

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

(新版)

自动控制理论与设计

徐薇莉 田作华 编著
韩正之 主审

上海交通大学出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

自动控制理论与设计

(新 版)

徐薇莉 田作华 编著
韩正之 主审



上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书为高等院校电子信息专业的经典控制理论教材。内容包括:控制系统数学模型,时域分析,根轨迹法,频率响应法,控制系统设计;还介绍了非线性控制系统分析的描述函数法和相平面法,采样控制系统的分析与设计等知识。本书内容全面,叙述严谨,同时采用了 MATLAB 进行辅助设计。

本书可供高等院校自动控制学科作教材使用,也可作为控制工程技术人员的参考书籍。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制理论与设计:新世纪版 / 徐薇莉, 田作华编著.
—4 版. —上海:上海交通大学出版社, 2007
ISBN 978-7-313-01510-5

I. 自... II. ①徐... ②田... III. ①自动控制理论②自动控制-设计 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 046728 号

自动控制理论与设计

(新版)

徐薇莉 田作华 编著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话: 64071208 出版人: 韩建民

太仓市印刷厂有限公司印刷 全国新华书店经销

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 23 字数: 564 千字

1995 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 4 版 2007 年 9 月第 8 次印刷

印数: 1—5 050

ISBN 978-7-313-01510-5/TP·278 定价: 41.00 元

前 言

本教程是《自动控制理论与设计》的第四版。《自动控制理论与设计》自 1991 年 9 月第一版以来,被上海交通大学及其他兄弟院校相关系作为教材使用,也被作为上海交通大学研究生入学考试的主要参考书。不少读者使用了本书之后,寄来了热情洋溢的信,对本书的特色作了充分的肯定;使用该教材的师生也给本书提出了一些建设性的意见。使我们在再版时,能有的放矢,进行针对性的修订。在本书的修订过程中,吸纳了作者近二十年的教学积累和心得。本版主要的修订之处有:

(1) 计算技术飞速发展,MATLAB 作为控制系统计算机辅助设计(CSCAD)的技术已达相当高的水平,随着新版本的推出,使用更趋便利。本书注重学生计算机辅助分析与设计能力的培养,结合 MATLAB 7.0 版,对原书中的 MATLAB 部分的内容进行了升级、修正和扩充。也补充了不少应用实例,详细给出了分析及设计的思路方法、计算程序及在计算机上运行的结果,有较好的实际应用参考价值。

(2) 将第二章控制系统的数学模型与第三章物理系统及元件的数学模型,经整合、梳理合并成一章,使理论叙述更简洁,条理更清晰,同时注重联系实际,增加了工业生产上广泛使用的锅炉控制,数控机床的刀架控制,化工企业中常用的精馏塔多参数控制,以及机器人控制、导弹发射架控制等实例。使读者在本课程开始阶段即能对自动控制系统有更加生动的认识。

(3) 压缩了根轨迹规则法画图部分的内容。把绘图规则证明的相关内容放入与本书配套的《自动控制原理学习、考研复习指导与习题精解》的附录中,需要的读者可参阅之。增加了利用 MATLAB 进行系统根轨迹辅助分析的实例和篇幅。

(4) 频率特性设计增加了在工业生产中普遍使用的 PID 控制,并介绍了齐格勒-尼柯尔斯参数调整法则。此外,为引导学生在理论指导下运用计算机进行辅助设计的理念,我们仍保留了手工设计的基本步骤,使本书更具实用性。

(5) 认真细致地审选了例题和习题,订正了前一版中存在的印刷错误。在习题编排上注意难易结合,包含了许多精心设计的本科生及研究生试题。

本书的第四版修订,得到了国家教育部“十一五”规划教材委员会及上海交大教改基金的支持。第一版及第二版曹柱中教授编写的部分教材内容及前三版施颂椒教授审校及修改意见对第四版的出版具有很大的帮助。

在本书的重新编写过程中,作者参阅了国内图书馆可借阅到的大量中外有关自动控制方面的教材和文献。我们不在书后一一另列参考书目,谨在此向这些学者、专家表示由衷的谢意。韩正之教授认真审读了全文,并提出了修改意见。其他许多同志(包括我们的学生)都对教材的重新编著给予了热情的支持和帮助,在此一并表示衷心的感谢,并恳切希望关心本书的读者继续提出批评和指正,以便作进一步修订和完善。

我们的 E-mail 地址是:

wlxu@sjtu.edu.cn,

zhtean@sjtu.edu.cn

zzhan@sjtu.edu.cn

谨以此书献给徐薇莉重病期间,关心与帮助她渡过难关的兄弟姐妹,市教育工会,学校各级领导、同事、学生和朋友们。

编著者

2007 年于上海交通大学

目 录

1. 绪论	1
1.1 概述	1
1.2 自动控制理论的内容	2
1.3 自动控制系统的分类	3
1.4 反馈控制系统的基本组成	5
1.5 对控制系统的基本要求	6
1.6 控制系统常用的典型测试信号	7
2. 控制系统的数学模型	10
2.1 系统微分方程式的建立	10
2.2 传递函数	11
2.3 方块图	14
2.4 信号流图	19
2.5 机械系统的数学模型	27
2.6 齿轮组, 传动皮带	30
2.7 检测元件	32
2.8 执行电机	35
2.9 典型位置随动系统的数学模型	40
2.10 控制系统举例	41
2.11 在 MATLAB 中系统数学模型的表示	45
3. 控制系统的时域分析	50
3.1 引言	50
3.2 稳定性的基本概念	50
3.3 劳斯判据	52
3.4 用 MATLAB 求根进行系统稳定性分析	57
3.5 控制系统的稳态误差	60
3.6 动态误差系数与误差级数	68
3.7 用 MATLAB 进行系统稳态误差分析	72
3.8 控制系统动态响应指标及线性定常系统动态响应的重要性质	73
3.9 二阶系统及高阶系统的动态响应	77
3.10 利用 MATLAB 进行系统动态特性分析	88

解

4. 根轨迹法	95
4.1 根轨迹定义与幅相条件	95
4.2 全根轨迹的绘制	98
4.3 用 MATLAB 绘制系统根轨迹	107
4.4 开环零极点的增加及移动对根轨迹的影响	109
4.5 广义根轨迹	113
4.6 用 MATLAB 绘制广义根轨迹及进行系统分析、设计	116
5. 频率响应法	118
5.1 频率特性的定义与性质	118
5.2 系统的开环频率特性图	119
5.3 用 MATLAB 绘制系统频率特性图	133
5.4 稳定性分析——奈魁斯特(Nyquist)稳定性判据	136
5.5 稳态性能分析	146
5.6 动态性能分析	147
5.7 闭环频率特性与尼柯尔斯图	154
5.8 利用 MATLAB 进行系统频域分析	159
5.9 频率特性的测试和传递函数的求取	162
5.10 灵敏度分析	163
6. 控制系统设计	167
6.1 控制系统设计的一般步骤	167
6.2 经典理论中设计控制系统的一般方法	168
6.3 相位超前校正	170
6.4 相位滞后校正	179
6.5 相位超前-滞后校正	184
6.6 T 型网络校正	192
6.7 并联校正(局部反馈校正)	196
6.8 比例加微分控制	200
6.9 比例加积分控制	203
6.10 PID 控制	204
6.11 前馈控制	205
6.12 有源校正与综合设计法	206
6.13 用 MATLAB 进行系统设计	208
7. 非线性反馈控制系统	214
7.1 非线性系统的基本概念及特点	214
7.2 典型非线性静特性	215
7.3 描述函数法	217

7.4 相平面法	234
7.5 时间最优控制系统	254
8. 采样控制系统	259
8.1 引言	259
8.2 采样过程和采样定理	262
8.3 信号的复现	264
8.4 z -变换及脉冲传递函数	267
8.5 采样系统的性能分析	276
8.6 采样控制系统的设计	294
习题	305
附录	342
附录 1 $\xi-\sigma_p$ 数值关系表	342
附录 2 常见系统的根轨迹	343
附录 3 常见一阶环节频率特性	344
附录 4 常见校正装置	345
附录 5 齿隙描述函数的幅值特性数值表	349
附录 6 拉氏变换及 z -变换定理	350
附录 7 拉氏变换及 z -变换表	353
附录 8 MATLAB 使用参考	355

1. 绪 论

1.1 概述

在现代科学技术发展中,自动控制理论与自动控制系统起着日益重要的作用,自动控制理论的应用也不断得到拓展。在工业生产中,自动控制系统既用于提高产品质量,也用于提高产品的产量。例如,工业生产中对压力、温度、频率、物位、流量等物理量的控制;造纸厂中纸张滚卷的恒张力控制;热轧厂中对辊道停转及金属薄板厚度的控制。在现代武器系统中,自动控制技术更起着关键的作用。例如,导弹制导系统引导导弹准确命中目标;惯性导航使人造卫星按预定轨迹运行;雷达跟踪系统和指挥仪控制火炮射击的高低和方位。随着计算机的日益普及与网络使用的大众化,自动控制理论的应用已渗透到国民经济的其他行业。管理及办公的自动化、智能化、集成化,使生产组织与市场需求合拍,使有限的生产资源,以极低成本能争取到最大的经济效益;农业自动化则使作物生产工厂化;而智能家电、智能大厦的出现则是自动化、智能化技术在生活领域的应用。

关于系统及自动控制从不同的角度有不同的定义,就工业控制系统而言,常用的定义为:

系统:由一些元部件按一定要求连接并具有某一特定功能的整体。

自动控制:在没有人直接干预的情况下,通过控制装置使被控对象或过程自动按照预定的规律运行,使之具有一定的状态和性能。

例 1-1 图 1-1 是人工控制水位保持恒定的系统,由人直接进行控制。工作步骤是:

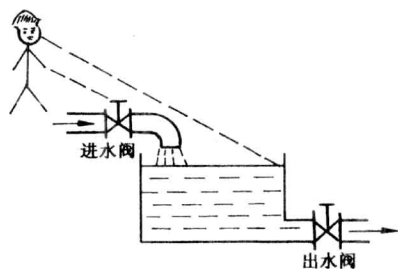


图 1-1 人工水位控制系统

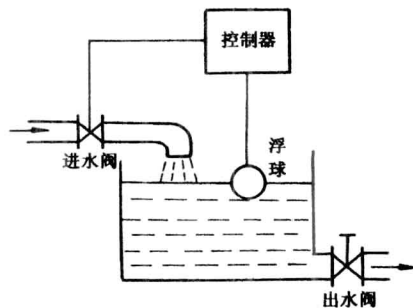


图 1-2 水位自动控制系统

- (1) 用眼观察水池实际水位。
- (2) 与期望水位进行比较,得出期望水位与实际水位间的误差。
- (3) 由人脑命令手,按减小误差的方向来调节进水阀门的开启程度。

因为人直接参与系统控制,所以此类系统称**人工控制系统**。

以控制器来代替人的操作,如图 1-2 所示。其工作过程如下:

- (1) 在控制器中预先标定期望的水位高度。
- (2) 当水位超过或低于标定值时,高度误差被浮球检测出来,误差信号送给控制器。
- (3) 控制器按减小误差的方向控制进水阀门的开启程度。

如此反复检测和控制,直到误差为零。

可见,设置了控制器并预先设定了期望水位高度后,在控制过程中就不再需要人的直接参与,由控制器实现控制,这类系统就称**自动控制系统**。上例是控制水位的,所以也称**水位控制系统**。

在许多复杂的或快速作用的系统中,系统的响应对操作人员来说可能太快了,或对操作人员的技能要求可能高得不合理,例如集成电路的制作;又如某些要自行毁灭的系统,如导弹等,需要排除人这个“元件”;事实上,在大多数情况下,自动控制系统比人工控制系统能更好地完成预期的作用,甚至能够进一步去完成操作人员不可能完成的工作。

1.2 自动控制理论的内容

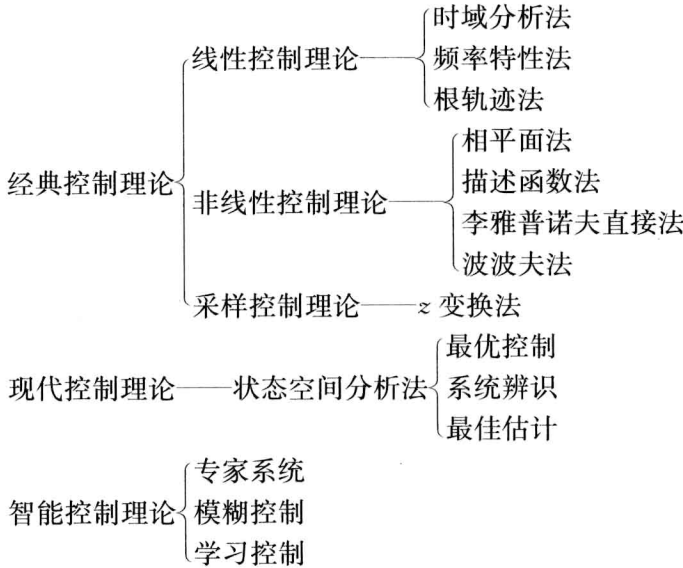
自动控制理论通常可分为经典控制理论、现代控制理论和智能控制理论。

经典控制理论:以传递函数为基础,研究单输入-单输出控制系统的性能 and 设计。

现代控制理论:以状态空间法为基础,研究多输入-多输出、时变、非线性等控制系统的性能 and 设计。

智能控制理论:以人工智能理论为基础,研究具有模糊性、不确定性、不完全性、偶然性的系统的性能与设计。

具体描述如下:



席卷全球的信息化浪潮,促进了知识经济时代的诞生,数字化、网络化、智能化是新时代控制系统的发展趋势,随着科学技术的发展,控制理论必将得到更大的发展。

1.3 自动控制系统的分类

1.3.1 按信号传递路径分类

1. 开环控制系统

例 1-2 考虑图 1-3 所示的炉温控制系统。

调节调压器活动触点位置可改变调压器输出电压。电热丝两端加上一定电压会释放热能,产生的热量大小与所加电压的平方成正比。调压器调节在某一位置,在外界条件及元部件参数不变时,炉子对应地处于某一温度。当外界条件或元件参数变化时,炉温则产生漂移,炉温变化的信息不回送到输入端,所以这时炉子温度不能控制在期望值。

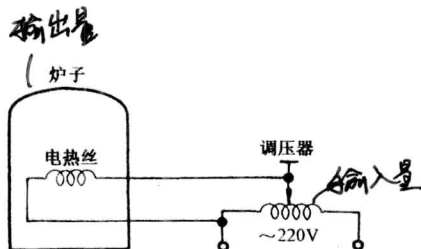


图 1-3 炉温控制系统

在上述系统中,系统输出量是炉子温度,输入量是调压器输出电压,输入电压高低是通过设定调压器的接触点实现的。系统的被控制量(输出量)对系统的控制量(输入量)没有影响,即被控制量只能受控于控制量,而对控制量无反作用,这类系统称为开环控制系统。

开环系统可用图 1-4 表示:

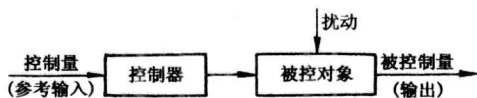


图 1-4 开环控制系统框图

开环控制系统具有如下特点:

(1) 作用信号由输入到输出单方向传递,不对输出量进行任何检测,或虽然进行检测,但对系统工作不起控制作用。

(2) 外部条件和系统内部参数保持不变时,对于一个确定的输入量,总存在一个与之对应的输出量。

(3) 控制精度取决于控制器及被控对象的参数稳定性,容易受干扰影响,缺乏精确性和适应性。例如前面讲过的炉温控制,如果电源电压波动、电阻参数变化或周围环境温度变化,都会导致炉温偏离控制值。

2. 闭环控制系统(也称反馈控制系统)

反馈:输出量通过适当的测量装置将测量信号的全部或一部分返回输入端,使之与输入量进行比较。

反馈控制系统:基于负反馈(输入量与反馈量相减)基础上的“检测误差,用以纠正误差”这一原理组成的系统(因为此类系统信息的传递途径有一个闭合的环路,所以也称闭环控制系统)。

注意 闭环控制系统与开环控制系统的主要差别在于闭环控制系统有一条从系统输出端经过测量元件到输入端的反馈通路。

例 1-3 考虑图 1-5 所示的闭环炉温控制系统。

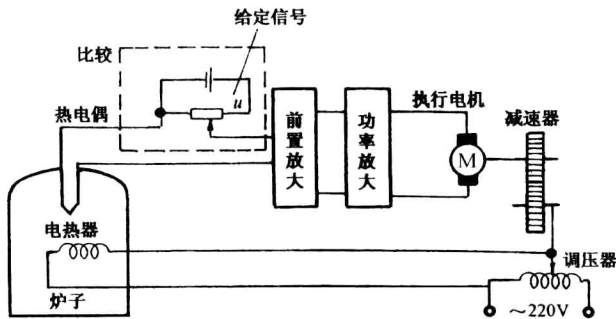


图 1-5 闭环炉温控制系统

它的工作原理是：把炉子要求温度转换成相应的电压量预先设定好。炉子内温度用热电偶检测，热电偶的输入量是温度，输出量是电压。热电偶的输出量与设定电压比较产生电压差 Δu ，经电压放大和功率放大使执行电机动作，通过减速器带动调压器活动触点，使调压器输出电压向减小 Δu （误差）的方向变化。

可见此系统由电压比较部分产生电压误差信号，然后根据误差信号进行控制，其原理框图如图 1-6 所示。

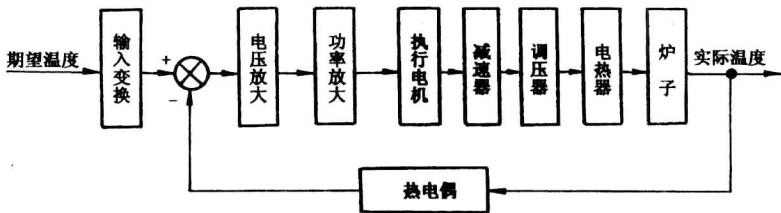


图 1-6 闭环炉温控制系统原理框图

从上例可见，闭环控制系统有一个对输出量进行测量，并将测量信号反馈到输入端进行比较的反馈通道。在工程上应用的控制系统总要求是稳定的，因而为负反馈，即反馈信号是与输入信号相反加入回路的，而社会系统、经济系统就未必是负反馈系统。本书只考虑工程系统，因此总考虑负反馈。

闭环控制系统的特点：

- (1) 由负反馈构成闭环，利用误差信号进行控制。
- (2) 系统元件参数配合不当，容易产生振荡，使系统不能正常工作。因而，存在稳定性问题。
- (3) 当系统稳定时，对于外界扰动和系统内参数的变化等引起的误差能够自动纠正。

自动控制理论主要研究闭环控制系统。

1.3.2 按控制作用的特点(即按给定量的变化规律)分类

1. 恒值控制系统(也称自动镇定系统)

系统任务：保证系统在任何扰动作用下，输出量以一定精度接近给定值，而给定值一般不

变或变化缓慢。

例如,对温度、压力、流量、湿度、粘度等参量的恒值控制。

分析和设计的重点:研究各种干扰对被控对象的影响,从克服扰动影响的角度进行分析和设计。

2. 随动系统(也称自动跟踪系统)

系统任务:在各种情况下,输出量以一定精度跟随给定量的变化(给定量的变化是不确定的)。

例如,火炮瞄准控制,雷达自动跟踪系统,XY 记录仪。

分析和设计的重点:系统跟随的快速性、准确性。

3. 程序控制系统

系统任务:被控制量按照事先给定的规律或程序变化。

例如,数字程序控制机床,热处理加热炉的炉温控制等。

分析和设计重点:系统工作要可靠,满足一定的控制精度要求。

系统的分类方法还有很多。例如:

按系统内部的信号类型:可分为连续系统与离散系统。

按系统的元部件特性:可分为线性系统与非线性系统。

按输入和输出的数目:可分为单输入单输出系统(SISO)和多输入多输出系统(MIMO)。

1.4 反馈控制系统的基本组成

反馈控制系统的组成如图 1-7 所示,图中各部分解释如下:

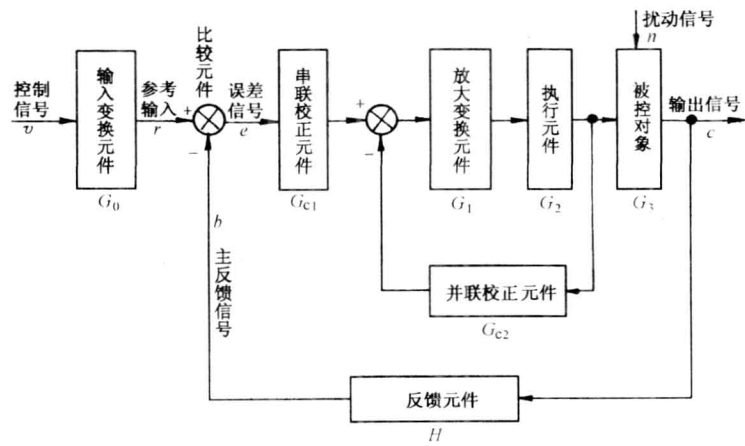


图 1-7 反馈控制系统组成

输入变换元件:用于产生参考输入信号。是进行物理量种类和大小变换的元件。

例如,用电位器设定的滑臂位置来表示需要的温度。

反馈元件:是测量元件。用来测量被控制量的实际值,同时起着物理量种类和大小变换的作用。例如,测速电机、热电偶等。

比较元件:用来比较参考输入信号和主反馈信号,并产生反映两者差值信号的元件或电

路。例如热电偶与设定电位器组成的电路等。

放大变换元件:把误差信号放大并进行能量形式转换,使之达到足够的幅值和功率的元件。例如,电液伺服阀、发电机、前置放大器与功率放大器等。

执行元件:根据控制信号直接对控制对象进行操纵的元件。例如,液压马达、电动机等。

被控对象:控制系统所要操纵的对象,其输出量即为系统的被控制量。例如,恒温炉、直流电机、火炮炮管位置等。

校正元件:为改善系统的控制性能而加入系统的元件。可分为串联校正元件(串接在系统的前向通路内的校正装置)与并联校正元件(与系统部分元件接成局部反馈形式的校正装置)。

输入信号:包括控制信号(也称输入给定信号)和扰动信号。

输出信号:要控制其变化规律的信号。输出信号应与输入给定信号间保持一定的函数关系。

主反馈信号:由输出端反馈到输入端的信号。正反馈信号有利于加强输入信号的作用,负反馈信号抵消输入信号的部分作用。

注意 在自动控制系统中通常为负反馈,正反馈往往会导致系统的不稳定。反馈信号可以是被控制量本身,也可以是它的函数。

误差信号^①:参考输入与主反馈信号之差。

1.5 对控制系统的基本要求

不同的对象、不同的工作方式和任务,对控制系统的品质指标要求也往往不相同。但是,归结起来系统品质指标的基本要求是稳定性、动态特性和稳态特性。

1.5.1 稳定性

一个处于静止或平衡工作状态的系统,当受到任何输入的激励,就可能偏离原平衡状态。当激励消失后,经过一段暂态过程以后,系统中的状态和输出都能恢复到原先的平衡状态,系统称为稳定的。

由于实际系统存在惯性、延迟,所以当系统的各参数配合不当时,将会使系统不稳定,产生越来越大的输出,引起系统中某些工作部件的损坏。因此一个控制系统要能工作,它必须是稳定的,而且必须具有一定的稳定裕量,即当系统参数发生某些变化时,也能够使系统保持稳定的工作状态。

1.5.2 动态特性

稳定的控制系统受到外加控制信号或扰动的作用后,系统会恢复原状态或达到新的平衡状态,但由于系统机械部分存在质量、惯量,电路中存在电感、电容,同时也由于能源、功率的限制,使得系统的各信号不能瞬时达到平衡,而要经历一个过程,系统状态随时间 t 变化的这一

① 就物理概念而言,误差是要求输出 c_d 与实际输出 c 之差。在单位反馈(即 $H=1$)情况下, e =输入量 r -反馈量 c ,因为这类系统要求输出量等于输入量。在非单位反馈(即 $H \neq 1$)时,由于 $c_d - c$ 在系统中难以直接表示出来,为了与上面定义一致,仍定义输入信号与主反馈信号之差作为误差信号,以此来衡量系统的稳态特性。这个误差信号乘以 $(1/H)$ 就是 $c_d - c$ 了。

过程称为动态过程或过渡过程。动态特性即是反映在这一过程中,系统跟踪控制信号或抑制扰动的速度快慢,系统响应过程的振荡大小及平稳、均匀的程度。

一个动态特性好的系统既要过渡过程时间短,又要过程平稳、振荡幅度小。

1.5.3 稳态特性

在过渡过程结束后,系统的误差值反映了系统控制的精确程度。差值越小,则说明系统控制的精度越高。

由于控制系统的控制目的、要求和对象的不同,因而各系统对动态特性、稳态特性的要求也不同。有的对快速性要求高一些,例如随动系统;有的则要求过渡过程平稳、均匀,例如电机调速系统;有的则不允许系统产生振荡,例如机器人控制系统。对于同一个系统的稳定、快速、准确这三个要求常常是互相制约的。提高过程快速性,则会使系统振荡性加强;改善系统相对稳定性,则又可能会使控制过程时间延长,反应迟缓;提高系统控制的稳态精度,则会引起动态性能(过渡过程时间及振荡性)的变化。

1.6 控制系统常用的典型测试信号

1.6.1 为什么要使用典型测试信号

(1) 实际系统的输入信号常具有不确定性,而且其函数形式往往不能以解析式表示。

例如,火炮控制系统在跟踪飞机过程中,飞机的飞行规律事先无法确定,所以火炮系统的输入是一变化未知的信号。

(2) 分析和设计控制系统需要有一个对各种系统进行比较的基准。

(3) 系统对典型测试信号的响应特性与系统对实际输入信号的响应之间存在一定的关系。实际输入信号往往是一种或多种典型测试信号的组合。

(4) 典型测试信号是简单的时间函数,便于对控制系统进行数学处理和实验分析。

选取典型测试信号主要考虑:

(1) 选取输入信号的典型形式应大致反映系统的实际工作情况。

(2) 要从系统工作最不利情况出发来选取典型测试信号。

(3) 选取的典型信号要尽可能简单。

1.6.2 典型测试信号

1. 阶跃输入函数(Step input function)

表示参考输入量的一种瞬变,如图 1-8 所示。

例如,突然加重或卸掉电机负荷,电源电压的突跳。数学表达式为:

$$r(t) = R_0 \cdot u(t) = \begin{cases} R_0 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

式中: R_0 为常值; $u(t)$ 为单位阶跃函数,有一些书上用 $1(t)$ 表示。

$u(t-\tau)$ 则表示起始时刻为 τ 的单位阶跃函数, 如图 1-9 所示, 其数学表达式为:

$$r(t) = u(t-\tau) = \begin{cases} 1 & t \geq \tau \\ 0 & t < \tau \end{cases} \quad (1-2)$$

阶跃函数占有很宽的频带。作用等价于宽频域内无数正弦信号的合成结果。

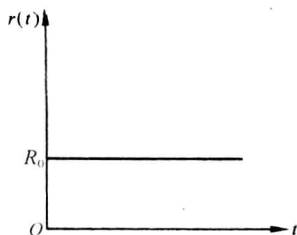


图 1-8 阶跃输入函数

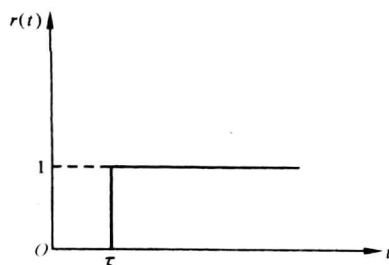


图 1-9 延迟 τ 的单位阶跃函数

2. 斜坡(速度)输入函数(Ramp input function)

表示一匀速信号, 该信号对时间 t 的变化率是一常数, 斜坡函数等于阶跃函数对 t 的积分, 如图 1-10 所示。它可用来检测系统匀速运动的性能。斜坡函数的数学表达式为:

$$r(t) = R_0 \cdot tu(t) = \begin{cases} R_0 t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

式中: R_0 为常值; $tu(t)$ 为单位速度函数。

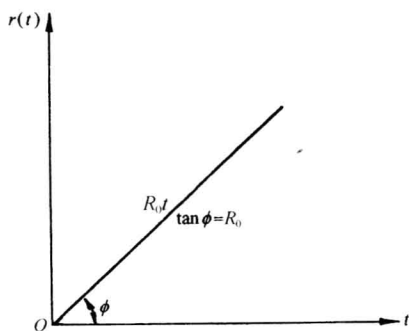


图 1-10 斜坡(速度)函数

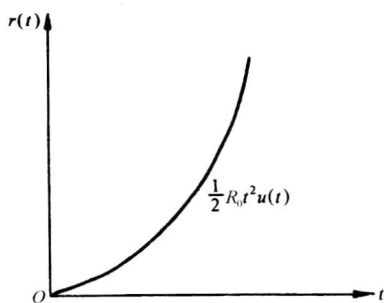


图 1-11 抛物线(加速度)函数

3. 抛物线(加速度)输入函数(Parabolic input function)

表示匀加速信号, 由速度函数对 t 积分而得, 如图 1-11 所示。加速度函数的数学表达式为:

$$r(t) = \frac{1}{2} R_0 t^2 u(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} R_0 \cdot t^2 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

式中: R_0 为常值; $\frac{1}{2}t^2 u(t)$ 为单位加速度函数。

从阶跃到速度到加速度函数相对 t 的变化逐渐加快, 实际系统测试很少采用比抛物线函数变化更快的信号。

4. 脉冲输入函数(Pulse input function)

实际脉冲函数如图 1-12 所示。脉冲函数的数学表达式为:

$$r(t) = \begin{cases} \frac{R_0}{h} & 0 \leq t \leq h \\ 0 & t < 0, t > h \end{cases} \quad (1-5)$$

式中: h 为脉冲宽度, h 应极小, 一般工程上要求 $h < 0.1T$, T 为系统时间常数 R_0 为常值。当 $R_0 = 1, h \rightarrow 0$ 时称理想单位脉冲, 其表达式为:

$$r(t) = \delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (1-6)$$

$$\int_{-\infty}^0 \delta(t) dt = 1 \quad (1-7)$$

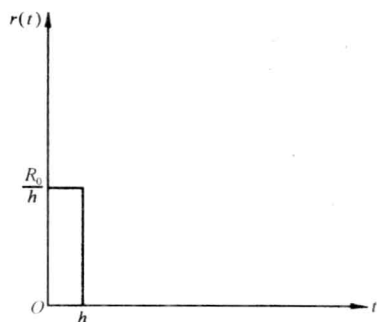


图 1-12 脉冲函数

单位脉冲函数可看作单位阶跃函数的导数, $u(t)$ 只在 $t = 0$ 时有突跳。所以, $u(t)$ 在 $t = 0$ 的导数为 ∞ , 而在其他处为零。

5. 正弦函数(Sine function)

正弦函数如图 1-13 所示, 其数学表达式为:

$$r(t) = R_0 \sin(\omega t + \phi) \quad (1-8)$$

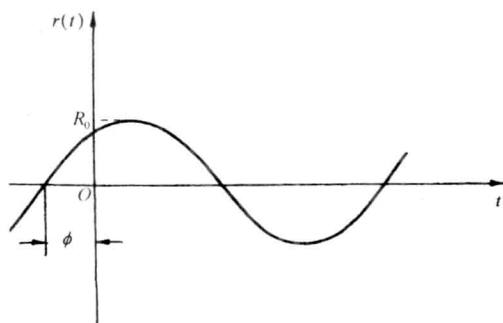


图 1-13 正弦函数

式中: R_0 为振幅; ϕ 为初相位; ω 为振荡角频率。

正弦函数容易获得, 因而十分有用, 若求得系统对所有频率的正弦函数响应特性, 则可准确地确定整个系统的特性。