後，代換點K的位置亦即隨之確定，即兩代換點不能同時任意選擇，這是其不便之處。

在一般工程計算中為方便起見，作質量代換時常僅要求滿足上述的(1)、(2)兩個條件，並把這種代換法稱為靜代換；而把同時滿足上述(1)、(2)、(3)三個條件的代換方法稱為動代換。

根據靜代換的要求，如圖2-2，c所示，可以列出下列兩個方程式：

$$m_c + m_b = m;$$

$$m_c \chi_c = m_b \chi_b.$$

解之可得

$$\left. \begin{aligned} m_c &= m \frac{\chi_b}{\chi_c + \chi_b}; \\ m_b &= m \frac{\chi_c}{\chi_c + \chi_b}. \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

在此情況下，兩代換點C及B可同時任意選擇，這在工程計算中往往提供了十分方便的條件。當然，由於未考慮滿足第3個條件，故 m_c 及 m_b 對s軸的轉動慣量可能與原構件對該軸的轉動慣量 J_s 有所出入，因此將產生慣性力偶的誤差

$$\Delta M_u = -[(m_c \chi_c^2 + m_b \chi_b^2) - J_s] \varepsilon = -(m \chi_b \chi_c - J_s) \varepsilon.$$

但對一般要求不是很精確的計算而言，這一誤差往往是可以允許的，正因如此，靜代換遠較動代換得到了廣泛的應用。

§ 2-3 運動副中的摩擦

(一) 移動副中的摩擦

如圖2-3所示，滑塊1與一水平置放的平台2構成一移動副，Q為加於滑塊1上的鉛直載荷（包括其本身的重量），N為平台施於滑塊上的正壓力。設滑塊1在水平驅動力P作用下相對於平台2移動（或有移動的趨勢），則兩構件接觸面間的摩擦力F將阻止滑塊運動，而該摩擦力的值為

$$F = fN = fQ. \quad (2-4)$$

式中f為摩擦系數。

又如將滑塊所受的正壓力N與摩擦力F用其矢量和R代表，則R稱為總反力，其與正壓力間的夾角φ為摩擦角，而

$$\operatorname{tg} \varphi = f \quad (2-5)$$

又在圖2-4中，設構成移動副的兩構件系沿一槽面接觸，則因 $N = \frac{Q}{\sin \theta}$ ，故

$$F = fN = f \frac{Q}{\sin \theta} = f_0 Q \quad (2-6)$$

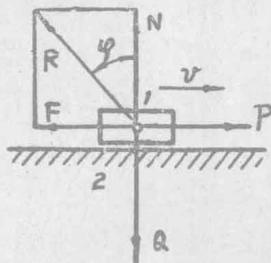


图 2-3

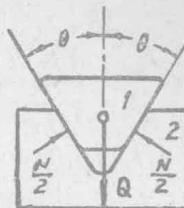


图 2-4

式中 $f_0 = \frac{f}{\sin \theta}$ 称为当量摩擦系数，而与之对应的摩擦角 φ_0 称为当量摩擦角

$$\varphi_0 = \operatorname{tg}^{-1} f_0 = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin \theta} \right). \quad (2-7)$$

比較 (2-4) 及 (2-6) 两式可知：摩擦系数为 f ，槽底角为 2θ 的槽面摩擦，实相当于摩擦系数为 f_0 的平面摩擦。由此可見，虽然移动副元素的几何形状不同时，运动副中产生的摩擦力也不同。但在計算时却都可把它們看做是沿单一平面接触的移动副，只是在不同情况下，应引入不同的当量摩擦系数而已。

此外，由于 $\theta = 90^\circ$ ，故 $\frac{f}{\sin \theta} > f$ 。由此可知，两构件沿槽面接触时的摩擦力較沿单一平面接触时者大，机械中广泛应用的三角皮带传动，三角螺紋联接等，便都是应用此原理来加大摩擦力。

例題 2-1： 在图 2-5 所示的斜面机构中，設施于滑块 1 上的鉛直載荷为 Q （包括其本身的重量），滑块 1 与斜面間的摩擦角为 φ ，又設滑块 1 在水平力 P 的作用下可沿斜面等速运动，試求 P 力之值。又如图 2-6 所示，在其他条件不变的情况下，設滑块 1 与斜面 2 系沿槽面接触，则此时 P 力之值又当如何？

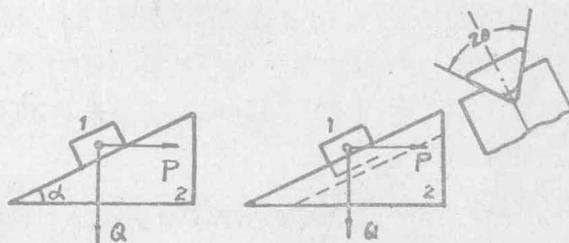


图 2-6

解：(a) 滑块 1 沿斜面上行 (正行程*) 时：

这时滑块 1 所受之摩擦力为沿斜面向下，所以总反力 R 必由法線向左偏斜一摩擦角 φ ，是即总反力 R 与垂直方向的夹角为 $(\alpha + \varphi)$ (如图 2-7, a 所示)。今已知滑块 1 在 P 、 Q 及 R 三力作用下等速运动，故此三力为一平衡力系。又因三力之方向以及 Q 之大小均为已知，因此可以用图解法或图解分析法求得 P 的大小。如图 2-7, b 所示为三力所构成的封闭力三角形，由图可見

$$P = Q \operatorname{tg} (\alpha + \varphi). \quad (2-8)$$

(b) 滑块 1 沿斜面下滑 (反行程**) 时：

* 正行程：机械在外加驅动力作用下发生运动的过程。

** 反行程：原正行程中之阻抗力成为驅动力并驅使机械发生反向运动的过程。

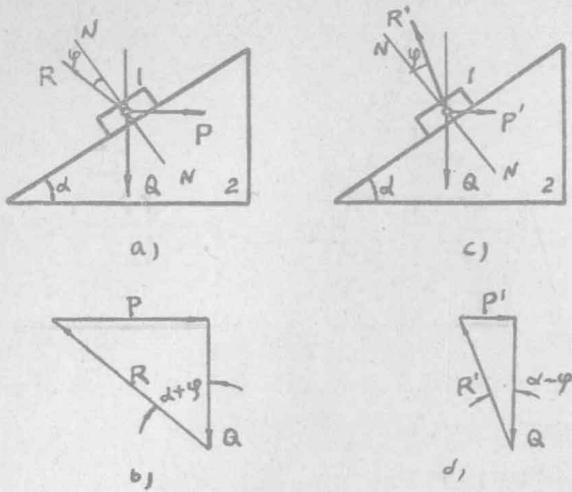


图 2-7

其他条件不变的情况下，只要在原关系式中改变摩擦角的符号即可求得反行程时的計算式。

至于槽斜面机构之作用力，根据当量摩擦的理論，只要将(2-8)及(2-9)式中之摩擦角代以当量摩擦角 $\varphi_0 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sin\theta}$ ，即可直接求出。

(二) 回轉副中的摩擦

如图 2-8 所示，軸頸 1 与軸承 2 构成一回轉副，設軸頸受有一徑向載荷 Q (包括其本身的重量)，則當其未受外加驅動力時，顯然軸頸與軸承將在 Q 力作用線上之 A 点接觸而保持靜止。現如對軸頸加一驅動力偶 M ，則軸頸必將發生運動，但因其與軸承接觸面之間存在摩擦，故不能立即在 A 点開始滑動，而是由 A 点向前滾動一段距離，直至其向前滾過的角度 α 與摩擦角 φ 相等，而得到力的重新平衡 (即 $R = \sqrt{F^2 + N^2} = Q$) 以後，軸頸方能在 B 点開始滑動，此時產生的摩擦力矩為

$$M_T = Fr = Rr \sin \varphi = Qr \sin \varphi = Qr \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = Qr \sqrt{\frac{f^2}{1 + f^2}}$$

或

$$M_T = f_0 Qr. \quad (2-10)$$

式中 f_0 为当量摩擦系数，其值为 $f_0 = \sqrt{\frac{f^2}{1 + f^2}} \approx f$ 。

图 2-8 所示的情况，系設軸頸与軸承間具有較大的間隙，而两者可視為線接觸。在实际机械中，还有些軸頸与軸承的配合比較紧密，而两者是面的接觸，此时摩擦力矩的計算，仍可应用式(2-10)，只是应列入不同的当量摩擦系数而已。根据分析，对于非跑合* 軸頸， $f_0 = \frac{\pi}{2} f = 1.57 f$ ；而对于跑合軸頸， $f_0 = \frac{4}{\pi} f = 1.27 f$ 。

这时滑块所受摩擦力的方向为沿斜面向上，所以总反力 R 必由法线向右偏斜一摩擦角 φ ，即 R 与垂直方向的夹角为 $(\alpha - \varphi)$ (如图 2-7, c 所示)。同理，可作出力三角形 (如图 2-7, d 所示)，直接求出维持滑块等速下滑时所需之支持力：

$$P' = Q \operatorname{tg}(\alpha - \varphi). \quad (2-9)$$

又比較(2-8)及(2-9)两式，可見反行程与正行程时，仅系摩擦角 φ 的符号相反 亦即摩擦力之方向相反。所以在



图 2-8

* 在机械运动过程中，运动副元素由于相互研磨而光洁度提高，因而使运动副二元素間的接觸更趋完善，此种过程称为跑合。

又在式(2—10)中，設令

$$\rho = f_0 r,$$

$$M_T = Q\rho = R\rho.$$

(2—11)

則

此即說明 ρ 是總反力 R 偏離軸頸中心的距離。所以，如以 ρ 為半徑，以軸頸中心為圓心作一圓，則總反力 R 必切於該圓上，而且不論 R 的方向如何總是如此。該圓特稱為摩擦圓。

在對機械進行力的分析時，藉助於摩擦圓常可使問題大為簡化，下舉一例加以說明：

例題 2—2： 如圖 2—9 所示為一定滑輪，設已知軸頸的半徑為 r ，其當量摩擦係數為 f_0 ，若繩與滑輪(直徑為 D)表面之間無滑動，試求使荷重 Q 等速上升時所需的拉力 P 。

解：設軸頸所受的摩擦力矩為 M_T ，則 $M_T = f_0(P+Q)r$ ，
於是根據力系平衡的條件得

$$P \frac{D}{2} = Q \frac{D}{2} + f_0(P+Q)r. \quad (a)$$

由(a)式可求得 P 力之值。但此種解法不如利用摩擦圓求解簡便。如圖作出摩擦圓，其半徑 $\rho = f_0 r$ 。因總反力必切於摩擦圓，且軸頸所受的總反力對其回轉軸心之矩必與其對於軸承的回轉方向相反，於是軸頸所受的總反力 R 切於摩擦圓的右邊(如圖所示)。對 E 点取力矩，則得

$$P = Q \frac{\frac{D}{2} + \rho}{\frac{D}{2} - \rho}. \quad (b)$$

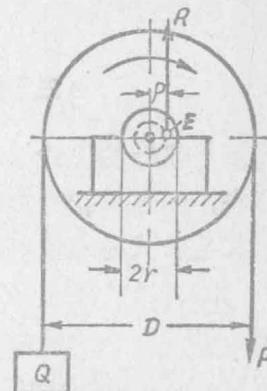


圖 2—9

根據(b)式可直接求得 P ，故較方便。

在藉助於摩擦圓確定回轉副中總反力的作用線時，可按如下步驟進行：

- 在不計摩擦的情況下，根據力的平衡條件定出軸頸(或軸承)所受總反力的作用線及其指向；
- 作出摩擦圓，根據總反力切於摩擦圓，且軸頸(或軸承)所受之總反力對回轉軸之矩與軸頸對軸承(或軸承對軸頸)之相對運動方向相反的原則，確定該總反力偏移的方向；
- 在計及摩擦的情況下，根據力的平衡條件定出總反力作用線的真實位置。現舉例加以說明：

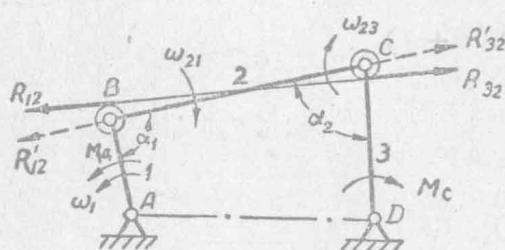


圖 2—10

例題 2—3： 圖 2—10 所示為一四杆機構，构件 1 為驅動件*，在力偶 M_A 的作用下沿 ω_1 方向運動。試確定運動副 B 及 C 中的總反力的作用線。圖中小圓為已知的摩擦圓，解題時不計构件之重量及其慣性力。

* 驅動件指外界能源輸入的构件，它與原動件可以是同一构件(如空氣壓縮機之曲柄)，也可以是不同构件(如蒸汽機之原動件，一般指曲柄，而驅動件則為活塞)。

解：因构件 2 在忽略重力及惯性力的条件下为二力平衡构件。所以在不计摩
擦时，B 及 C 二回转副中的总反力 R'_{12} 及 R'_{32} 必共线，而且通过两回转副的中
心。

在计及摩擦时，总反力应切于摩擦圆。在轴颈 B 处，构件 2、1 之间的夹角 α_1 在逐渐减小，因此构件 2 相对于构件 1 作顺时针方向的转动，故其总反力应切于摩擦圆的上方。而在轴颈 C 处，构件 2、3 之间的夹角 α_2 在逐渐增大，故构件 2 相对于构件 3 也作顺时针方向的转动，其总反力应切于摩擦圆的下方。

在计及摩擦时，构件 2 仍在两力 R_{12} 及 R_{32} 作用下平衡，故此两力仍应共线，而它们的作用线应同时切于 B 处摩擦圆的上方和处摩擦圆的下方，如图所示。

(三) 螺旋副中的摩擦

螺旋与螺母构成的运动副称为螺旋副，在螺旋副中若螺旋的螺纹与螺母的螺纹之间有作用力存在，则当其相对旋转时，两者之间将产生摩擦力。现就方螺纹及三角螺纹的摩擦加以分析，其他形式的螺纹可近似地归在此两类之内。

(1) 方螺纹的摩擦

因为螺旋可认为是由一斜面卷于圆柱体上而形成的，故螺旋可以近似地沿其中径 d_0 (d_0 等于螺旋的外径 d_1 与内径 d_2 之平均值) 展成一斜面(如图 2—11 所示)，而该斜面的升角即为螺纹在螺旋中径 d_0 上的导角，设以 α 表示，则

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\pi d_0},$$

式中 h 为螺纹的导程。

又如图设 1 为螺旋，2 为螺母。螺母上受有外加轴向载荷 Q 。于是由式 (2—8) 可求得为了使螺母之螺纹(即滑块 2) 沿螺旋之螺纹(即斜面 1) 等速上行(对于联接用的螺旋相当于拧紧)时，必须在螺旋中径处施加的圆周切向力

$$P = Q \operatorname{tg} (\alpha + \varphi).$$

而该力对螺旋轴线之矩(对于联接用螺旋相当于拧紧所需的力矩)为

$$M = P \frac{d_0}{2} = \frac{d_0}{2} Q \operatorname{tg} (\alpha + \varphi).$$

同理，在其反行程(对于联接用螺旋相当于拧松)时，得

$$P' = Q \operatorname{tg} (\alpha - \varphi),$$

$$M' = \frac{d_0}{2} Q \operatorname{tg} (\alpha - \varphi).$$

应当注意，在螺旋拧松时， Q 力为驱动力， P' 为阻抗力(同理 M' 为阻抗力矩)，其作用在于阻止滑块加速运动。若求得的 P' (或 M') 为负时，则表示实际的 P' (或 M') 的方向和预先假定的方向相反，于是 P' (或 M') 便成为松退螺母所需之外加驱动力。

(2) 三角螺紋的摩擦

如图 2-12 所示，三角螺紋与方牙螺紋不同的地方在于：前者螺紋間的正压力为沿螺旋轴綫方向，即 $N = Q$ ，而后者螺紋中的正压力则与螺旋轴綫成一夹角 β （ β 为三角螺旋的半頂角），故 $N = \frac{Q}{\cos \beta}$ 。根据当量摩擦的概念，采用当量摩擦系数 f_0 及与其相应的当量摩擦角 φ_0 后，可求得擰紧和擰松螺旋时所需的外加力矩分別为：

$$M = \frac{d_0}{2} Q \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_0);$$

$$M' = \frac{d_0}{2} Q \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_0).$$

式中 $\varphi_0 = \operatorname{tg}^{-1} f_0 = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \beta} \right)$.

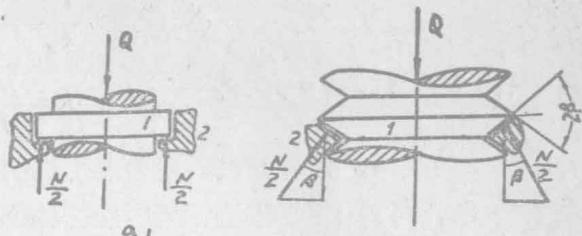


图 2-12

由于 $\varphi_0 > \varphi$ 即 $f_0 > f$ ，可知方螺紋中的摩擦較三角螺紋中者小，因之效率較高，故宜用作传动螺旋。而三角螺紋中的摩擦較大，故宜用作联接螺栓。

§ 2—4 机械的效率

当机械运动时，驅动力将克服阻抗力而作功。如前所述，驅动力所作的功称为驅动功（以 A_d 表示）。阻抗力所作的功称为阻抗功（以 A_c 表示），其中有益阻力所作的功称为有益功（以 A_H 表示），有害阻力所作的功称为損耗功（以 A_B 表示）。

机械完成的有益功 A_H 和驅动力所作的驅动功 A_d 的比称为机械的效率，設以 η 表示，则

$$\eta = \frac{A_H}{A_d}. \quad (2-12)$$

若对上式分子分母同除以相应的时间，则得

$$\eta = \frac{N_H}{N_d}. \quad (2-12')$$

式中 N_H 及 N_d 分别为有益功率及驅动功率，

在計算机械的效率时，为了方便起見，常将上述效率計算公式加以簡化：图 2-13 所示为一机械的示意圖，設 P 为施于机械上的驅动力， v_p 为 P 力作用点沿 P 力方向的速度， Q 为施于該机械上的生产阻力， v_q 为 Q 力作用点沿 Q 力方向的速度，则 $N_d = Pv_p$ ， $N_H = Qv_q$ 代入式 (2-12') 中，得

$$\eta = \frac{Qv_q}{Pv_p}. \quad (a)$$

上式中 $\frac{v_q}{v_p}$ 之值可如下求得：設想該机械中的有害阻力为零，而用于克服同样生产阻力 Q 的驅动力将減小为 P_0 ，于是根据 (2-12') 式得此理想机械的效率为

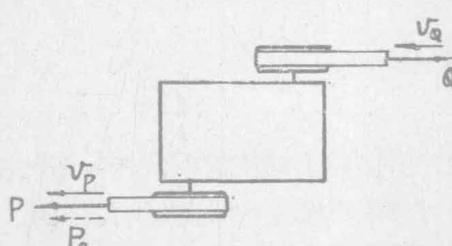


图 2-13

$$\eta_0 = \frac{Qv_Q}{P_0 v_P} = 1;$$

$$\frac{v_Q}{v_P} = \frac{P_0}{Q}. \quad (b)$$

或

将(b)式代入(a)式得

$$\eta = \frac{P_0}{P}. \quad (2-13)$$

是即机械的效率，为将该机械视为理想机械（设 $A_B=0$ ）时为了克服其所受生产阻力而需的驱动力 P_0 ，与为了克服原生产阻力该机械实际所需的驱动力 P 之比。

同理，若 M_0 与 M 是为了克服同样生产阻力所需加于理想机械及实际机械的驱动力矩，则机械的效率为

$$\eta = \frac{M_0}{M}. \quad (2-14)$$

机械效率的确定，除了计算方法以外，更常用实验方法测定。对于已有的机械可以用实验方法直接测出整个机械的效率（总效率）。对于正在设计中的机械，虽然不能够直接进行这种试验，但如前所述，即使是最复杂的机械也不过是为数不多的一些典型机构组合而成，而这些典型机构的效率通过实验积累的资料却可预先估定，在已知这些典型机构及运动副的效率后，通过计算就可以确定整个机械的总效率。同理，对于由许多机械所组成的机组而言，只要已知各部机械的效率，则该机组的总效率也可以由计算求得。现将其计算方法介绍如下。

所谓机械或机组的总效率，是指其总输出功 A_K （或功率 N_K ）与总的输入功 A_I （或功率 N_I ）之比，即

$$\eta = \frac{A_K}{A_I} = \frac{N_K}{N_I}.$$

现就下列两种不同情况分析其具体的计算方法：

(1)串联机组总效率的计算：如图2—14所示，为由 K 个机械所组成的机组。这种机组的运动及功率的传递是顺序进行的，故称其为串联机组。

设各个机械的效率分别为 η_1, \dots, η_K ，则

$$\eta_1 = \frac{N_1}{N_I}, \quad \eta_2 = \frac{N_2}{N_1}, \quad \dots, \quad \eta_K = \frac{N_K}{N_{K-1}},$$

因该机组之总效率 η 为

$$\eta = \frac{N_K}{N_I}.$$

故知

$$\eta = \frac{N_K}{N_I} = \eta_1 \cdots \eta_K. \quad (2-15)$$

是即串联机组的总效率等于各级效率之乘积。正因如此，所以在串联机组中，任一环节

效率的降低将对总效率发生较大的影响。又组成串联机组的机械数目愈多，则机组总效率也将愈低。

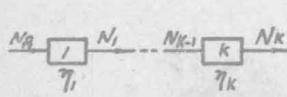


图 2-14

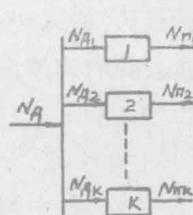


图 2-15

及 N_{Ui} 分别为第 i 个机械之输入功率及输出功率，则该机组的总输入功率 N_I 及总输出功率 N_K 分别为

$$N_A = N_{A_1} + \dots + N_{A_K},$$

$$N_H = N_{H_1} + \dots + N_{H_K}$$

$$= \eta_1 N_{A_1} + \dots + \eta_K N_{A_K}.$$

故該机组的总效率为

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{N_H}{N_A} = \frac{\eta_1 N_{A_1} + \dots + \eta_K N_{A_K}}{N_{A_1} + \dots + N_{A_K}} \\ &= \frac{N_{H_1} + \dots + N_{H_K}}{\frac{N_{H_1}}{\eta_1} + \dots + \frac{N_{H_K}}{\eta_K}}.\end{aligned}\quad (2-16)$$

在实际工程中所遇到的机组，可能既包括串联部分也包括并联部分，这样的复杂机组可称为混联机组，其总效率的计算，不难参照上述两种情况加以解决。

例题4—4：設有一較旧式的車間，其机床的驅動采用集中驅動方式。如图 2—16 所示，1、2、3、4 为机床。設其所輸出的功率

分别为： $N_1 = 2$ 馬力、 $N_2 = 1.5$ 馬力、 $N_3 = 1$ 馬力、 $N_4 = 2.5$ 馬力。各机床的效率分别为： $\eta_1 = 0.6$ 、 $\eta_2 = 0.5$ 、 $\eta_3 = 0.55$ 、 $\eta_4 = 0.6$ 。又設各皮帶傳动的效率均为 $\eta_p = 0.95$ （其中包括軸承損失）。試求整個机组的效率，及电动机所必需的最小功率 N_{\min} 。

解：根据(2—16)式可得主軸 I 对各机床的傳动效率为

$$\eta_I = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + N_4}{\frac{N_1}{\eta_1 \eta_p} + \frac{N_2}{\eta_2 \eta_p} + \frac{N_3}{\eta_3 \eta_p} + \frac{N_4}{\eta_4 \eta_p}} = 0.528.$$

而根据(2—15)式可得机组的总效率为

$$\eta = \eta_I \eta_p = 0.477.$$

又电动机所需的最小功率为

$$N_{\min} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + N_4}{\eta} \approx 14.7 \text{ 馬力}.$$

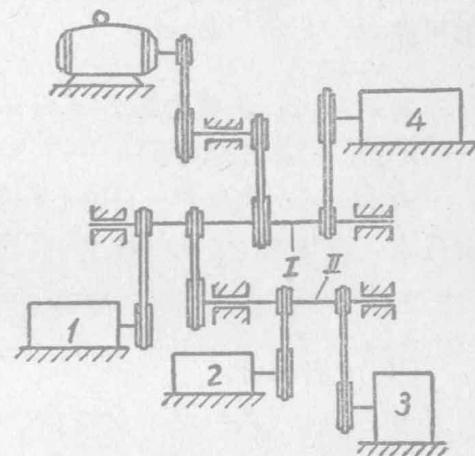


图 2—16

§ 2—5 机械的自鎖

由于摩擦的存在，可能使某些按其构造条件本来可以运动的机构，即使把驅动力任意加大，也再不会发生运动，是即发生所謂自鎖現象。

如图 2—17 所示，滑块 1 置于平台 2 上。当外加驅动力 P 作用在滑块 1 的摩擦錐以內时，因其分力 P_t 始終小于使滑块运动时所須克服的极限摩擦力 F ，故尽管驅动力 P 可以在 $0 \sim \infty$ 之間任意变化，滑块 1 总不会发生运动。

自鎖現象在机械工程中具有十分重要的意义，不少机械的工作就是利用机构的这种性质。如联接螺栓的螺母在擰紧后，不論其所受的軸向力多大，总希望其不会自动松退下来。千斤頂在抬起重物后，不論重物的重力多大总希望其不会自动退落下来等等。