根据教育部《国家课程标准》编写

LongMen

# 龙门专题

优秀
畅销书
奖



# 初中数学

## 圆

本册作者　余　梦

龍門書局｜龙门品牌 · 学子至爱
www.longmenbooks.com

龙门专题

# 圆



## 初中数学

本册作者 余 梦



龍門書局
北 京

举报电话:(010)64031958;13801093426
邮购电话:(010)64034160

**图书在版编目(CIP)数据**

---

龙门专题:新课标.初中数学.圆/余　梦本册作者.—修订版.—北京:龙门书局,2010
ISBN 978-7-5088-2577-9

Ⅰ.龙…　Ⅱ.余…　Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 154154 号

---

责任编辑:赵瑞云　刘　婷/封面设计:耕　者

龍　門　書　局出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码:100717
www.longmenbooks.com
北京龙兴印刷厂印刷
科学出版社总发行　　各地书店经销

*

2010 年 8 月第　一　版　　开本:A5(890×1240)
2011 年 11月第三次印刷　　印张:10 1/2
字数:346 000

**定　价:21.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 前　言

《龙门专题》自2001年面世以来，历经十年的风雨锤炼，套书总销量超2000万册，单品销量过100万册，稳居专题类首位，成为教辅图书中的一枝“奇葩”。

《龙门专题》能够在十年当中屹立不倒，竞争产品众多，但从未被超越，这是它独特的策划理念和定位所决定的。套书特性如下：

**1. 独特的产品定位**

与同步教辅不同，《龙门专题》定位在专题突破，在抓教材、抓基础的同时，侧重抓能力、抓素质。它以知识板块为分册依据，每本书针对一个板块，满足学生在这个板块上的学习需求。

在受众选择上，它定位于中等及中等以上的学生，在高度、深度和难度上都适当提高，满足这部分学生深入探究知识的需求。清晰准确的定位，使得《龙门专题》功能明确，读者清晰，这是《龙门专题》策划成功的前提和重要因素。

**2. 别具的策划理念**

《龙门专题》策划组根据多年中高考的动向以及教学改革的动态，再参考教材使用变化情况和学生需求，打破教材、版本、年级的限制，同时也打破了同步讲解类图书的编写模式，鲜明地提出“专题”的编写理念，在课程标准、考试大纲的基础上，创造性提出以知识板块为核心的编写理念，开辟了教辅市场专题类策划的先河。

考虑到学生参加中高考的现实需求，也照顾到对培养学生探究、应用能力和素质的需要，在栏目策划上，把“基础”和“能力”进行了分层，“基础篇”以教材为中心侧重夯实学生的基础，“能力篇”则侧重方法思维的培养、能力的提高以及与中高考的对接上。

**3. 与时俱进，不断革新**

图书的创新改革是其生命延伸的根本动力和源泉。只有不断地与时俱进才能够适应市场，适应读者的需求，在竞争中取得绝对的优势。《龙门专题》在这些年中，根据环境的变化而变化，但是“万变不离其宗”，一直秉承着专题的特色，并且不断地丰富、革新它的内容，使得这套书始终焕发着活力。

《龙门专题》是本着“授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷”的宗旨而编写的。套书包括高中九大学科，初中数学、物理、化学、语文、英语五大学科，共计89个品种。

十年的倾心打造，对细节和品质近乎偏执地追求完美，铸造了《龙门专题》这饱蕴汗水和智慧的甘果。为更多的学子提供帮助是我们最大的愿望与期待。

《龙门专题》策划组

2011年8月

# 初中专题栏目框架一览

## （数理化）

**1 知识点精析**

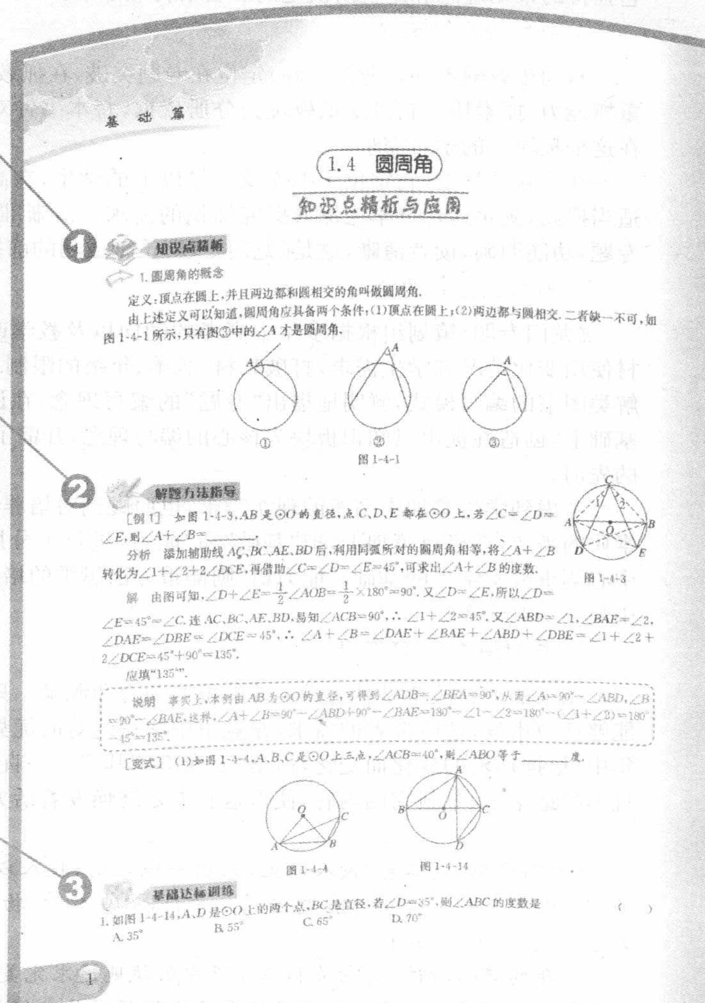
基础知识梳理，知识点科学、系统整理，教材有效补充

**2 解题方法指导**

题型分类剖析，归纳解题技巧，一题多解，一式多变

**3 基础达标训练**

紧扣知识点，阶梯训练，题型全面，夯实基础



基 础 篇

1.4 圆周角

知识点精析与应用

① 知识点精析

1. 圆周角的概念

定义：顶点在圆上，并且两边都和圆相交的角叫做圆周角.

由上述定义可以知道，圆周角应具备两个条件：(1)顶点在圆上；(2)两边都与圆相交. 二者缺一不可，如图 1-4-1 所示，只有图③中的$\angle A$才是圆周角.

图 1-4-1

② 解题方法指导

［例 1］ 如图 1-4-3，$AB$ 是$\odot O$的直径，点 $C$、$D$、$E$ 都在$\odot O$上，若$\angle C=\angle D=\angle E$，则$\angle A+\angle B=$________.

分析 添加辅助线 $AC$、$BC$、$AE$、$BD$ 后，利用同弧所对的圆周角相等，将$\angle A+\angle B$转化为$\angle 1+\angle 2+2\angle DCE$，再借助$\angle C=\angle D=\angle E=45^\circ$，可求出$\angle A+\angle B$的度数.

图 1-4-3

解 由图可知，$\angle D+\angle E=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$. 又$\angle D=\angle E$，所以$\angle D=\angle E=45^\circ=\angle C$. 连 $AC$、$BC$、$AE$、$BD$，易知$\angle ACB=90^\circ$，$\therefore \angle 1+\angle 2=45^\circ$. 又$\angle ABD=\angle 1$，$\angle BAE=\angle 2$，$\angle DAE=\angle DBE=\angle DCE=45^\circ$，$\therefore \angle A+\angle B=\angle DAE+\angle BAE+\angle ABD+\angle DBE=\angle 1+\angle 2+2\angle DCE=45^\circ+90^\circ=135^\circ$.

应填"$135^\circ$".

说明 事实上，本例由 $AB$ 为$\odot O$的直径，可得到$\angle ADB=\angle BEA=90^\circ$，从而$\angle A=90^\circ-\angle ABD$，$\angle B=90^\circ-\angle BAE$，这样，$\angle A+\angle B=90^\circ-\angle ABD+90^\circ-\angle BAE=180^\circ-\angle 1-\angle 2=180^\circ-(\angle 1+\angle 2)=180^\circ-45^\circ=135^\circ$.

［变式］ (1)如图 1-4-4，$A$、$B$、$C$ 是$\odot O$上三点，$\angle ACB=40^\circ$，则$\angle ABO$等于________度.

图 1-4-4　　图 1-4-14

③ 基础达标训练

1. 如图 1-4-14，$A$、$D$ 是$\odot O$上的两个点，$BC$ 是直径，若$\angle D=35^\circ$，则$\angle ABC$的度数是 （　　）

A. $35^\circ$　B. $55^\circ$　C. $65^\circ$　D. $70^\circ$

1

## 4 答案与提示

紧跟题目，查找方便，关键点拨，言简意赅

## 5 考点剖析

重难点、考点剖析，揭示命题规律，把握考试动向

## 6 考题探究

经典考题，“变式题”拓展，推导清晰，总结归纳

## 7 思维拓展训练

原创题+历年考题，难度提升，考查综合

## 8 中考热点题型评析与探究

本章的考点综合归纳，近三年考题分类汇总，点评技巧，配套训练

## 9 本章测试题

题型全面，强效训练，模拟考场

---

**答案与提示** 4

1. A　2. C　3. A　4. B　提示：连结 $CD$，$\therefore \angle B=\angle D$，$\therefore \sin B=\sin D=\frac{AC}{AD}=\frac{2}{3}$.

### 能力拓展

**考点剖析** 5

本节的重点是探索并理解圆周角与圆心角的关系及圆周角的相关性质. 难点是运用分类的方法探索圆周角与圆心角的关系，体会分类、归纳等数学思想方法.

学习本节时，要注意以下问题：

(1)圆周角的两边与圆心的位置关系有三种情况：①圆心在一边上；②两边在圆心的同侧；③两边在圆心的两侧.

(2)一条弧所对的圆周角大小是唯一确定的，而一条弦所对的圆周角有两种情况，分布在这条弦的两侧，同侧所对的圆周角相等，异侧所对的两个圆周角互补.

**考题探究** 6

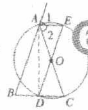


图 1-4-38

[例 6] 如图 1-4-38，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，以 $AC$ 为直径的 $\odot O$ 交 $BC$ 于 $D$，作 $\angle BAC$ 的外角平分线交 $\odot O$ 于 $E$，连结 $DE$. 求证：$DE=AB$.

分析　连结 $AD$，由 $AC$ 为 $\odot O$ 的直径知，$\angle ADC=90^\circ$. 又由条件知 $AE \parallel BC$，$\therefore \angle DAE=90^\circ$，这样 $DE$ 也是 $\odot O$ 的直径，从而得到 $DE=AC=AB$.

证明：连结 $AD$，$\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径. $\therefore \angle ADC=90^\circ$，$\because AB=AC$，$\therefore \angle B=\angle C$.

又 $AE$ 平分 $\angle BAC$ 的外角，$\therefore \angle 1=\angle 2$，

又 $\angle 1+\angle 2+\angle BAC=180^\circ$，$\angle B+\angle C+\angle BAC=180^\circ$，$\therefore \angle 1=\angle 2=\angle B=\angle C$，

$\therefore AE \parallel BC$，$\therefore \angle DAE=90^\circ$，$\therefore DE$ 也是 $\odot O$ 的直径，$\therefore DE=AC$. $\therefore DE=AB$.

> 说明　圆中有直径时，通常构造以直径为边的直角三角形，即看到直径应立即想到存在着 $90^\circ$ 的圆周角，看到 $90^\circ$ 的圆周角应联想到它所对的弦是直径，这样便为我们在圆中添加合适的辅助线提供了依据.

**思维拓展训练** 7

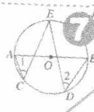


图 1-4-40

1. 如图 1-4-40，$AB$ 是 $\odot O$ 的直径，$C$、$D$、$E$ 都是 $\odot O$ 上的点，则 $\angle 1+\angle 2=$______.

**答案与提示**

1. $90^\circ$　2. $60^\circ$　3. 3cm　5　4. C　5. A

6. 证明：$\because AB$、$CD$ 是 $\odot O$ 的直径. $\therefore \overset{\frown}{DAC}=\overset{\frown}{BCA}$. 又 $\because \overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{BE}$，$\therefore \overset{\frown}{FAC}=\overset{\frown}{ECA}$. $\therefore \angle D=\angle B$

### 中考热点题型评析与探究 8

### 本章测试题 9

# 编 委 会

CONTENTS

# 目录

# 基础篇

## 第一章　圆

### 1.1　圆

### 知识点精析与应用

#### 知识点精析

1. 圆的定义

平面上到定点的距离等于定长的所有点组成的图形叫做圆.其中,定点称为圆心,定长称为半径.

(1)以点 $O$ 为圆心的圆记作$\odot O$,读作"圆 $O$".

(2)圆上的任意一点与圆心的连线段都是圆的半径,"同圆的半径相等".

(3)确定一个圆需要两个要素,一是位置,二是大小.圆心确定圆的位置,半径确定圆的大小.只有圆心没有半径,虽然圆的位置确定,但大小不定;只有半径而没有圆心,虽然圆的大小确定,但圆的位置不定.这两种情况下的圆均不确定,只有圆心和半径都确定,圆才被唯一确定.

2. 圆的特征

(1)圆上各点到定点(圆心 $O$)的距离都等于半径;

(2)到定点的距离等于半径的点都在同一个圆上.

3. 与圆相关的定义

①弦:连结圆上任意两点的线段叫做弦.

②直径:经过圆心的弦叫做直径.

③弧:圆上任意两点间的部分叫做弧,以 $A$,$B$ 为端点的弧记作$\overset{\frown}{AB}$,读作"圆弧 $AB$"或"弧 $AB$".

④半圆:圆的任意一条直径的两个端点把圆分成两条弧,每一条弧都叫做半圆.

注意:(1)直径是弦,但弦并不一定都是直径,直径是圆中最长的弦.

(2)半圆是弧,但弧并不一定都是半圆,通常把大于半圆的弧叫做优弧,小于半圆的弧叫做劣弧.

4. 等弧

在同圆与等圆中,能够互相重合的弧叫做等弧.理解这个定义,特别强调的

是“在同圆与等圆中”这个前提条件. 等弧是全等的，而不仅仅是弧长相等，还包含着它们的弧度是相等的.

## 解题方法指导

［例 1］ 设 $AB=4\text{cm}$，作图，并说明满足下列要求的图形：

(1)和点 $A$ 的距离等于 3cm 的所有点组成的图形；

(2)和点 $B$ 的距离等于 2cm 的所有点组成的图形；

(3)和点 $A$ 的距离等于 3cm，和点 $B$ 的距离等于 2cm 的所有点组成的图形；

(4)和点 $A$ 的距离小于 3cm 且和点 $B$ 的距离小于 2cm 的所有点组成的图形.

**分析** (1)到点 $A$ 的距离等于 3cm 的所有点组成的图形是以 $A$ 为圆心，3cm 长为半径的圆，这个圆记作$\odot A$；(2)与(1)类似；(3)到点 $A$ 的距离等于 3cm，到点 $B$ 的距离等于 2cm 的点必须既在$\odot A$上，又在$\odot B$上，故得到的是$\odot A$和$\odot B$的两个交点；(4)满足条件的点必须既在半径为 3cm 的$\odot A$内部，又在半径为 2cm 的$\odot B$的内部，故只能在$\odot A$和$\odot B$的重合部分(即图 1-1-1④中阴影部分)且不包括边界.

**解** (1)所组成的图形是以 $A$ 为圆心，3cm 长为半径的$\odot A$(如图 1-1-1①).

(2)所组成的图形是以点 $B$ 为圆心，2cm 长为半径的$\odot B$(如图 1-1-1②).

(3)所组成的图形是 $P$、$Q$ 两点(如图 1-1-1③).

(4)所组成的图形是图 1-1-1④中的阴影部分(不包括阴影的边界).

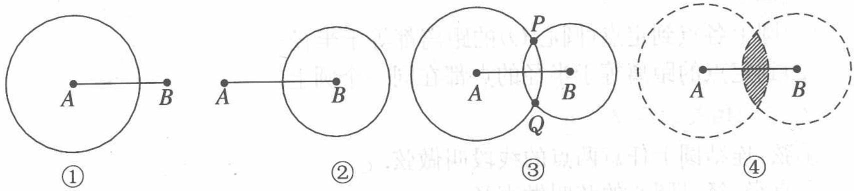



图 1-1-1

［变式］ 如图 1-1-2，$\odot O$上有两点 $A$ 与 $P$，若 $P$ 点在圆上匀速运动一周，那么弦 $AP$ 的长度 $d$ 与时间 $t$ 的关系可能是图 1-1-3 中的 （ ）

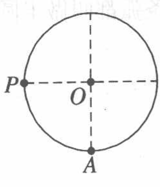



图 1-1-2

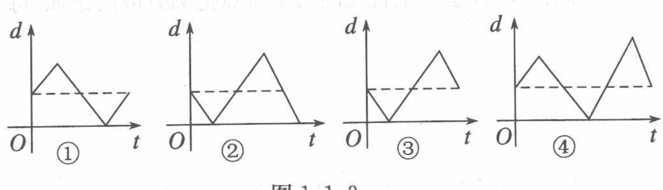



图 1-1-3

A. ①　　　　B. ③　　　　C. ②或④　　　　D. ①或③

**解**　选 D，理由：因为 $P$ 点的运动方向没有确定，故应按顺时针方向和逆时针方向分别考虑. 圆是轴对称图形，且直径是圆中最长的弦，故点 $P$ 顺时针匀速运动一周的过程中，$P$ 点与 $A$ 点的距离 $d$ 经历增大→最大→减小→与开始时相同→最小→最后回到 $P$ 点(与开始时相同)的过程；点 $P$ 逆时针运动一周，$P$ 点到 $A$ 点的距离 $d$ 经历减小→最小→与开始时相同→最大→最后回到 $P$ 点(与开始时相同)的过程，与选项 D 描述的过程吻合，故选 D.

[例 2]　如图 1-1-4，某部队在灯塔 $A$ 的周围进行爆破作业，$A$ 周围 5km 内的水域为危险区域，有一渔船误入离 $A$ 处 4km 的 $B$ 处，为了尽快驶离危险区域，该船应沿哪个方向航行？为什么？

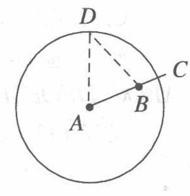


图 1-1-4

**分析**　要使渔船尽快驶离危险区，根据点与圆的位置关系，即要渔船尽快离开以 $A$ 为圆心，半径为 5km 的 $\odot A$. 显然，沿射线 $AB$ 方向驶离危险区域路径最短. 这可由三角形三边关系给予证明.

**解**　该船应沿射线 $AB$ 的方向驶离危险区域. 理由如下：

设射线 $AB$ 交 $\odot A$ 于点 $C$，在 $\odot A$ 上任取一点 $D$(不包括 $C$ 关于 $A$ 的对称点). 连结 $AD$、$BD$，在 $\triangle ABD$ 中，

$\because AB+BD>AD, AD=AC=AB+BC,$

$\therefore AB+BD>AB+BC.\ \therefore BD>BC.$

若点 $D$ 和点 $C$ 关于点 $A$ 对称，则 $AD=AC$.

$\because AC>BC, \therefore AC+AB>BC, \therefore AD+AB>BC$，即 $BD>BC$.

**说明**　上述证明过程中，应用了同圆的半径相等的性质进行线段的等量代换.

[变式]　(1)点 $P$ 是 $\odot O$ 所在平面内的一点，且点 $P$ 与圆周上的点的最短距离为 4，最长距离为 10，则 $\odot O$ 的半径是________.

**解**　7 或 3　理由：分点 $P$ 在圆内和圆外两种情形讨论，当点 $P$ 在圆内时，半径 $r=\frac{4+10}{2}=7$；当 $P$ 点在圆外时，半径 $r=\frac{10-4}{2}=3$.

(2)下列说法正确的是　　　　(　　)

A. 弦是直径　　　　B. 直径是弦

C. 半径是直径的一半　　　　D. 弧是半圆

**解**　选 B,理由:直径是圆中最长的弦,但弦并不都是直径,故 B 正确,A 错误.而半径和直径均表示线段,只能说“同圆或等圆中,半径的长是直径长的一半”,半圆是一条特殊的弧,并不是所有的弧都是半圆,因而 C、D 也是错误的.

［例 3］　如图 1-1-5,点 $A$、$D$、$M$ 在半圆 $O$ 上,四边形 $ABOC$、$DEOF$、$HMNO$ 均为矩形,设 $BC=a$,$EF=b$,$NH=c$,则下列各式中正确的是　　(　　)

A. $a>b>c$　　B. $a=b=c$

C. $c>a>b$　　D. $b>c>a$

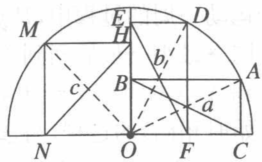


图 1-1-5

**解**　选 B,理由:连结 $OA$、$OD$、$OM$. ∵ 四边形 $ABOC$、$DEOF$、$HMNO$ 均为矩形,∴ $BC=OA$,$EF=OD$,$NH=OM$.

又∵ $OA=OD=OM$,∴ $a=b=c$. 故选 B.

**说明**　连结 $OA$、$OD$、$OM$ 后,将 $a$、$b$、$c$ 三条线段转化为同圆的半径,利用“同圆的半径相等”得出 $a=b=c$.

［变式］　已知 $AB$、$CD$ 是⊙$O$ 的两条直径,则四边形 $ACBD$ 一定是　(　　)

A. 等腰梯形　　B. 菱形　　C. 矩形　　D. 正方形

**解**　选 C,理由:∵ $OA=OB$,$OC=OD$,∴ 四边形 $ACBD$ 是平行四边形.

又∵ $AB=CD$,∴ 四边形 $ACBD$ 是矩形.

## 基础达标训练

1. 确定一个圆的两个要素是________和________.
2. 与已知点 $P$ 的距离为 3cm 的所有点组成的图形是__________________.
3. 经过圆内一点可作________条弦,其中最大的弦是________.
4. 弧分为________、________和________,
5. 到点 $A$ 的距离等于 5cm 的点的集合是__________________.
6. 如图 1-1-6,________是直径,________是弦,________是劣弧.
7. 学校食堂出售两种厚度一样但大小不同的面饼,小饼直径 30cm,售价 30 分,大饼直径 40cm,售价 40 分,你更愿意买________饼,原因是________________.

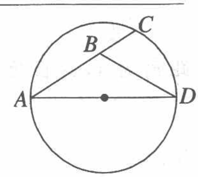


图 1-1-6

8. 在同一平面内,1 个圆把平面分成 $0\times1+2=2$ 个部分,2 个圆把平面最多分成 $1\times2+2=4$ 个部分,3 个圆把平面最多分成 $2\times3+2=8$ 个部分,4 个圆把平面最多分成 $3\times4+2=14$ 个部分,那么 10 个圆把平面最

多分成________个部分.

9. 平面上一点 $P$ 到⊙$O$ 上一点的距离最长为 6cm,最短为 2cm,则⊙$O$ 的半径为________.

10. 下列说法中,错误的是 (　　)

A. 半圆是弧　　B. 半径相等的圆是等圆

C. 过圆心的线段是直径　　D. 弓形是弦及弦所对的弧组成的图形

11. 如图 1-1-7,$AB$ 是⊙$O$ 的直径,则图中劣弧的条数为 (　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

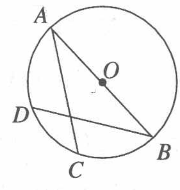


图 1-1-7

12. 有 4 个命题:①直径相等的两个圆是等圆;②长度相等的两条弧是等弧;③圆中最长的弦是通过圆心的弦;④一条弦把圆分为两条弧,这两条弧不可能是等弧. 其中真命题是 (　　)

A. ①③　　B. ①③④　　C. ①④　　D. ①

13. 已知 $AB$、$CD$ 是⊙$O$ 的两条直径,且 $AB \perp CD$,求证:以 $A$、$B$、$C$、$D$ 为顶点的四边形是正方形.

14. 如图 1-1-8,在⊙$O$ 中,$AB$ 为弦,$C$、$D$ 两点在 $AB$ 上,且 $AC=BD$. 请你仔细观察后回答:图中共有几个等腰三角形?把它们分别写出来,并说明你的理由.

15. 如图 1-1-9,两个同心圆圆心为 $O$,大圆半径 $OC$、$OD$ 交小圆于 $A$、$B$,求证:$AB /\!/ CD$.

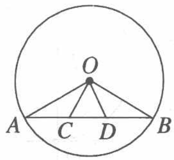


图 1-1-8

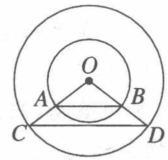


图 1-1-9

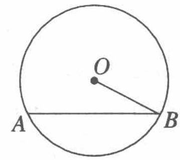


图 1-1-10

16. 如图 1-1-10,在⊙$O$ 中,$AB=8\sqrt{3}$cm,半径 $OB=8$cm,求圆心 $O$ 到 $AB$ 的距离及∠$B$ 的度数.

## 答案与提示

1. 圆心　半径

2. 以 $P$ 点为圆心,3cm 长为半径的圆

3. 无数　直径

4. 优弧　劣弧　半圆

5. 以点 $A$ 为圆心，5cm 长为半径的 $\odot A$

6. $AD$　$AC$ 与 $AD$　$\overset{\frown}{AC}$ 与 $\overset{\frown}{CD}$

7. 大　比小饼合算　8. 92　9. 4cm 或 2cm　10. C　11. C　12. A

13. 提示:证 $OA=OB=OC=OD$，$AB\perp CD$.

14. 图中有两个等腰三角形，它们是 $\triangle OAB$、$\triangle OCD$，理由略.

15. $\because OA=OB$，$OC=OD$，$\therefore \angle OAB=\angle OBA$，$\angle OCD=\angle ODC$

又 $\because \angle OAB=\dfrac{180^\circ-\angle O}{2}=\angle OCD$，$\therefore AB\parallel CD$.

16. 过 $O$ 点作 $OH\perp AB$ 于 $H$ 点，连结 $OA$，因 $OA=OB$，故 $BH=\dfrac{1}{2}AB=4\sqrt{3}$. 由勾股定理求出 $OH=4$，故圆心 $O$ 到 $AB$ 的距离为 4cm，$\angle B=30^\circ$.

## 能力拓展

### 考点剖析

本节重点是圆的相关概念和基本性质的应用，学习时要紧扣圆的定义中"圆心"和"半径"两个关键要素，从集合的角度理解定义；"同圆或等圆中，半径(或直径)都相等"这些基本性质在计算或证明中都很重要，不能忽视.

### 考题探究

[例 4]　(长春)如图 1-1-11，$\odot P$ 在平面直角坐标系的位置如图所示，点 $P$ 的坐标为 $(0,1)$，点 $A$ 在 $\odot P$ 上，且 $A$ 点坐标为 $(0,2)$，$\odot P$ 沿 $x$ 轴正方向滚动，当点 $A$ 第一次落在 $x$ 轴上 $A_1$ 点时，点 $A_1$ 的横坐标是________.

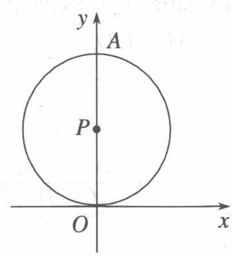


图 1-1-11

**分析**　由图可知，$OA$ 为 $\odot P$ 直径，当 $\odot P$ 沿 $x$ 轴正半轴方向滚动时，点 $A$ 第一次落在 $x$ 轴上 $A_1$ 位置时，$OA_1$ 的长恰好是半圆的弧长，这样可得到 $A_1$ 的横坐标.

**解**　$\pi$

> **说明**　本例求 $A_1$ 点横坐标时，实质是求半圆周长，即 $\dfrac{1}{2}\times 2\pi R=\dfrac{1}{2}\times 2\pi\times 1=\pi$.

## 思维拓展训练

1. 下列说法：①弦是直径；②半圆是弧；③过圆心的线段是直径；④圆心相同，半径相等的圆是同心圆；⑤劣弧是指小于半圆的弧，其中说法正确的是　（　　）

A. ①②　　B. ③④　　C. ④⑤　　D. ②⑤

2. 一个点与定圆上最近点的距离为 4cm，最远点距离为 9cm，则此圆的半径为　（　　）

A. 2.5cm 或 6.5cm　B. 2.5cm　　C. 6.5cm　　D. 5cm 或 13cm

3. 5 个小朋友站成一个小圆圈，如图 1-1-12 所示，做一个抢小红帽游戏，把这顶小红帽放在什么位置上时，才能使这个游戏比较公平？说说你的理由.

4. 如图 1-1-13，$AB$ 为⊙$O$ 的直径，$CD$ 是弦，$AB$、$CD$ 的延长线交于点 $E$，已知 $AB=2DE$，$\angle AEC=20°$，试求$\angle AOC$ 的度数.

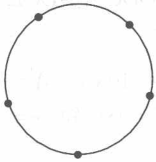


图 1-1-12

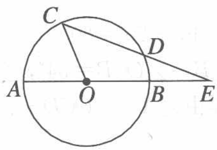



图 1-1-13

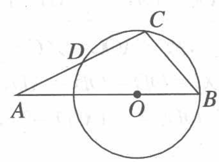



图 1-1-14

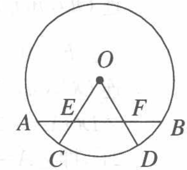



图 1-1-15

5. 如图 1-1-14，$AB$ 经过⊙$O$ 的圆心，点 $B$ 在⊙$O$ 上，若 $AD=OB$，且$\angle B=54°$，试求$\angle A$ 的度数.

6. 如图 1-1-15，$AB$ 是圆 $O$ 的弦，半径 $OC$、$OD$ 分别交 $AB$ 于点 $E$、$F$，且 $AE=BF$，请指出线段 $OE$ 与 $OF$ 的数量关系，并给予证明.

7. 如图 1-1-16，$BD$、$CE$ 是$\triangle ABC$ 的高，试说明 $B$、$C$、$D$、$E$ 四点在同一圆上.

8. 如图 1-1-17，$AB$、$CD$ 为⊙$O$ 的两条直径，$E$、$F$ 分别为 $OA$、$OB$ 的中点，求证：四边形 $CEDF$ 为平行四边形.

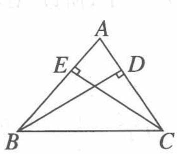



图 1-1-16

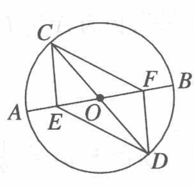



图 1-1-17

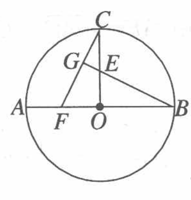



图 1-1-18

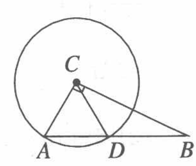



图 1-1-19

9. 如图 1-1-18，在⊙$O$ 中，半径 $OC$ 垂直于直径 $AB$，$OE=OF$，求证：$BG\perp CF$.

10. 如图 1-1-19 所示，在 Rt△$ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=2$，$BC=4$，以 $C$ 为圆心，$CA$ 为半径的圆交斜边于 $D$.

求：(1)$AD$ 的长；(2)△$BCD$ 的面积.

## 答案与提示

1. D　提示：①明显是错的；在③中，过圆心的线段有长有短，故说这条线段是直径也是错的；④错在题设中所说的圆是同一个圆，而不是两个圆，当然不能说是同心圆；只有②⑤是正确的.

2. A　提示：一个点与圆上的点最近或最远时，这两个点的连线段必经过圆心，若这点在圆外时，圆的半径为 2.5cm；在圆内时，圆的半径为 6.5cm.

3. 小红帽应放在小朋友所围成的圆的圆心处，这样 5 个小朋友到这点的距离都等于半径，故游戏是公平的.

4. 连 $OD$，知 $OD=OC=OB=\frac{1}{2}AB=DE$，所以$\angle DOE=\angle E=20°$，$\angle ODC=\angle DOE+\angle E=40°=\angle C$，故$\angle AOC=\angle C+\angle E=40°+20°=60°$.

5. 连 $OC$，$OD$，知 $OC=OD=OB=AD$，故$\angle B=\angle OCB=54°$，$\angle AOC=108°$，$\angle A=\angle DOA=x$ 时，$\angle ODC=\angle OCD=2x$，这样由$\angle A+\angle OCD+\angle AOC=180°$知，$x=24°$，即$\angle A=24°$.

6. 连 $OA$，$OB$，过 $O$ 作 $OM\perp AB$ 于 $M$，由 $OA=OB$ 得 $AM=BM$，又 $AE=BF$，所以 $EM=FM$. 又 $OM=OM$，$\angle EMO=\angle FMO=90°$，从而△$OEM\cong$△$OFM$，故 $OE=OF$.

7. 取 $BC$ 的中点 $O$，连结 $OD$、$OE$，易证 $OB=OC=OD=OE=\frac{1}{2}BC$.

8. 证 $OC=OD$，$OE=OF$ 即可.

9. 先证 Rt△$CFO\cong$Rt△$BEO$，得$\angle C=\angle B$，$\angle CGE=\angle BOE$，∵ $CO\perp AB$，∴ $\angle BOE=90°$，∴ $\angle CGE=90°$，∴ $BG\perp CF$.

10. (1)作 $CE\perp AD$ 于 $E$，在 Rt△$ABC$ 中，因为 $AC=2$，$BC=4$，所以 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$. 因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CE$，所以 $CE=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$. 在 Rt△$ACE$ 中，$AE=\sqrt{AC^2-CE^2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. 因为 $AC=DC$，$CE\perp AD$，所以 $AD=2AE=\frac{4\sqrt{5}}{5}$；

(2)因为 $BD=AB-AD=2\sqrt{5}-\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，所以 $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BD\cdot CE=\frac{1}{2}\times\frac{6\sqrt{5}}{5}\times\frac{4}{5}\sqrt{5}=\frac{12}{5}$.