

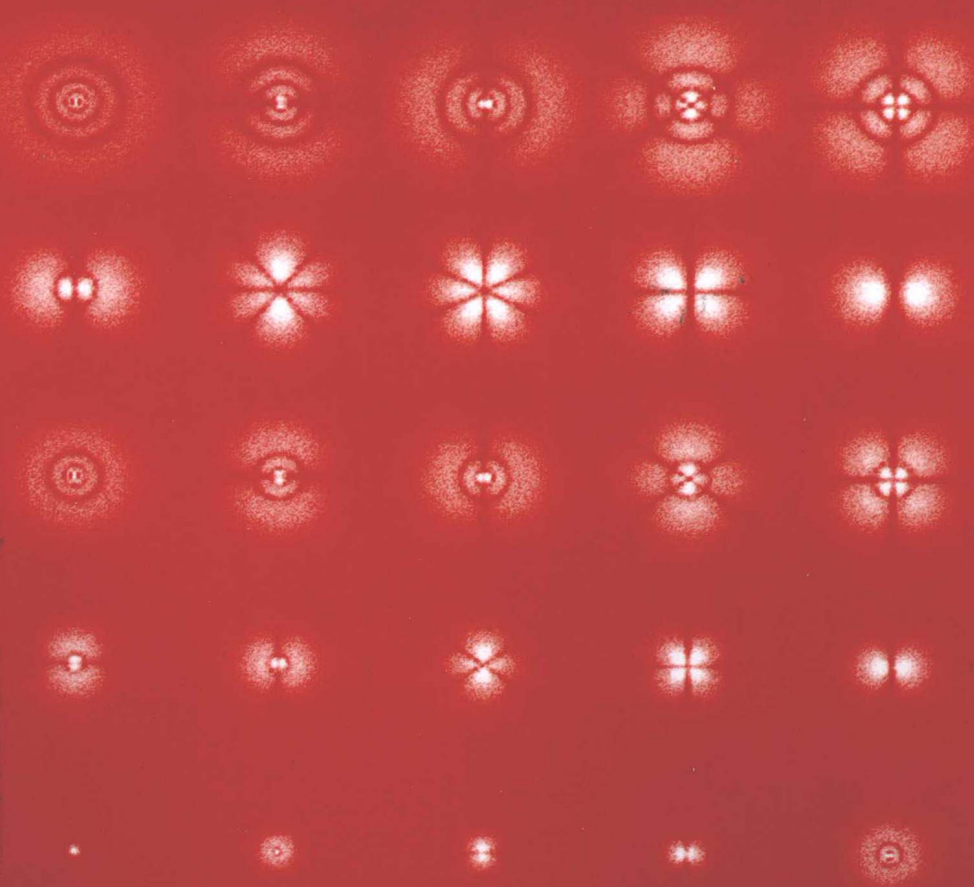


普通高等院校基础课规划教材

大学物理

上册 (第2版)

苟秉聪 胡海云 主编



国防工业出版社

National Defense Industry Press

普通高等院校基础课规划教材

大学物理

上册 (第2版)

苟秉聪 胡海云 主编

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

《大学物理》分上下两册,上册包括力学、热学、振动与波动、光学;下册包括电磁学、狭义相对论力学基础、量子物理基础、固体物理基础等内容。本书是根据“非物理类理工科大学物理课程教学基本要求”,在总结编者教学改革经验,并吸取了师生对第1版教材的建议基础上修订再版的。书中物理概念明确、物理图像清晰、论述深入浅出、并有适量的技术应用和理论扩展。

本书可作为大学工科各专业的大学物理课程的教材,也可作为综合性大学和高等师范院校相关专业的教材和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.上册/苟秉聪,胡海云主编.—2版.—北京:
国防工业出版社,2011.1
普通高等院校基础课规划教材
ISBN 978-7-118-07143-6

I. ①大… II. ①苟…②胡… III. ①物理学—高等
学校—教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 264861 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 18¼ 字数 418 千字

2011 年 1 月第 2 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 35.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422
发行传真:(010)68411535

发行邮购:(010)68414474
发行业务:(010)68472764

前 言

大学物理是高等学校非物理类专业学生一门重要的必修基础课。它所涉及的物理基础知识、科学思维方式和科学研究方法,是每位理工科大学生所必须掌握的。该课程不仅是理工科各专业学生学习其他后续课程的重要铺垫,而且在培养学生科学的世界观,增强学生的创新意识和解决问题的能力等方面具有重要作用。本书根据“非物理类理工科大学物理课程教学基本要求”(简称“基本要求”),结合编者在北京理工大学多年教学研究和实践,并借鉴国内外同类教材的优点编写而成。《大学物理(第2版)》是根据广大教师和读者的建议,以及编者使用本书在北京理工大学授课的经验,对第1版的部分内容做了修改与补充,内容更加充实和新颖。

鉴于近年来物理学发展迅速,新理论、新发现、新应用层出不穷,大学物理应使学生了解这种变化。在编写过程中,第2版注重处理了经典物理和近代物理两者在结构和内容上的关系。经典物理是基础,体系结构成熟,在符合“基本要求”的基础上压缩精讲,而把节省出来的篇幅用于加强近代物理,多侧面、多角度介绍量子力学、相对论等近代物理基础知识,力求使难懂的教学内容形象化、具体化。我们还注意从物理学史的角度引入物理概念和定律,并适当介绍当代物理学的成就以及在工程技术上的应用,突出物理学理论与实际相结合的特点。

在写作风格上力求物理图像清晰,精炼,尽量避免繁琐的数学推导,突出物理思想;深入浅出,通俗易懂,注重激发学生的学习兴趣,增加教材的可读性和趣味性;在习题中编选了一些具有启发性的能力题,以培养学生的创新思维。

本书分上、下两册,共13章。上册包括力学、热学、振动与波动、波动光学;下册包括电磁学、狭义相对论力学基础、量子物理和固体物理基础。各章中带*号的部分是扩展内容,可有选择地讲授,也可让学生自学。为了便于教师和学生使用这套教材,还配套出版了《大学物理(第2版)学习指导与习题解答》,给出了教材中每一章的知识要点和习题详细解答。

本书由苟秉聪教授和胡海云教授主编,参加编写工作的有刘兆龙(第1、2章),缪劲松(第3、4章),胡海云(第5章),郑少波(第6章),吴晓丽(第7、8章),宋克辉(第9、10章),冯艳全(第11、13章),苟秉聪(第12章)。全书由苟秉聪教授和胡海云教授负责统稿,苟秉聪教授组织了编写讨论会并负责组织出版等工作。编者感谢国防工业出版社对本书的积极支持。书中难免出现不妥之处,真诚希望读者提出宝贵意见和建议。

编者

2010年9月

目 录

第1章 质点力学	1
1.1 质点运动学	1
1.1.1 位置矢量与位移	2
1.1.2 速度	3
1.1.3 加速度	4
1.1.4 相对运动	7
1.1.5 匀加速运动	8
1.1.6 圆周运动	11
1.2 牛顿运动定律及其应用	16
1.2.1 牛顿运动定律	16
1.2.2 自然界中的力	18
1.2.3 牛顿运动定律的应用	20
1.2.4 非惯性系与惯性力	22
1.3 动量	26
1.3.1 质点的动量定理	26
1.3.2 质点系的动量定理	29
1.3.3 动量守恒定律	30
1.3.4 质心	34
1.4 角动量	38
1.4.1 质点的角动量	38
1.4.2 角动量定理	39
1.4.3 角动量守恒定律	41
1.5 功和能	42
1.5.1 功	42
1.5.2 动能定理	46
1.5.3 保守力和势能	48
1.5.4 机械能守恒	53
本章提要	55

习题	57
第2章 刚体力学	63
2.1 刚体的定轴转动	63
2.1.1 平动和转动	63
2.1.2 角速度和角加速度	64
2.1.3 转动惯量	68
2.1.4 定轴转动刚体的角动量	72
2.2 刚体定轴转动定律及其应用	72
2.2.1 刚体定轴转动定律	72
2.2.2 刚体定轴转动定律的应用	75
2.3 对定轴转动的角动量守恒	77
2.3.1 角动量定理	77
2.3.2 角动量守恒定律	79
2.3.3 回转仪	80
2.4 刚体定轴转动的功和能	82
2.4.1 力矩的功和功率	82
2.4.2 定轴转动刚体的机械能	83
2.4.3 定轴转动刚体的动能定理	84
本章提要	85
习题	87
第3章 气体动理论	92
3.1 热力学系统 状态 理想气体状态方程	92
3.1.1 热力学系统和状态	92
3.1.2 温度 热力学第零定律	94
3.1.3 理想气体状态方程	95
3.2 理想气体宏观状态参量的微观本质	96
3.2.1 理想气体的微观模型	96
3.2.2 理想气体压强的微观描述	98
3.2.3 理想气温度的微观解释	99
3.3 能均分定理和理想气体内能	100
3.3.1 自由度的概念	100
3.3.2 能均分定理	101
3.3.3 理想气体内能	102
3.4 麦克斯韦速率分布律	103
3.4.1 统计规律性和概率分布	103

3.4.2	麦克斯韦速率分布律	104
3.4.3	麦克斯韦速率分布律的实验验证	107
3.5	玻耳兹曼分布律	108
3.5.1	麦克斯韦速度分布律	108
3.5.2	重力场中粒子按高度的分布	109
3.5.3	麦克斯韦—玻耳兹曼分布律	110
3.6	实际气体的状态方程	111
3.7	气体分子平均自由程	113
	本章提要	114
	习题	116
第4章	热力学基础	119
4.1	准静态过程 功 热量	119
4.1.1	准静态过程和过程曲线	119
4.1.2	体积功	120
4.1.3	热量	122
4.2	热力学第一定律	123
4.2.1	内能 能量守恒和转换定律	123
4.2.2	热力学第一定律	123
4.3	理想气体的三个等值过程 热容	124
4.3.1	等体过程 摩尔定体热容	124
4.3.2	等压过程 摩尔定压热容	125
4.3.3	等温过程	127
4.3.4	热力学第一定律的应用	127
4.4	准静态绝热过程 绝热自由膨胀	129
4.4.1	理想气体的准静态绝热过程	129
4.4.2	理想气体的绝热自由膨胀	130
4.5	循环过程 卡诺循环	131
4.5.1	循环过程及其效率	131
4.5.2	卡诺循环	134
4.5.3	制冷循环	135
4.6	热力学第二定律	137
4.6.1	自然过程的方向性	137
4.6.2	热力学第二定律及其微观意义	139
4.6.3	热力学概率	140
4.6.4	玻耳兹曼熵	142
4.7	熵 熵增加原理	143

4.7.1	可逆过程及卡诺定理	143
4.7.2	克劳修斯熵	145
4.7.3	熵增加原理及其举例	148
本章提要		150
习题		152
第5章	振动与波动	155
5.1	简谐运动的基本特征及其描述	155
5.1.1	简谐运动	155
5.1.2	简谐运动的描述方法	157
5.1.3	相位差	157
5.1.4	简谐运动的研究	159
5.2	简谐运动的能量	164
5.2.1	简谐运动的能量特征	164
5.2.2	能量平均值	165
5.3	简谐运动的合成	165
5.3.1	同方向简谐运动的合成	166
5.3.2	相互垂直简谐运动的合成	170
5.4	阻尼振动 受迫振动 共振	173
5.4.1	阻尼振动	173
5.4.2	受迫振动	174
5.4.3	共振	175
5.5	波动的基本特征 平面简谐波的波函数	175
5.5.1	波的产生与传播	175
5.5.2	横波与纵波	176
5.5.3	波动的几何描述	177
5.5.4	描述波动的特征量	178
5.5.5	惠更斯原理 波的衍射	180
5.5.6	简谐波	181
5.5.7	平面简谐波的波函数	182
5.5.8	波动方程	186
5.6	波的能量	187
5.6.1	波的能量传播特征	187
5.6.2	波的能流与能流密度	189
5.7	波的叠加	191
5.7.1	波的叠加原理	191
5.7.2	波的干涉	191

5.7.3 驻波	195
5.7.4 半波损失	198
5.7.5 振动的简正模式	199
5.8 多普勒效应	200
本章提要	202
习题	205
第6章 波动光学	209
6.1 光源的发光机制 光的相干性	209
6.1.1 光源的发光机制	209
6.1.2 光的相干性	210
6.1.3 光程与光程差	212
6.1.4 透镜等光程性 额外光程差	213
6.2 分波阵面干涉	215
6.2.1 杨氏双缝干涉	215
6.2.2 劳埃德镜与半波损失的验证	218
6.2.3 干涉条纹的变动	219
6.3 分振幅干涉	220
6.3.1 等倾干涉	221
6.3.2 等厚干涉	223
6.3.3 牛顿环	226
6.3.4 迈克尔逊干涉仪	229
6.4 光的衍射	231
6.4.1 光的衍射现象	231
6.4.2 惠更斯—费涅耳原理	231
6.4.3 费涅耳衍射 夫琅和费衍射	233
6.5 夫琅和费单缝衍射	233
6.5.1 夫琅和费单缝衍射的实验装置	233
6.5.2 用费涅耳半波带分析夫琅和费单缝衍射图样	234
6.5.3 单缝衍射图样特点	236
6.6 夫琅和费圆孔衍射 光学仪器的分辨本领	238
6.6.1 夫琅和费圆孔衍射	238
6.6.2 光学仪器的分辨本领	239
6.7 光栅衍射	241
6.7.1 光栅	241
6.7.2 光栅衍射图样特点	242
6.7.3 光栅光谱	245

6.7.4	光栅的分辨本领	246
6.7.5	干涉与衍射的区别与联系	247
*6.8	晶体对 X 射线的衍射	247
6.8.1	X 射线的衍射实验	248
6.8.2	布喇格公式	248
6.9	光的偏振	249
6.9.1	光的 5 种偏振态	250
6.9.2	起偏和检偏 马吕斯定律	253
6.9.3	反射和折射 布儒斯特定律	255
*6.9.4	双折射	256
*6.9.5	偏振棱镜 波片	259
*6.9.6	光偏振态的检验	262
本章提要		263
习题		265
物理常数表		269
常用数值表		270
习题答案		271
索引		277
参考文献		282

第 1 章

质点力学

物理学是关于物质和能量的科学,其研究内容包括粒子的运动及粒子间的相互作用、波动、分子、原子和原子核的性质,以及宏观的多粒子系统,例如气体、液体、固体等。物理学是自然科学的基础,其中的基本原理、基本观点、研究方法和已经取得的研究成果对其他学科的发展具有重要意义。

力学是物理学的一个分支。早在公元前 4 世纪,中国的墨子及其弟子在他们的著作《墨经》中就论述了时空概念、力、杠杆原理等许多力学知识;15 世纪后期,文艺复兴促进了力学在欧洲的发展;17 世纪牛顿运动定律和万有引力定律的提出,标志着经典力学基础的奠定,之后经典力学获得了长足的发展;到 19 世纪初,力学已发展成为一门相对完善的学科。尽管力学有着悠久的历史,但仍然极具生命力,不断涌现出新兴的学科分支,如爆炸力学、生物力学,等离子体动力学、空气动力学等。科技发展日新月异的今天,在载人飞船的发射、机械制造和天体运行等方面的探索中,力学规律仍然是诸多研究的基础和有力工具。

力学的研究对象是机械运动。物质有许多运动形式。例如天体的运动,人造卫星绕地球的运动,水面处阳光的折射及反射,电路中的电流、分子原子的运动等。在各种各样的运动中,最简单、最基本的运动是机械运动。机械运动指的是物体位置的改变,包括一个物体相对于另外一个物体位置的变化,以及一个物体的某些部分相对于其他部分位置的变化。各种机器的运动、弹簧的伸长压缩、河水及空气的流动等都是机械运动。

本章介绍经典力学中的基础部分——质点力学。它可以分为质点运动学和质点动力学两部分。质点运动学着重于描述质点的运动,探究质点的位置、速度、加速度等量和质点轨道的变化规律。质点动力学则以牛顿运动定律为基础,给出质点运动状态变化的原因及其所遵循的规律。

1.1 质点运动学

实际物体的运动是复杂的。物理学中经常将实际物体抽象为某种理想模型,突出并如实地反映出研究对象的基本性质,以简化问题,便于研究。力学中常用的理想模型有 4 种:质点、刚体、完全弹性体和理想流体。针对这 4 种模型,经典力学分为质点力学、刚体力学、弹性力学和流体力学。本书力学部分中只涉及两种模型,即质点和刚体。

在研究物体的运动时,有时我们可以忽略该物体的大小和形状,将其全部质量视为集中在一个点上。这种具有一定质量,但无形状和体积的物体被称作质点。任何物体,小到分子、原

子,大到星系,都可以被看作质点,只要这些物体的内部结构、大小和形状可以被合理地忽略。

1.1.1 位置矢量与位移

1. 位置矢量与运动函数

1) 位置矢量

机械运动指的是物体位置的改变,而物体位置的变化具有相对性。不同观察者看到同一个物体位置变化的情况可能不同。站在地面上的观察者认为树木是静止的,而坐在行驶车辆内的人则看到树木在运动。一个物体相对于不同观察者运动状态不同,这一特性叫做机械运动的相对性。要明确地描述某个物体的位置和运动状态,需要选取其他物体做为参考。为了确定一个物体的运动状态而被选来做参考的另一个物体叫做参照系。要精确定量地研究质点的运动,需要在参照系上建立固定于其上的坐标系。总之,定量描述物体的运动,须选择坐标系。

坐标系中,一个点的位置可以用其坐标值来确定。而在质点运动学中,物体的位置往往用一个矢量来确定。选定坐标系,从坐标系原点向物体所在位置引一个有向线段,这个矢量叫做位置矢量,简称位矢或矢径,记为 $\mathbf{r}$ 。质点运动学中采用位矢 $\mathbf{r}$ 来描述质点位置。

直角坐标系 xOy 中,设某质点沿着曲线 AB 运动,如图1-1所示。在时刻 t ,它位于 P 点,其坐标为 (x, y, z) 。从坐标系原点 O 到物体所在位置 P 点引一条有向线段 $\overrightarrow{OP}$,这个有向线段代表的矢量就是位矢 $\mathbf{r}$ 。在直角坐标系中,位矢 $\mathbf{r}$ 的表达式为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1-1)$$

其中, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别为 x, y, z 轴上的单位矢量。位矢的大小记为 r

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-2)$$

设位矢与 x, y, z 轴的夹角分别为 α, β 和 γ ,则它们的余弦值与 P 点坐标值间的关系为

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \cos \beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \cos \gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{cases} \quad (1-3)$$

位矢精确地描述了质点的位置,它的长度表明了质点距坐标原点的距离,它的方向给出了质点在坐标系中的方位。在国际单位制(SI)中,位矢的单位是米(m)。

2) 运动函数

质点在运动过程中,其位矢 $\mathbf{r}$ 随时间变化,即位矢 $\mathbf{r}$ 是时间 t 的函数

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1-4)$$

式(1-4)叫做质点的运动函数,或质点的运动方程,这是一个矢量方程。

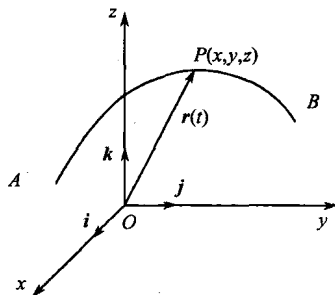


图1-1 质点的位矢

在直角坐标系中,运动质点的坐标值 x, y, z 随时间变化,即 x, y, z 是时间的函数,质点的运动函数写做

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1-5)$$

或用下面 3 个标量方程来表示。

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1-6)$$

式(1-5)和式(1-6)为直角坐标系中质点的运动函数。

运动函数给出了物体的位置随时间变化的函数关系。根据这个函数,可以求得物体的速度、加速度、轨道等,从而了解物体的运动状态。因此,在质点运动学中,运动函数对于了解质点运动是非常重要的。

2. 位移矢量

质点在运动过程中,位置会发生变化,为描述质点位置的改变,引入位移矢量这个物理量。图 1-2 中曲线 AB 为质点的运动轨道。 t 时刻物体位于 AB 曲线上的 P 点,此时质点的位矢为 $\mathbf{r}(t)$ 。经过时间间隔 Δt 后,在 $t + \Delta t$ 时刻质点运动到 P' 点,位矢为 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ 。从 P 点向 P' 引有向线段 $\overrightarrow{PP'}$,这个矢量叫做质点在 Δt 时间间隔内的位移,记为 $\Delta \mathbf{r}$ 。根据矢量运算法则,由图 1-2 可以看出, t 到 $t + \Delta t$ 时间间隔内质点的位移是 $t + \Delta t$ 时刻与 t 时刻质点的位矢之差。即在一段时间间隔内,质点的位移矢量 $\Delta \mathbf{r}$ 是从起点到终点的有向线段,它等于终点位矢与起点位矢的差:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) \quad (1-7)$$

位移矢量表示出了物体在 Δt 时间间隔内位置的变化情况。位移矢量的大小用 $|\Delta \mathbf{r}|$ 表示,它给出了质点的终点与起点间的距离;位移的方向则确定了终点相对于起点的方位。

路程也被用来描述物体位置的变化。路程是质点在空间所经过的实际路径的长度,它是一个标量,记为 Δs 。位移描述的是物体在坐标系中位置的改变,它不是物体通过的实际路程。一般情况下,即使是位移的大小也与路程不相等。图 1-2 中物体从 P 运动到 P' 走过的路程值是曲线 PP' 的长度,而位移的大小是直线段 PP' 的长度,两者是不同的。但是,如果 P' 点无限地接近 P 点,也就是从 P 点运动到 P' 点的时间间隔 Δt 趋近于零,那么 PP' 曲线就趋近于 PP' 直线,于是 $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}s$ 。即无限小位移的大小与无限小路程的值相等。

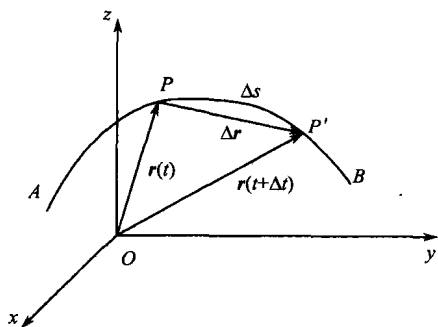


图 1-2 质点的位移

在国际单位制(SI)中,位移的单位是米(m)。

1.1.2 速度

一般来说,相同时间间隔内物体位置的变化情况是不同的。蜗牛每秒爬行距离约为 1mm,而赛车每秒可行驶 100m。为了描述物体位置随时间的变化情况,需要引入速度的概念。

1. 平均速度

设质点在时间间隔 Δt 内的位移为 $\Delta \mathbf{r}$, 定义位移 $\Delta \mathbf{r}$ 与发生这段位移所用时间间隔 Δt 的比值为平均速度, 记做 $\bar{\mathbf{v}}$ 。

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-8)$$

由平均速度的定义可以看出, 平均速度是矢量, 其方向与位移的方向一致; 其大小为位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的大小 $|\Delta \mathbf{r}|$ 与时间间隔 Δt 的比值。

$$|\bar{\mathbf{v}}| = \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} \quad (1-9)$$

这里要注意 $|\Delta \mathbf{r}|$ 与 Δr 的区别。 Δr 是位矢长度的增量, 即 $\Delta r = r(t + \Delta t) - r(t)$, 而 $|\Delta \mathbf{r}|$ 是位移的大小。两者不是一个物理量, 但是在书写上容易混淆。

2. 瞬时速度

平均速度粗略地给出在一段时间间隔内物体运动的快慢情况。要描述物体在某一时刻运动的快慢就要借助瞬时速度这个物理量。

瞬时速度, 简称速度, 等于平均速度在时间间隔 Δt 趋近于零时的极限, 即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-10)$$

速度等于位矢对时间的一阶导数, 是位矢对时间的变化率。由定义可以看出速度是矢量, 它精确地反映出质点在某时刻 t 运动的方向和快慢。

速度的方向是 Δt 趋近于零时平均速度的方向。图 1-3 中, t 时刻质点位于 P 点, $t + \Delta t$ 时刻质点位于 P' 点, 当 Δt 趋近于零时, P' 点无限地接近 P 点, 位移的方向趋近于质点运动轨道 AB 在 P 点的切线方向。因此质点在其轨道上某点的速度方向为: 沿轨道在该点的切线方向, 指向运动的前方。

速度的大小用 v 表示, 被称作速率。

$$v = |\mathbf{v}| = \frac{|d\mathbf{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt} \quad (1-11)$$

质点的速率等于路程对时间的一阶导数, 也就是路程对时间的变化率。

在直角坐标系中, 速度的表达式为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \quad (1-12)$$

式中

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt} \quad (1-13)$$

v_x 、 v_y 、 v_z 分别是速度在 x 、 y 、 z 轴上的分量。直角坐标系中速率为

$$v = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1-14)$$

在国际单位制中, 速度的单位为米/秒 (m/s)。

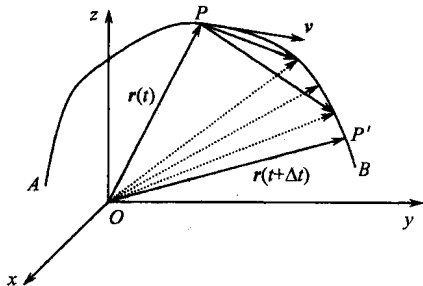


图 1-3 质点的速度

1.1.3 加速度

质点运动过程中, 其速度, 包括大小和方向, 均可能随时间变化。力学中, 用加速度这个

物理量来描述质点速度随时间变化的快慢情况。

1. 平均加速度

设 t 时刻, 物体的速度为 $\mathbf{v}(t)$, $t + \Delta t$ 时刻物体的速度为 $\mathbf{v}(t + \Delta t)$, 如图 1-4 所示, 则 Δt 时间间隔内速度的增量为

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)$$

定义平均加速度等于速度的增量与速度变化所用时间的比值, 即

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1-15)$$

平均加速度等于单位时间间隔内速度的增量, 其方向与 Δt 时间间隔内速度增量 $\Delta \mathbf{v}$ 的方向相同。

2. 瞬时加速度(加速度)

瞬时加速度简称加速度, 等于平均加速度当时间间隔 Δt 趋近于零时的极限。

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (1-16)$$

加速度等于速度对时间的一阶导数, 即速度对时间变化率。

速度等于位矢对时间的一阶导数, 可以将加速度表示为

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1-17)$$

即加速度等于位矢对时间的二阶导数。

在直角坐标系中

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k} = \frac{d^2 x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \mathbf{k} \quad (1-18)$$

也可将加速度写为如下形式

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad (1-19)$$

式中:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \end{cases} \quad (1-20)$$

a_x 、 a_y 、 a_z 为加速度在直角坐标系 x 、 y 、 z 坐标轴上的分量。加速度的大小用 a 表示

$$a = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1-21)$$

在国际单位制中, 加速度的单位为米/秒² (m/s²)。

前面提到过, 在质点运动学部分中, 运动函数对了解质点的运动非常重要。在引出了速度和加速度的概念后, 对这一点会理解得更加深刻。若已知质点的运动函数, 那么运动函数对时间的一阶导数给出了质点的速度; 对时间的二阶导数给出了质点的加速度; 还可以通过

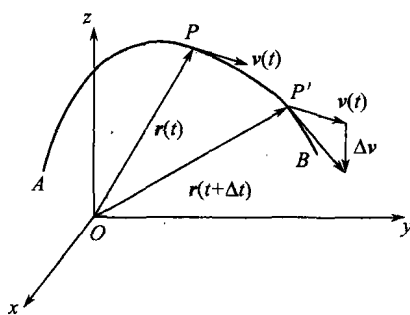


图 1-4 质点速度的增量

运动函数得到质点运动的轨迹。反之,若已知质点的加速度,并给定初始时刻的质点速度和位置矢量,也可求得质点的速度和运动函数。

例 1-1 已知质点从 $t=0$ 时刻起,在 x 、 y 平面内由静止开始运动,其运动函数为 $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + 2t^2\mathbf{j}$ (SI)。

求:(1) 在 $t=3\text{s}$ 时质点的位矢、速度和加速度。

(2) 该质点的运动轨道。

解 (1) 将 $t=3\text{s}$ 代入题中给出的运动函数,得到 $t=3\text{s}$ 时质点的位矢

$$\mathbf{r}(3) = 3\mathbf{i} + 2 \times 3^2\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + 18\mathbf{j}(\text{m})$$

此时该质点的 x 坐标值为 $x=3\text{m}$, y 坐标值为 $y=18\text{m}$ 。

质点的速度等于运动函数对时间的一阶导数,因此质点的速度为

$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{i} + 4t\mathbf{j}(\text{m/s})$$

令 $t=3\text{s}$, 得到

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{i} + 12\mathbf{j}(\text{m/s})$$

质点的加速度等于速度对时间的一阶导数,故加速度为

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 4\mathbf{j}(\text{m/s}^2)$$

该质点的加速度为一常量,大小为 4m/s^2 ,方向沿 y 轴的正向。

(2) 由该质点的运动方程可知,它的 x 、 y 坐标值随时间变化的函数关系为

$$x(t) = t$$

$$y(t) = 2t^2$$

由以上两个方程消去时间 t 就可以得到质点的轨道方程:

$$y(x) = 2x^2$$

根据这个轨道方程和题中所给的条件可以判断,该质点的运动轨道为求出的 $y(x) = 2x^2$ 这一抛物线 $x \geq 0$ 的部分,如图 1-5 所示。

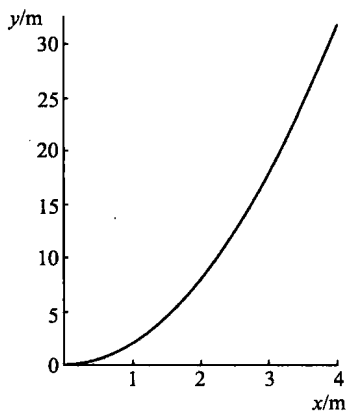


图 1-5 例 1-1 用图

注意:要区分质点的运动方程(函数)和轨道方程。运动方程表达了质点位置随时间变化的函数关系,而轨道方程是质点位置坐标间的函数关系,是质点运动轨迹的数学表达式。

例 1-2 一质点沿 x 轴运动,其加速度 a 随时间 t 的变化关系为 $a = -6t + 3t^2$ (m/s^2)。已知在 $t=0$ 时,质点的速率为 3m/s ,且沿 x 轴负向运动;此时它的坐标为 $x_0 = 5\text{m}$ 。求:(1) $t=1\text{s}$ 时刻质点的速度;(2) 质点的运动函数。

解 (1) 由加速度的定义,得到对于直线运动的质点有 $dv = a dt$,对此式两边积分有

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt = \left[\int_0^t (-6t + 3t^2) dt \right]$$

$$v(t) = v_0 + (-3t^2 + t^3)$$

将 $v_0 = -3\text{m/s}$ 代入上式得到 t 时刻质点的速度

$$v(t) = (t^3 - 3t^2 - 3) \quad (\text{m/s})$$

令 $t = 1\text{s}$, 得到质点的速度为

$$v(1) = -5 \quad (\text{m/s})$$

质点的速率为 5m/s , 速度方向沿 x 轴负向。

(2) 由速度的定义, 对一维运动有 $dx = vdt$ 。对等式两侧积分

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t vdt = \int_0^t (t^3 - 3t^2 - 3) dt$$

经计算得

$$x(t) - x_0 = \frac{1}{4}t^4 - t^3 - 3t$$

由已知条件得到初始条件: $x_0 = 5\text{m}$ 。代入上式得到质点的运动函数为

$$x(t) = \frac{1}{4}t^4 - t^3 - 3t + 5(\text{m})$$

注意: 题中给出了 $t = 0$ 时刻质点的速度和坐标, 我们常常称这些条件为初始条件。由本题的求解过程可以看到, 初始条件对于确定质点的运动是十分重要的。

1.1.4 相对运动

对物体运动的描述离不开坐标系, 由于运动的相对性, 在不同的坐标系中, 对同一物体运动的描述是不同的, 但是彼此之间又存在着联系。考虑图 1-6 中所示的两个坐标系 $S(O, x, y)$ 和 $S'(O', x', y')$ 。 S' 相对于 S 以速度 u_0 运动, 也就是 S 系观察到 S' 系的运动速度为 u_0 。质点 P 在两个坐标系中的位矢分别为 r 和 r' , 设 S' 系的原点 O' 在 S 系中的位矢为 R , 则

$$r = r' + R \quad (1-22)$$

将式(1-22)对时间求导有

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr'}{dt} + \frac{dR}{dt}$$

式中, 左侧为质点 P 相对于 S 系的速度 v ; 右侧第一项为质点 P 相对于 S' 系的速度 v' ; 右侧第二项为 S' 相对于 S 的速度 u_0 。于是有:

$$v = v' + u_0 \quad (1-23)$$

该式表明质点相对于 S 系的速度等于该质点相对于 S' 系的速度与 S' 系相对于 S 系的速度矢量和。它表达了两个坐标系观察到的同一个质点运动速度间的变换关系, 叫做伽利略速度变换。伽利略速度变换常写成如下形式

$$v_{pS} = v_{pS'} + v_{S'S} \quad (1-24)$$

其中, v_{pS} 为物体 P 相对于 S 系的速度; $v_{pS'}$ 为 P 相对于 S' 系的速度; $v_{S'S}$ 为 S' 相对于 S 的速度。将式(1-23)对时间求得

$$a = a' + a_0 \quad (1-25)$$

式(1-25)给出了两个坐标系观察到的同一个物体加速度间的变换关系, 即物体相对于 S 系的加速度等于该物体相对于 S' 系的加速度与 S' 系相对于 S 系加速度的矢量和。

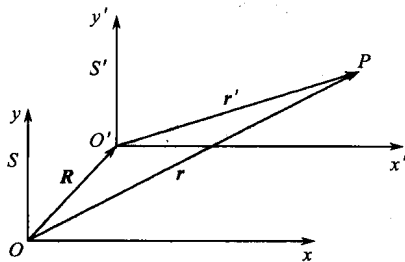


图 1-6 相对运动