



普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理实验

孟祥省 高铁军 张山彪 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理实验

孟祥省 高铁军 张山彪 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书根据教育部《新世纪高等教育教学改革工程》(教高[2001]1号)和山东省教育厅于2004年颁布的《山东省高等学校基础课实验教学示范中心建设标准》确定的实验内容编写而成。本书内容涉及力学、热学、电磁学、光学、原子物理等领域的40个实验项目,详细阐述了每个实验的背景知识、实验原理、实验仪器、实验内容和注意事项。

本书可作为高等院校理工科专业的物理实验课程教学用书,也可作为实验工作者和其他科技工作者的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/孟祥省,高铁军,张山彪主编. —北京:科学出版社,2012
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-03-033151-9

I. ①大… II. ①孟… ②高… ③张… III. ①物理学-实验-高等学校-教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 272033 号

责任编辑:窦京涛 唐保军 / 责任校对:林青梅
责任印制:张克忠 / 封面设计:迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市农林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年1月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2012年1月第一次印刷 印张:12 1/2

字数:300 000

定价:25.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

为了进一步加强山东省高等学校实验教学和实验教学条件建设,更好地深化高等教育改革和全面实施素质教育,根据教育部《新世纪高等教育教学改革工程》(教高[2001]1号),山东省教育厅于2004年颁布了《山东省高等学校基础课实验教学示范中心建设标准》(以下简称《建设标准》),并根据《建设标准》,于2004年4月在中国海洋大学召开了“大学物理实验教材建设研讨会议”,成立了新体系立体化实验教材编写组。第二次会议于2008年9月在聊城大学召开,就分层次、立体化、新体系物理实验教材建设的措施和办法进行了广泛深入的研讨与交流。会议达成一致共识:新体系立体化实验教材,力求突破传统的实验教学模式,建立以基础性实验、提高性实验、综合设计性实验、创新性实验为主,形成开放、自主、探究性学习的实验教学新模式和分层次一体化的实验教学新体系。

“大学物理实验”是理工科学生必修的一门基础实验课程。我们在总结物理实验课程教学改革经验的基础上,通过对山东部分省属高校的大学物理实验课程教学情况的调查研究,集近年来各校实验室建设和教学改革成果,编写了这本有特色、适用于普通高等院校非物理专业的大学物理实验教材。

考虑到本课程学习的对象,本教材力求通过学习和实验训练,使大学生了解物理学发展的历史背景,理解物理实验在物理概念的产生、形成和发展过程中的作用,领会物理学家的物理思想和实验设计方法,进一步巩固理解学过的理论知识,掌握科学实验中一些常用的实验方法、实验技术、仪器和相关知识,进一步提高大学生的实验技能,培养良好的实验习惯和严谨的科学作风。

在本教材中,分层次精选了基础性实验、提高性实验和综合设计性实验等实验项目40个,涵盖力学、热学、电磁学、光学和近代物理学,其中在第5章引入基于德国 Leybold 和美国 Pasco 科学工作室的创新实验项目9项,不仅符合课程的基本要求,贯彻“授人以渔”的教学思想,也体现出与时俱进的特色。

在本教材的编写中,除了借鉴传统实验方法的优点之外,着重强调了对学生的能力培养,突出了实验改革的特点,主要表现在以下几个方面:在实验理论阐述和操作训练上,注重奠定从事实验的思想基础、理论基础和素质基础。在能力的培养上,除强化基础训练外,着重加强实验设计能力。在内容方面,注重研究新方法、新手段,尽力反映新信息、新技术,且兼顾现实与发展、传统与改革,重视实验的实际效果。在教学方法上,实验内容、技能训练等循序渐进,目标要求明确,使学生疑而生趣、趣而解难,有思考的余地。

为了使学生能掌握好实验和因材施教,多数实验都编有“思考题”,其中各个题目的深浅程度有较大的差别,而且有些还需要动手做一做实验,这需要教师根据学生的程度和实验室条件挑选并做好安排。

本教材是集体智慧的结晶、高校合作的结果,是曲阜师范大学、山东师范大学、聊城大

学、青岛大学师范学院、临沂大学、德州学院、滨州学院、济宁学院和东营职业学院等物理实验室近年来教学改革成果的体现。

本教材编者分工具体体现在各个实验的最后,全书最后由主编、副主编统稿、定稿。

在本教材编写过程中,得到了山东大学夏海瑞教授、中国海洋大学郑荣儿教授、曲阜师范大学付吉孝教授和闫珂柱教授、山东师范大学朱俊孔教授、聊城大学胡海泉教授等的大力支持和帮助;本教材的编写与出版得到了曲阜师范大学、山东师范大学、聊城大学、青岛大学师范学院、临沂大学、德州学院、滨州学院、济宁学院、东营职业学院的领导的关怀与支持;另外,本教材的出版还得到了科学出版社的鼎力相助,在此一并表示诚挚的敬意和衷心的感谢!

在编写过程中,参考借鉴了北京大学、清华大学、中国科学技术大学、复旦大学、上海交通大学、山东大学、华东师范大学等高校的有关教材和经验,甚至引用了某些内容,在此深表谢意!

我们编写本教材的出发点是编写一本符合现代教学手段和方法的实验教材,但由于水平所限,再加上时间仓促,书中难免有不足之处,望读者批评指正!

编 者

2011年9月

目 录

前言

第 1 章 物理实验基本知识	1
1.1 测量与误差的基本概念	1
1.1.1 测量与测量分类	1
1.1.2 误差及其分类	1
1.1.3 直接测量与间接测量中的误差传递	3
1.2 测量结果不确定度的评定	5
1.2.1 测量列的标准误差和标准偏差	5
1.2.2 算术平均值的标准偏差	6
1.2.3 测量结果的表示	6
1.2.4 标准误差的传递公式	6
1.2.5 测量结果的不确定度	7
1.3 有效数字及其运算法则	9
1.3.1 有效数字的概念	9
1.3.2 直接测量数据的读取	10
1.3.3 有效数字的表示	10
1.3.4 数据的截尾规则	10
1.3.5 有效数字与不确定度的关系	10
1.3.6 有效数字的运算	11
1.3.7 用有效数字的科学计数法表示测量结果的不确定度	12
1.4 实验数据处理的基本方法	12
1.4.1 作图法	12
1.4.2 逐差法	13
1.4.3 最小二乘法	14
1.5 物理实验的基本方法	16
思考题与习题	16
第 2 章 基础性实验	18
2.1 基本测量——长度测量	18
2.2 万用电表的使用	22
2.3 冰的溶解热的测定	25
2.4 示波器的原理和使用	27
2.4.1 模拟示波器	27
2.4.2 数字存储示波器	32

2.5 光路的调整和薄透镜焦距的测量	34
2.5.1 成像公式法测透镜焦距	34
2.5.2 准直管法测透镜的焦距	38
2.6 光具组基点的测定	40
2.6.1 用测节器测定光具组的基点	42
2.6.2 用牛顿成像公式测定光具组基点	43
2.7 用三线摆测刚体的转动惯量	44
2.8 牛顿第二定律实验	48
2.9 伏安法测电阻	52
2.10 分光计的调节和使用	54
2.11 望远镜、显微镜及其应用	60
2.12 弦振动和驻波实验	66
第3章 提高性实验	69
3.1 动量守恒定律的验证	69
3.2 声速的测量	72
3.3 金属线胀系数的测定	76
3.4 不良导体导热系数的测定	78
3.5 落球法测液体的黏滞系数	80
3.6 电表改装与校正	82
3.7 用惠斯通电桥测电阻	91
3.8 RLC 电路特性的研究	94
3.9 电阻元件伏安特性的研究	99
3.10 平行光管的调整和使用	102
3.11 双光干涉实验	106
3.12 液体折射率的测定	109
第4章 综合设计性实验	114
4.1 用拉伸法测杨氏模量	114
4.2 霍尔效应研究	117
4.3 光电效应——普朗克常量测量	122
4.4 pn 结物理特性综合实验	126
4.5 液晶电光效应实验	129
4.6 利用透射光栅测定光波波长	134
4.7 CCD 技术及应用实验:利用线阵 CCD 进行物体尺寸测量	136
第5章 基于 Leybold 和 Pasco 的创新性实验	144
5.1 地球磁场的测量	144
5.2 信号傅里叶分析	146
5.3 弹性碰撞实验中速度与加速度矢量的相互关系	156
5.4 非弹性碰撞中的冲力与动量的相互关系	158

5.5 完全非弹性碰撞过程中动量守恒与动能的损失	160
5.6 完全弹性碰撞中动能和动量的守恒	164
5.7 光的单缝衍射	167
5.8 光的双缝干涉	170
5.9 光的偏振实验	173
附录 常用物理常数表	177
附表 1 基本物理常数	177
附表 2 固体的密度	177
附表 3 气体的密度(在 101325Pa、0℃下)	178
附表 4 各种固体的弹性模量	178
附表 5 液体的黏度	179
附表 6 气体的黏度(在 101325Pa、20℃下)	180
附表 7 液体的表面张力	180
附表 8 固体中的声速(沿棒传播的纵波)	180
附表 9 液体中的声速(在 20℃下)	181
附表 10 气体中的声速(在 101325Pa、0℃下)	181
附表 11 水的饱和蒸气压与温度的关系	182
附表 12 水的沸点与压强的关系	182
附表 13 在 101325Pa 下一些元素的熔点和沸点	183
附表 14 固体的线胀系数(在 101325Pa 下)	183
附表 15 液体的体胀系数(在 101325Pa 下)	184
附表 16 物质的比热容	184
附表 17 气体导热系数(在 101325Pa 下)	184
附表 18 固体的导热系数	185
附表 19 某些金属和合金的电阻率及其温度系数	185
附表 20 在常温下某些物质相对于空气的光的折射率	186
附表 21 寻常光源的谱线波长表	186
参考文献	187

第1章 物理实验基本知识

1.1 测量与误差的基本概念

1.1.1 测量与测量分类

物理学是一门实验科学,物理实验就是在人为的条件下,观测物质的运动形态、探索物质的运动性质及各相关量之间的规律性的实践验证活动。因此,物理实验中基本的操作就是测量。所谓测量就是将待测量与规定为基本单位的物理量进行比较,其倍数即为待测量的大小,其单位就是与之进行比较的基本单位。例如,测得某一物体的长度为1.168m,则表示基本单位为米,而物体的长度为基本单位的1.168倍(数值),显然数值的大小与选用的单位有关。因此,我们在给出某一待测量的结果时,必须同时给出数值和单位,两者缺一不可。

实际的测量过程一般要借助于测量仪器,测量仪器是基本单位的实物体现,是用以直接或间接测出被测对象量值的器具,如米尺、天平、秒表、温度计、电流表、光度计等。

测量通常分为直接测量和间接测量两类。直接测量就是将待测量与测量仪器直接比较,得出被测量量值的测量。例如,用米尺测量长度,用天平测量质量等。但在物理实验中,还有一些物理量不能直接从仪器上测得,而是通过对某些相关物理量的直接测量,再根据相应的函数公式计算出被测量的大小,这种测量称为间接测量。例如,用流体静力称衡法测不规则固体的密度实验中,避开了不易测量的不规则体积 V ,将其转换成容易测准的质量和已知纯净水的密度,由公式 $\rho = \frac{m\rho_0}{m - m_0}$ 计算出室温条件下不规则固体的密度 ρ 的过程就是间接测量,其中 m 和 m_0 为不规则固体在室温空气中及全浸入纯净水中称衡时相应的天平砝码质量, ρ_0 为已知纯净水的密度。

1.1.2 误差及其分类

实验中所测量的物理量,均有不依人的意志与客观环境转移而改变的真实大小,称为被测量的真值。测量的理想结果是求出被测量的真值,但实际上又很难准确得到它,因为测量原理与方法的不完善、环境条件的影响及测量者感官能力的限制,测量仪器只能精确到一定程度,所得测量值和真值总存在一定的差异,这种测量值与真值之差称为测量结果的绝对误差,简称误差,即

$$\text{绝对误差}(\Delta) = \text{测量值}(x) - \text{真值}(x_0)$$

绝对误差反映了测量值偏离真值的大小和方向,由于被测量的真值不可知,绝对误差也不可知,使用时常用被测量的公认值或理论值代替真值。

绝对误差虽然可以表示某一测量结果的优劣,但在比较不同测量结果时则不适用,需要用相对误差表示。相对误差的定义为

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{测量最佳值}} \times 100\%$$

测量最佳值指同一物理量在相同条件下进行多次测量,其结果的算术平均值。

相对误差较之绝对误差能够较好地评价测量结果的优劣。例如,测量两个物体的长度时,得到

$$l_1 = (100 \pm 0.5) \text{mm}, \quad l_2 = (1.00 \pm 0.02) \text{mm}$$

如果单从绝对误差大小来看, $\Delta l_1 > \Delta l_2$; 若从误差所占各自测量结果的比重来看,前者为 0.5%, 后者为 2%, 说明前者的测量质量高。所以,在评价比较不同的测量结果时,引入相对误差是必要的。

根据误差的性质和特点,可将误差分为两类,即系统误差和偶然误差。

1. 系统误差

在同一条件下(实验方法、仪器、实验环境、实验者),对同一物理量进行多次测量,误差的符号和绝对值保持不变或按某种规律变化,该误差称为系统误差。

系统误差产生的原因主要有以下几个方面:

- (1) 理论(方法)误差。这是由实验方法或理论不完善导致的误差。
- (2) 仪器误差。这是所用量具或装置本身不完善或调整不当而产生的误差。主要表现为示值误差、零值误差、调整误差及回程误差等。
- (3) 环境误差。这是由外界环境(如温度、湿度、光照、电磁场等)的影响而产生的误差。
- (4) 人身误差。这是由观察者的不良习惯与偏向引入的误差。

从上述系统误差产生的原因,可知测量者不能依靠在相同条件下进行多次测量来消除和发现它,但在实验中应尽可能进行系统误差的修正和处理。按对系统误差掌握的程度,常将其分为已定系统误差和未定系统误差两类。已定系统误差是指采用一定的方法,可以对误差的数据和符号能确定的系统误差;未定系统误差是指不知道误差的大小和符号,仅仅知道误差的可能范围(或称误差限)。对于已定系统误差,可对测量值进行修正。设已知测量某量的已定系统误差为 Δx , 则修正值为 $c_x = -\Delta x$, 修正后的测量值为

$$\text{实际值}(x') = \text{示值}(x) + \text{修正值}(c_x)$$

对不能消除的未定系统误差,应设法估计其误差的大小,但寻找系统误差并估计其大小,没有普遍规律可循,在很大程度上有赖于实验者的经验与素养。

2. 偶然误差(随机误差)

在相同条件下,对某一物理量进行多次测量,各测量值之间总存在差异且变化不定,在消除系统误差后仍然如此,这种绝对值和符号随机变化的误差称为偶然误差(或称随机误差)。产生偶然误差的原因很多,而且各种偶然因素对实验的影响一般都很小,大都是混合出现的。它的主要来源有两个方面:一是实验者本人感觉器官分辨能力的限制;二是测量过程中,实验条件和环境因素的微小的、无规则的起伏变化。

在大量的观测数据中,偶然误差服从一定的统计分布规律,如图 1-1-1 所示为正态分布曲线,其横坐标是测量值,纵坐标是每单位 x 出现的概率,或称为概率密度.特点如下:

(1) 单峰性,绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多.

(2) 对称性,绝对值相等的正负误差出现的机会相等.

(3) 有界性,超过一定大小范围的误差出现的概率为零.

根据偶然误差的特点,采用多次重复测量求平均来减小偶然误差的影响,这就是多次测量结果的算术平均值被称为测量最佳值的原因;另外,还可以根据偶然误差服从的统计分布规律,对偶然误差的大小及测量结果的可靠性作出合理的评价.

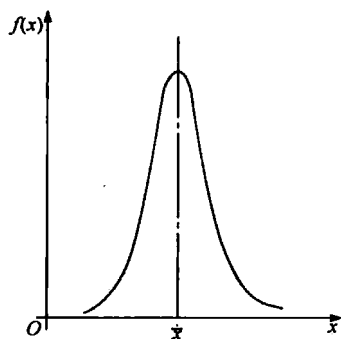


图 1-1-1 正态分布曲线

3. 精度

误差反映了测量结果与真值的差异.差异小,俗称精度高;差异大,俗称精度低.根据误差的种类,可将精度细分为如下几种:

(1) 准确度,表示测量结果中系统误差大小的程度.

(2) 精密度,表示测量结果中偶然误差大小的程度.

(3) 精确度,是测量结果中系统误差与偶然误差的综合,表示测量结果与真值的一致程度.准确度、精密度和精确度三者的含义可用图 1-1-2 的情况来说明.

图 1-1-2(a)表示精密度很高,但准确度低,即偶然误差较小,但有较大的系统误差.图 1-1-2(b)表示准确度高,但精密度低,即系统误差较小,但偶然误差较大.图 1-1-2(c)表示精密度和准确度均较好,即精确度高,说明偶然误差和系统误差均较小.因此,在评价测量结果时,原则上应指出精确度的大小,即同时反映其系统误差和偶然误差的大小.

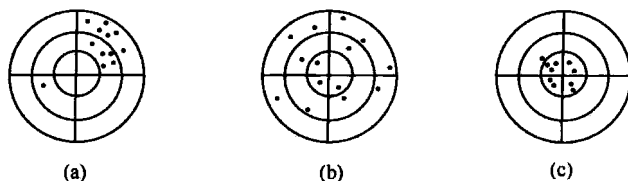


图 1-1-2 测量结果精度示意图

1.1.3 直接测量与间接测量中的误差传递

1. 单次直接测量结果的误差估算

有些实验,由于是在动态中测量,不容许对被测量量在相同条件下进行重复测量.例如,热学实验中的温度测量就无法多次测量.另外在间接测量中,该物理量的误差对最后

的结果影响较小,或在有些实验中对精度要求不高,在这些情况下,对被测量量只测一次,那么它的误差应如何估算呢?对于单次测量,由于误差的来源很多,各个实验又有各自的特点,所以难于用统一标准。目前一般按照如下两个约定:①当测量的偶然误差较小时,通常取仪器的最小分度值为极限误差;②当测量的偶然误差较大时,选取仪器的最小分度值的几倍为极限误差。一般是取最小分度值为极限误差 $\delta_{\max}$,所以单次直接测量结果的误差可估计为

$$\sigma = \frac{1}{3} \delta_{\max} \quad (1-1-1)$$

2. 间接测量中的误差传递

在物理实验中,除直接测量外,大部分实验都是经过间接测量获得最终结果的。由于间接测量是把直接测量值代入某种函数关系求出待测量,各直接测量值有误差,经过函数运算必然影响到间接测量值,这就是误差传递。各直接测量值的误差与间接测量值的误差之间的关系式,称为误差传递公式。

设 $y = F(x_1, x_2, \dots, x_m)$, 其中 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 为 m 个直接测量值, y 为间接测量值,将各直接测量值的算术平均值代入公式,即可求出间接测量的最佳估计值。即

$$\bar{y} = F(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m) \quad (1-1-2)$$

当考虑各直接测量值的误差时,间接测量值也有误差,所以有

$$\bar{y} \pm \Delta y = F(\bar{x}_1 \pm \Delta x_1, \bar{x}_2 \pm \Delta x_2, \dots, \bar{x}_m \pm \Delta x_m) \quad (1-1-3)$$

按泰勒公式展开(1-1-3)式并略去二次方以上各项得

$$\bar{y} \pm \Delta y = F(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m) + \frac{\partial F}{\partial x_1} (\pm \Delta x_1) + \frac{\partial F}{\partial x_2} (\pm \Delta x_2) + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_m} (\pm \Delta x_m) \quad (1-1-4)$$

在计算偶然误差时,由于误差本身的正或负是不可知的,因此,上式中各误差项的系数必须取其绝对值,即

$$\Delta y = \left| \frac{\partial F}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial F}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial F}{\partial x_m} \right| \Delta x_m \quad (1-1-5)$$

相对误差为

$$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = \left| \frac{\partial F}{\partial x_1} \right| \frac{\Delta x_1}{F} + \left| \frac{\partial F}{\partial x_2} \right| \frac{\Delta x_2}{F} + \dots + \left| \frac{\partial F}{\partial x_m} \right| \frac{\Delta x_m}{F} \quad (1-1-6)$$

如果间接测量 y 是直接测量 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 的相乘或相除的函数关系,则为了运算方便,通常对 $\bar{y} = F(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)$ 两边取对数,即 $\ln y = \ln F(x_1, x_2, \dots, x_m)$, 先计算相对误差,再求绝对误差,即

$$E = \frac{\Delta y}{\bar{y}} = \left| \frac{\partial \ln F}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial \ln F}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial \ln F}{\partial x_m} \right| \Delta x_m \quad (1-1-7)$$

$$\Delta y = E \cdot \bar{y} \quad (1-1-8)$$

以上讨论没有考虑各误差项的实际符号,而总是从最不利的情况讨论,忽略了可以相互抵消一些的情况,因而估计出的误差将有些偏大。根据上述公式,可推导出表 1-1-1 所

列的一些常用函数关系式的误差传递公式. 由表 1-1-1 所列常用函数关系式的误差传递公式, 我们可总结出如下规律:

(1) 当间接测量值是几个直接测量值的和(差)时, 间接测量的绝对误差等于各直接测量的绝对误差之和. 在此情况下先算绝对误差, 后算相对误差较方便.

(2) 当间接测量值是几个直接测量值的积(商)时, 间接测量的相对误差等于各直接测量的相对误差之和. 在此情况下, 先算相对误差, 后算绝对误差较方便.

表 1-1-1 常用函数关系式的误差传递公式

序 号	函数关系式	误差传递公式	
		绝对误差	相对误差
1	$y = x_1 + x_2$	$\Delta y = \Delta x_1 + \Delta x_2 $	$E = \frac{ \Delta x_1 + \Delta x_2 }{x_1 + x_2}$
2	$y = x_1 - x_2$	$\Delta y = \Delta x_1 + \Delta x_2 $	$E = \frac{ \Delta x_1 + \Delta x_2 }{x_1 - x_2}$
3	$y = x_1 \times x_2$	$\Delta y = x_2 \Delta x_1 + x_1 \Delta x_2 $	$E = \left \frac{\Delta x_1}{x_1} \right + \left \frac{\Delta x_2}{x_2} \right $
4	$y = \frac{x_1}{x_2}$	$\Delta y = \frac{ x_2 \Delta x_1 + x_1 \Delta x_2 }{y^2}$	$E = \left \frac{\Delta x_1}{x_1} \right + \left \frac{\Delta x_2}{x_2} \right $
5	$y = x^n$	$\Delta y = n x^{n-1} \cdot \Delta x $	$E = n \left \frac{\Delta x}{x} \right $
6	$y = \sqrt[n]{x}$	$\Delta y = \left \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1} \cdot \Delta x \right $	$E = n \left \frac{\Delta x}{x} \right $
7	$y = \sin x$	$\Delta y = \cos x \cdot \Delta x $	$E = \frac{ \cos x \cdot \Delta x }{\sin x}$
8	$y = \cos x$	$\Delta y = \sin x \cdot \Delta x $	$E = \frac{ \sin x \cdot \Delta x }{\cos x}$

1.2 测量结果不确定度的评定

1.2.1 测量列的标准误差和标准偏差

设某一测量列为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 真值为 a , 则各测量值误差为

$$\Delta_1 = x_1 - a, \quad \Delta_2 = x_2 - a, \quad \dots, \quad \Delta_n = x_n - a$$

实际上这种计算, 仅有系统误差, 没有涉及偶然因素的影响, 是不科学不合理的. 那么如何对偶然误差的大小及测量列的可靠性作出合理的评价, 目前有多种方法, 除上述相对误差、极限误差、精度等, 还采用统计学中的标准误差来评价.

定义: 各测量值误差的平方和的平均值的平方根称为测量列的标准误差, 即

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}} \quad (1-2-1)$$

上式称为测量列的标准误差公式.

由于被测量的真值是未知的,因而误差 Δ_i 就无法算出,上面给出的标准误差公式只具有理论上的意义. 实际测量中,我们只能求得最佳测量值——算术平均值,所以只能用测量值和平均值之差即残差 $v_i = x_i - \bar{x}$ 来估算标准误差,当测量次数 n 很大时,由误差理论可以证明,其表达式为

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-2-2)$$

上式为用残差来估算标准误差的表达式,称为标准偏差,又称为贝塞尔(Bessel)公式.

对一个测量列而言,如果求得的标准偏差 σ_s 小,即表示测量的精密度高. 根据统计概率论,如果给定误差区间 $(-\sigma_s, +\sigma_s)$,则表示测量列中的每一测量值其偏差在 $(-\sigma_s, +\sigma_s)$ 范围内的概率为 68.3%,或给定区间 $(\bar{x} - \sigma_s, \bar{x} + \sigma_s)$,测量列中每一测量值落在 $(\bar{x} - \sigma_s, \bar{x} + \sigma_s)$ 内的概率为 68.3%.

1.2.2 算术平均值的标准偏差

上面关于测量列的误差估算,反映的只是 x_i 的离散性,而不是 $\bar{x}$ 的离散性. 事实上,由于重复测量的次数 n 不是无穷多,所以不仅 x_i 有误差 $\Delta_i = x_i - a$,而且平均值本身也有误差 $\delta_{\bar{x}} = \bar{x} - a$,它也是偶然误差,服从正态分布. 由于算术平均值的误差为各测量值误差的平均值,而测量值的偶然误差在相加时有所抵消,因此算术平均值的标准偏差要比测量列的标准偏差小. 用 $\sigma(\bar{x})$ 表示算术平均值的标准偏差,当测量次数 n 很大时,根据误差理论可以证明, $\sigma(\bar{x})$ 可由下式求出:

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-2-3)$$

1.2.3 测量结果的表示

当用标准误差进行误差估算时,待测量的结果可表示为

$$x = \bar{x} \pm \sigma(\bar{x}) \text{ (单位)} \quad (1-2-4)$$

其中, $\bar{x}$ 为测量列的算术平均值; $\sigma(\bar{x})$ 为误差项. 这里要特别注意,不能把上式理解为最近真值就限制在 $[\bar{x} - \sigma(\bar{x}), \bar{x} + \sigma(\bar{x})]$ 范围内,它的意义仅表示真值落在区间 $[\bar{x} - \sigma(\bar{x}), \bar{x} + \sigma(\bar{x})]$ 内的概率为 68.3%.

1.2.4 标准误差的传递公式

设直接测量 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ 的标准误差分别为 $\sigma(\bar{x}_1), \sigma(\bar{x}_2), \dots, \sigma(\bar{x}_m)$, 根据误差的有关理论,可以证明,间接测量标准误差的传递公式为

$$\sigma(\bar{y}) = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \cdot \sigma^2(\bar{x}_1) + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \sigma^2(\bar{x}_2) + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_m}\right)^2 \cdot \sigma^2(\bar{x}_m)} \quad (1-2-5)$$

其相对误差为

$$\frac{\sigma(\bar{y})}{\bar{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma(\bar{x}_1)}{\bar{y}}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma(\bar{x}_2)}{\bar{y}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_m}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma(\bar{x}_m)}{\bar{y}}\right)^2} \quad (1-2-6)$$

同样,当间接测量是各直接测量的积(或商)时,则先求标准误差的相对误差较方便,其公式为

$$E = \frac{\sigma(\bar{y})}{\bar{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x_1}\right)^2 \cdot \sigma^2(\bar{x}_1) + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \sigma^2(\bar{x}_2) + \dots + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial x_m}\right)^2 \cdot \sigma^2(\bar{x}_m)} \quad (1-2-7)$$

标准误差为

$$\sigma(\bar{y}) = E \cdot \bar{y} \quad (1-2-8)$$

根据上面的公式,可以推导出表 1-2-1 所列一些常用函数的标准误差传递公式。

表 1-2-1 一些常用函数的标准误差传递公式

序 号	函数关系式	标准误差传递公式	
		绝对误差	相对误差
1	$y = x_1 + x_2$	$\sigma(\bar{y}) = \sqrt{\sigma^2(\bar{x}_1) + \sigma^2(\bar{x}_2)}$	
2	$y = x_1 - x_2$	$\sigma(\bar{y}) = \sqrt{\sigma^2(\bar{x}_1) + \sigma^2(\bar{x}_2)}$	
3	$y = x_1 \times x_2$		$E = \sqrt{\left(\frac{\sigma(\bar{x}_1)}{\bar{x}_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(\bar{x}_2)}{\bar{x}_2}\right)^2}$
4	$y = \frac{x_1}{x_2}$		$E = \sqrt{\left(\frac{\sigma(\bar{x}_1)}{\bar{x}_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(\bar{x}_2)}{\bar{x}_2}\right)^2}$
5	$y = x^n$	$\sigma(\bar{y}) = n\bar{x}^{n-1}\sigma(\bar{x})$	$E = n \frac{\sigma(\bar{x})}{\bar{x}}$
6	$y = \sqrt[n]{x}$	$\sigma(\bar{y}) = \frac{1}{n} \bar{x}^{\frac{1}{n}-1} \sigma(\bar{x})$	$E = \frac{1}{n} \frac{\sigma(\bar{x})}{\bar{x}}$
7	$y = \sin x$	$\sigma(\bar{y}) = \cos \bar{x} \sigma(\bar{x})$	
8	$y = \ln x$	$\sigma(\bar{y}) = \frac{\sigma(\bar{x})}{\bar{x}}$	

1.2.5 测量结果的不确定度

理想的测量是获得被测量真值的最高境界,但实际上,即使测量方法正确,由于测量仪器的不完善、测量环境不稳定、实验者在操作和读取数值时感官能力的限制不十分准确等原因,必然有不确定的成分。所以真值不可能准确知道,显然根据误差的定义求得测量结果的误差值只能是一个估计值,不再是一个准确值。常用的“标准误差”和“极限误差”也不是测量结果的误差值,而是用来描述误差分布的数值特征和一定置信概率的误差分布范围。所以误差是一个理想的概念,它只能定性地说明某个测量结果,而科学地、定量准确地表达测量结果则必须用不确定度,它是国际上统一使用的对测量结果接近真值可信程

度的科学合理的表达方式.

不确定度是表征测量结果不确定成分的一个参数,测量误差的存在使被测量真值不能确定的程度,是对被测物理量的真值包含在某个测量值范围内的一个评定.在方法正确的情况下,不确定度越小,表示测量结果与真值越靠近;反之,不确定度越大,偏离真值的范围越大,测量质量越低,可靠性越差.

1. 不确定度与误差的关系

不确定度与误差是两个不同的概念,分别用于不同的场合,有着根本的区别,但又有着相互联系.

具体讲不确定度,是因误差的存在而对测量结果接近真值不能确定的程度,所以使用不确定度能定量地、科学合理地表示测量结果.一定置信概率的不确定度是根据描述误差分布范围的“标准误差”或“极限误差”等评定出来的,其值永远是正值,而误差可能为正、可能为负,而且是无法计算准确的.因此,不确定度的概念与评定是在现代误差理论的基础上建立和发展起来的,两者是相互关联的.

2. 不确定度评定的分类

在物理实验中,不确定度的评定非常重要,但以往各国对不确定度的表示和评定有不同看法和规定,从而影响了国与国之间的交流与合作.1992年,国际标准化组织(ISO)发布了具有指导性的文件《测量不确定度表示指南》,为世界各国不确定度的统一奠定了基础.1993年ISO和国际理论与应用物理联合会(IUPAP)等七个国际权威组织又联合发布了《测量不确定度表示指南》的修订版.从此物理实验的不确定度评定有了国际公认的准则.

对测量不确定度的评定,常以标准偏差表示测量的不确定度估计值,称为标准不确定度.

标准不确定度一般可分为两类:

1) 标准不确定度的 A 类评定

由于偶然因素,被测量多次直接测量值将是分散的,从分散的测量值出发,用统计方法评定标准不确定度,就是标准不确定度的 A 类评定,简称 A 类不确定度,常记为 u_A ,它与被测量多次直接测量值的偶然误差相对应,其大小为测量值平均值的标准偏差,即

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-2-9)$$

2) 标准不确定度的 B 类评定

当误差的影响仅使测量值向某一方向有恒定的偏离时,不能用统计的方法评定不确定度,这一类的评定就是 B 类不确定度评定.关于 B 类评定,有的依据计量仪器说明书或鉴定书;有的依据仪器的准确度等级;有的则粗略依据仪器分度值或经验,从这些信息中获取极限误差 $\delta_{\max}$,此类误差一般可视为均匀分布,均匀分布的标准差为 $\delta_{\max}/\sqrt{3}$,简称 B 类不确定度,常记为 u_B ,它与被测量多次直接测量值的系统误差相对应,其大小为

$$u_B = \frac{\delta_{\max}}{\sqrt{3}} \quad (1-2-10)$$

3. 完整的测量结果表达式

完整的测量结果应记为 $x = \bar{x} \pm u$, 式中 $\bar{x}$ 为被测量多次测量值的算术平均值, u 为总不确定度, 这表示被测量的真值以多大概率落在 $(\bar{x} + u, \bar{x} - u)$ 内。

实验室中一般要求测量次数 $6 \leq n \leq 10$, 在要求精度不高的情况下, 经计算其置信概率近似为 95%, 这表示被测量的真值以 95% 的概率落在 $(\bar{x} + u, \bar{x} - u)$ 内。

1) 直接测量结果表达式

对一物理量测量之后, 要计算测量值的不确定度, 由于其测量值的不确定度来源不止一个, 所以要合成其标准不确定度。

对于直接测量量, 设被测量 x 的标准不确定度来源有 k 项, 则合成不确定度 u 为

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^k u_i^2(x)} \quad (1-2-11)$$

上式中的 $u_i(x)$ 可以是 A 类不确定度或 B 类不确定度。

2) 间接测量结果表达式

对于间接测量, 设被测量 y 由 m 个直接被测量通过计算得到的, 它们的关系为 $y = y(x_1, x_2, \dots, x_m)$, 各 x_i 的标准不确定度为 $u(x_i)$, 则合成不确定度 $u(y)$ 为:

和差形式的函数其公式为

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} \quad (1-2-12)$$

积商形式的函数其公式为

$$E = \frac{u(y)}{\bar{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x_1} \right)^2 \cdot u_{(x_1)}^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial x_2} \right)^2 \cdot u_{(x_2)}^2 + \dots + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial x_m} \right)^2 \cdot u_{(x_m)}^2} \quad (1-2-13)$$

不确定度为

$$u(\bar{y}) = E \cdot \bar{y} \quad (1-2-14)$$

1.3 有效数字及其运算法则

1.3.1 有效数字的概念

定义: 测量结果中所有可靠数字加上末位的估读数字统称为测量结果的有效数字。

物理实验中, 为了获得正确的测量结果, 总要读取很多数据并进行计算, 但在记录时应取几位? 运算后应保留几位? 需要有一个统一的规则, 于是人们研究出了有效数字这个概念。

在实验中读取的数据, 应能反映待测量的实际大小, 记录与运算后保留的数字也应能传递出被测量的实际大小; 又因为同一物理量用不同精度的仪器测量, 得到的位数也不相同, 精度越高, 位数越多。因此, 有效数字的位数由待测量的大小和测量方法及其精度、运算方法等共同决定。