

Mathematics of Finance

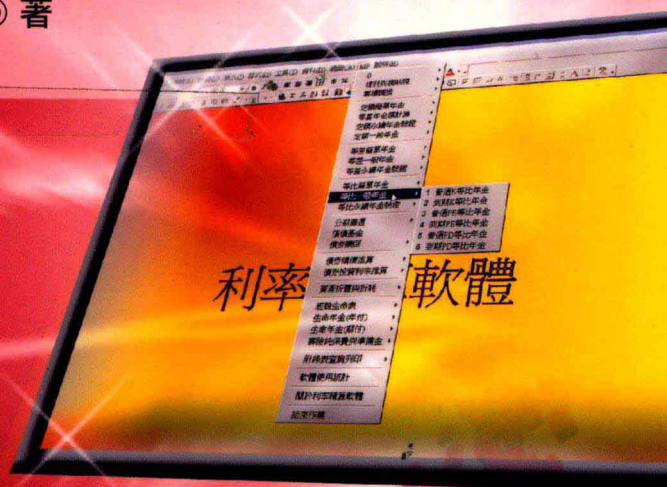
商用數學



隨書附贈含Microsoft Excel利率精算軟體
(含台灣壽險業第四回經驗生命表)

趙敏希 趙英宏 趙元和 © 著

1. 適於商學院有關財務數學、複利數學、會計數學或投資數學等課目使用。
2. 採用財政部最新公告自於民國九十三年啟用的台灣壽險業第四回經驗生命表。
3. 每章附習題練習，有助學子觀念的深化與廣化。



商用數學

趙元和
趙敏希 著
趙英宏

五南圖書出版公司 印行



五南

凝煉知識・品味閱讀

國家圖書館出版品預行編目資料

商用數學／趙元和,趙敏希,趙英宏著 — 初版 —
臺北市：五南 2005[民 94] 面；公分

ISBN 957-11-4169-0 (平裝)

1.商業數學

493.1

94021742

1H34

商用數學

ISBN 957-11-4169-0

作 者 趙元和 (340.3) 趙敏希 趙英宏

責任編輯 雅典編輯排版工作室

封面設計 童安安

發行人 楊榮川

總編輯 王秀珍

副總編輯 張毓芬

出版者 五南圖書出版股份有限公司

地 址 台北市大安區(106)和平東路二段 339 號 4 樓

電話：(02)2705-5066 傳真：(02)2706-6100

台中市駐區辦公室 台中市中區中山路 6 號

電話：(04)2223-0891 傳真：(04)2223-3549

高雄市駐區辦公室 高雄市新興區中山一路 290 號

電話：(07)2358-702 傳真：(07)2350-236

網 址 <http://www.wunan.com.tw>

電子郵件 wunan@wunan.com.tw

劃撥帳號 01068953 戶名：五南圖書出版股份有限公司

法律顧問 財團法人資訊工業策進會科技法律中心

出版日期 2006 年 2 月初版 1 刷

定 價 新臺幣 900 元

※版權所有・欲利用本書全部或部分內容，必須徵求本公司同意※

作者序

商用數學係以利率為基礎，年金為骨幹的一種應用數學；以研究工商企業財務會計上有關利率對於年金、償債、債券、折舊、折耗、投資報酬等複雜計算及保險單、金融商品等設計為目的。其與財務數學（**Mathematics of Finance**）、複利數學（**Theory of Interest**）、會計數學（**Mathematics of Accounting**）及投資數學（**Mathematics of Investment**）等，名異而實同。

商用數學所用數學原理並不高深，但因複利及年金基本觀念所衍生的各種不同年金公式甚為繁多，且計算程序中更有甚多某實數的高正次方、負次方及開方等繁重運算，而使學習者產生進入障礙。坊間此類書籍均以隨附各種不同利率、不同期數的複利現值、複利終值、年金現值、年金終值、經驗生命表及經驗生命基數表等，供讀者查閱以減輕計算負荷；然在競爭激烈的金融商業環境中，些微的利率差異或償還期數的拉長均是競爭的利器，前述附表常因利率不同或期數太大而僅能以插補法推算次精度的結果，甚至無法插補而須運用對數自行計算。本書除詳述單利、複利計息與貼現、年金基本概念及各種確定年金、生命或有年金、人壽保險的公式推導及債務清償、債券購價與投資利率之推算、資產折舊與投資報酬等應用與實例演算外，更提供以 **Microsoft Excel** 試算表為基礎的利率精算軟體以紓解計算負荷並獲得最準確的結果。

商用數學為商學院各科系必修科目之一，本書內容適合一學期或一學年的教學課程；一學期學程者可略去第八章、第十章、第十二章、第十三章及第十六章而不影響其連貫性。習題的練習有助於觀念的深化與廣化，本書各章均有習題以供練習並附有答案以供驗證。軟體中包括複利與年金查詢列印程式、一般年金表查詢及各種經驗生命表（含民國 93 年正式啟用的台灣壽險業第四回經驗生命表）及經驗生命基數表查詢等程式，用以查詢在任何利率、任何期數下的複利或年金現值與終值

等，以紓解查表的繁瑣及不便。本書之編寫與軟體的撰寫與測試已力求完整，惟作者才疏學淺，疏漏之處定所難免，尚祈專家不吝賜教，以期再版時修改。

趙敏希、趙英宏、趙元和 謹識

於台北 VBA 工作室

目錄

作者序

■ 第一章 利率與精算軟體 1

1-1 利率——經濟活動之推手 3

1-2 全書內容概述 4

1-3 利率計算技術 7

1-4 對數及其應用 8

1-5 小算盤程式使用說明 13

1-6 複利與年金表查詢程式 19

1-7 利率精算軟體的安裝 20

1-8 利率精算軟體的使用 21

■ 第二章 單利法與單貼現 33

2-1 利息之意義及計算 35

2-2 單利法之計算 36

2-3 日期計算程式使用說明 52

2-4 單貼現 56

習 題 61

■ 第三章 複利法與複貼現 65

3-1 複利法之意義 67

- 3-2** 複利法之複利終值與複利息 68
- 3-3** 複利現值 71
- 3-4** 利率與時期之求法 72
- 3-5** 實利率與虛利率 74
- 3-6** 連續複利 78
- 3-7** 複利息計算程式使用說明 82
- 3-8** 複貼現 88
- 3-9** 複貼現息計算程式使用說明 98
- 3-10** 虛利率與虛貼現率換算程式使用說明 103
- 習題 104

■ **第四章** 票據調換與價值方程式 107

- 4-1** 票據調換 109
- 4-2** 價值方程式 109
- 4-3** 共同期日及平均期日 117
- 4-4** 票據調換程式使用說明 123
- 習題 136

■ **第五章** 定額簡單年金 139

- 5-1** 年金之意義及其種類 141
- 5-2** 簡單年金：普通年金 144
- 5-3** 試算表年金財務函數 167
- 5-4** 定額簡單普通年金程式使用說明 174
- 5-5** 定額永續年金驗證程式使用說明 187
- 5-6** 定額零星年金額程式使用說明 190
- 5-7** 簡單年金：到期年金 193
- 5-8** 試算表到期年金財務函數 206
- 5-9** 定額簡單到期年金程式使用說明 206

- 5-10** 到期永續年金之驗證 212
5-11 到期定額零星年金額程式計算 214
習題 217

■ **第六章** 定額一般年金 221

- 6-1** 定額一般年金 223
6-2 普通 P 年金 223
6-3 普通 K 年金 232
6-4 到期 P 年金 239
6-5 到期 K 年金 245
6-6 永續年金之公式驗證 251
6-7 一般定額年金之基本問題 254
6-8 一般定額年金零星年金額 254
6-9 定額一般年金程式使用說明 257
6-10 定額一般永續年金之驗證 269
6-11 定額一般年金零星年金額程式使用說明 274
習題 276

■ **第七章** 簡單等差變額年金 279

- 7-1** 導論 281
7-2 普通等差年金 282
7-3 普通等差年金程式使用說明 290
7-4 等差永續年金驗證程式使用說明 295
7-5 到期等差年金 297
7-6 到期等差年金程式使用說明 304
7-7 到期等差永續年金之程式驗證 308
習題 310

■ 第八章 一般等差變額年金 311

- 8-1 導論 313
- 8-2 普通 K 等差年金 314
- 8-3 普通 K 等差年金程式使用說明 321
- 8-4 普通 K 等差永續年金之程式驗證 326
- 8-5 到期 K 等差年金 327
- 8-6 到期 K 等差年金程式使用說明 331
- 8-7 普通 PE 等差年金 337
- 8-8 普通 PE 等差年金程式使用說明 341
- 8-9 到期 PE 等差年金 346
- 8-10 到期 PE 等差年金程式使用說明 350
- 8-11 普通 PD 等差年金 354
- 8-12 普通 PD 等差年金程式使用說明 359
- 8-13 到期 PD 等差年金 364
- 8-14 到期 PD 等差年金程式使用說明 369
- 習題 372

■ 第九章 簡單等比變額年金 375

- 9-1 導論 377
- 9-2 普通等比年金 377
- 9-3 普通等比年金程式使用說明 384
- 9-4 普通等比年金永續年金之程式驗證 389
- 9-5 到期等比年金 391
- 9-6 到期等比年金程式使用說明 398
- 習題 403

■ 第十章 一般等比變額年金 405

- 10-1 導論 407
- 10-2 普通 K 等比年金 408
- 10-3 普通 K 等比年金程式使用說明 415
- 10-4 普通 K 等比永續年金之程式驗證 419
- 10-5 到期 K 等比年金 420
- 10-6 到期 K 等比年金程式使用說明 426
- 10-7 普通 PE 等比年金 431
- 10-8 普通 PE 等比年金程式使用說明 435
- 10-9 到期 PE 等比年金 440
- 10-10 到期 PE 等比年金程式使用說明 445
- 10-11 普通 PD 等比年金 449
- 10-12 普通 PD 等比年金程式使用說明 454
- 10-13 到期 PD 等比年金 459
- 10-14 到期 PD 等比年金程式使用說明 464
- 習題 468

■ 第十一章 分期攤還與償債基金 471

- 11-1 償債之方法 473
- 11-2 本金均等分償 474
- 11-3 定額年金分償 483
- 11-4 變額年金分償 494
- 11-5 償債基金 499
- 11-6 分期攤還法程式使用說明 508
- 11-7 償債基金程式使用說明 509
- 11-8 贖回債券 510
- 11-9 債券贖回程式使用說明 515

11-10 分期付款的陷阱 519

11-11 投資報酬率 525

習題 534

■ **第十二章** 債券購價之推算 537

12-1 導論 539

12-2 一次償還債券購價之推算法 542

12-3 一次償還債券購價推算試算表 554

12-4 分期償還債券購價之推算法 558

12-5 分期償還債券購價試算表 561

12-6 年金債券購價之推算法 564

12-7 定額年金債券購價之推算 564

12-8 定額年金債券購價推算試算表 574

12-9 變額年金債券購價之推算 579

12-10 等差變額年金債券購價推算試算表 582

12-11 等比變額年金債券購價推算試算表 584

12-12 年金債券購價推算程式使用說明 586

習題 588

■ **第十三章** 債券投資利率之推算 591

13-1 推算投資利率之目的及其方法 593

13-2 一次償還債券之投資利率 593

13-3 分期償還債券之投資利率 597

13-4 年金債券購價之投資利率 601

13-5 推算債券投資利率試算表 611

13-6 年金債券投資利率推算程式使用說明 620

習題 621

■ 第十四章 折舊與折耗 623

- 14-1 折舊與折耗之意義 625
- 14-2 計算折舊之方法 626
- 14-3 直線法、工作時數法與生產數量法 627
- 14-4 定率遞減法 633
- 14-5 加倍餘額遞減法 636
- 14-6 等差遞減法 638
- 14-7 年數合計法 641
- 14-8 基金法 644
- 14-9 年金法 647
- 14-10 單位成本法 649
- 14-11 複合折舊法 652
- 14-12 資本化成本 654
- 14-13 折耗之計算——成本折耗法 661
- 14-14 Excel 折舊函數 662
- 14-15 資產折舊與折耗程式使用說明 671
- 習題 676

■ 第十五章 生命年金 679

- 15-1 生命表與生死機率 681
- 15-2 生死機率估算程式使用說明 689
- 15-3 經驗生命表基數表查詢程式使用說明 690
- 15-4 生命年金之種類 692
- 15-5 簡單生命年金 692
- 15-6 年付生命年金程式使用說明 709
- 15-7 一般生命年金 711
- 15-8 期付生命年金程式使用說明 721
- 習題 723

■ 第十六章 人壽保險 727

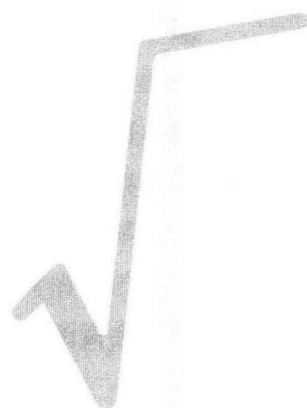
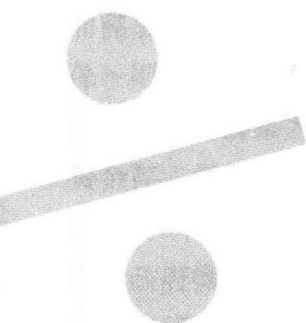
- 16-1 人壽保險之意義與種類 729
- 16-2 終身保險 732
- 16-3 定期保險 736
- 16-4 生存保險 740
- 16-5 生死合險 742
- 16-6 延期保險的純保險費 745
- 16-7 保險之終價 749
- 16-8 自然保險費 750
- 16-9 純保險費的計算通式 751
- 16-10 年末準備金之意義 753
- 16-11 年末準備金之計算 758
- 16-12 年末準備金之用途 769
- 16-13 壽險純保費計算程式使用說明 771
- 習題 774

■ 附 錄 779

- 附錄一 複利年金表查詢列印程式使用說明 781
- 附錄二 全年日數表 785
- 附錄三 100 至 999 對數表 787
- 附錄四 複利年金表（樣張） 789
- 附錄五 $S_{\overline{1}|i}^{(p)} = \frac{i}{p[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1]}$ 表（樣張） 790
- 附錄六 一般年金表查詢程式使用說明 791
- 附錄七 台灣壽險業第四回經驗生命表（男） 794
- 附錄八 台灣壽險業第四回經驗生命基數表（男） 797
- 附錄九 台灣壽險業第四回經驗生命表（女） 800
- 附錄十 台灣壽險業第四回經驗生命基數表（女） 803
- 附錄十一 習題答案 806

第一章

利率與精算軟體



1-1

利率——經濟活動之推手

借用他人資金或資產從事經濟活動以獲取利益，給資金或資產出借人適當的報酬是人之常情。報酬可以是物質或是金錢的；例如某甲借用朋友空屋暫住三個月，還屋時加以粉刷一新是一種報酬；某甲向友人借用休旅車去旅行，還車時加滿汽油也是一種報酬。這種資金或資產的借用對於資金或資產借用人與出借人或社會均因而獲得利益。經濟學者針對這項有益的經濟活動加以科學的定義，並研究其可能應用並擴大效果。一般稱借用他人資金一段時間所給付的金錢報酬為利息，而利息與原借金額的比率稱為利率，原借金額則稱本金。現代社會無論政府機關、工商企業均需大量資金從事建設或擴充生產營業設備以期服務人民或賺取利潤，甚至個人時而需要一筆資金購置資產或從事經濟活動。這種資金借貸如果僅限於個人間之關係，則籌借資金不大且尚難有妥當的保證機制，因而有銀行的出現，透過政府的適當管理，可籌集大眾小額資金以供政府、企業或個人之借貸。社會大眾願意將多餘資金存入銀行可免除手邊資金的保全且可獲得存款利息；銀行以較低利率籌集大量資金再以較高利率貸與政府機關或工商企業，從而賺取額外利息以供營運開銷及利潤；政府機構、工商企業或個人可一次從銀行獲得所需資金來從事更有價值的經濟活動以獲取更高利潤。大眾、銀行與工商企業因為利率的存在而構成小額資金有效匯集與轉貸並產生更大的經濟活動原動力。

銀行若提高存款利率以吸引大量大眾資金，再以更高利率轉貸工商企業，如果利率高到讓工商企業無利可圖，則因存款未能充分轉貸反而傷到銀行本身的存款利息負擔；如果降低貸款利率以吸引工商企業的貸款，銀行亦必同時調降存款利率以保營運利潤，大眾會因存款利率的調降而轉存他行或做他用。貸款利息是工商企業的營運費用，貸款利率的高低當然影響工商企業的競爭力，甚至也影響該企業的國際競爭力，因此利率是經濟活動的無形推手。在地球村的國際社會裡，利率高低也影響國與國間的競爭力，因此各國政府對於國內的利率均有相當的監督機構。本書（商用數學）為以研究工商企業財務會計上有關利率對於年金、償債、債券、折舊、折耗、投資報酬等複雜計算及保險單、金融商品等設計為目的的一種應用數學，其內容概述如下。

1-2

全書內容概述

第一章主要介紹利率精算軟體的安裝、環境設定、啟動、結束及軟體功能表之全貌及對數、工程型小算盤程式、複利與年金表查詢列印程式及一般年金表查詢程式等利率計算技術的說明。第二章論述單利法與單貼現，介紹單利法基本公式、各種速算法、普通利息與準確利息的計算與換算；單利率貼現法與銀行貼現法。另提供八種功能的日期計算程式。第三章論述複利法之複利現值與複利終值基本公式及複貼現之意義與計算公式；另討論實利率與虛利率、連續複利與息力。第三章另提供複利息計算、複貼現息計算、虛利率與虛貼現率換算等程式的使用說明。工商業資金因票據之使用而可靈活調度與週轉；第四章票據調換與價值方程式論述如何使繁複之票據關係趨於單純，以方便財務之管理與需要。將多張未到期票據或債務以現金及（或）新票據調換之，必使調換雙方互不吃虧為要；利用價值方程式可用以推算新票據的到期值或到期日。本章另提供單利票據調換或複利票據調換程式以方便複雜的票據調換。

年金為利率的最重要應用之一；年金為每隔固定週期支付或收取一筆年金額的一種儲蓄、互助或償債的理財方式；諸如每月初支付之房租或其他財產之租金，每月、每季或每年初支付之保險費，每月末收受之養老金，每半年或每年末收受之債券利息等，皆屬年金。複利與年金的差異在於年金在起訖期間內有週期性等額或變額的支取或存入金額，而複利則僅在起訖點有金額的存入或支取。年金因是否有明確起訖期限而有確實年金與或有年金之分；因計息期與支付期的同異而有簡單年金與一般年金之分；因年金額之在週期之初或之末支付而有普通年金與到期年金之分；因每期年金額之同異而有定額年金或變額年金之別；因為是否延期生效而有即期年金與延期年金之別；因年金額支付之有期限或永續無限而有定期年金與永續年金之別。任何一種年金必須具備前述各項屬性，才能計算其年金現值與年金終值。配合各種金融商品之設計，可能亦須依據年金現值或年金終值反算年利率、年金期數或年金額，因此年金計算是一種相當複雜的演算程序。本書第五章論述定額簡單年金，第六章論述定額一般年金，第七章論述簡單等差變額年金，第八章論述一般