



测绘科技专著出版基金资助

CEHUI KEJI ZHUANZHU CHUBAN JIJIN ZIZHU

THE THEORY OF ATMOSPHERIC REFRACTION
IN SPACE GEODESY

张捍卫 丁安民 雷伟伟 著

空间大地测量学中的 大气折射理论



测绘出版社

测绘科技专著出版基金资助

空间大地测量学中的 大气折射理论

**The Theory of Atmospheric Refraction
in Space Geodesy**

张捍卫 丁安民 雷伟伟 著

测绘出版社

· 北京 ·

© 张捍卫 丁安民 雷伟伟 2011

所有权利(含信息网络传播权)保留,未经许可,不得以任何方式使用。

内 容 提 要

本书较全面地阐述了电磁波在大气中传播所涉及的各项问题。开篇讲解了与大气折射理论研究有关的物理学基础,国际大地测量与地球物理联合会(IUGG)对大气折射指数制定的有关标准和决议,不同观测技术中有关的大气折射修正问题等。本书重点是在亚毫角秒、亚毫米量级的理论精度上,给出了包含水汽影响的、可展开到任意阶次的、能够在极低高度角处具有收敛性的天文大气折射、中性大气折射延迟以及传播路径弯曲改正的新级数展开模型。本书还初步探讨了天文大气折射和中性大气折射延迟之间存在的内在联系,提出可利用天气大气折射测定值建立中性大气折射延迟实测模型的理论和方法。

本书适合天体测量学、大地测量学和地球物理学等相关专业的教师、科研人员和研究生阅读。

图书在版编目(CIP)数据

空间大地测量学中的大气折射理论/张捍卫,丁安民,雷伟伟著. —北京:测绘出版社,2011.4
ISBN 978-7-5030-2249-4

I. ①空… II. ①张… ②丁… ③雷… III. ①空间大地测量—大气折射—研究 IV. ①P228

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 056271 号

责任编辑 田力 执行编辑 赵福生 封面设计 李伟 责任校对 董玉珍 李艳

出版发行 测绘出版社

地 址 北京市西城区三里河路 50 号 电 话 010-68531160(营销)

邮政编码 100045 010-68531609(门市)

电子信箱 smp@sinomaps.com 网 址 www.sinomaps.com

印 刷 北京金吉士印刷有限责任公司 经 销 新华书店

成品规格 169mm×239mm

印 张 17.25 字 数 330 千字

版 次 2011 年 4 月第 1 版 印 次 2011 年 4 月第 1 次印刷

印 数 0001-1000 定 价 48.00 元

书 号 ISBN 978-7-5030-2249-4/P·521

本书如有印装质量问题,请与我社联系调换。

前 言

大气折射理论研究自古以来就受到学术界的重视。但由于大气结构的复杂性和大气折射原理性公式的不可积分性,使得这个问题呈现了特殊困难。自牛顿以来,近代自然科学包括大地测量学和天体测量学不断发展,众多学者投入到大气折射问题的研究,为满足经典光学观测所建立的模型和处理方法尽管取得了显著成效,但其观测精度和高度角适用范围始终不能得到显著突破。自 20 世纪 60 年代以来,以无线电观测为基础的雷达测距、甚长基线干涉测量(VLBI)、全球定位系统(GPS)和以激光观测为基础的激光测月(LLR)、卫星激光测距(SLR)等空间大地测量技术相继问世,大气折射研究又面临新的课题。一是研究对象扩展了,不仅涉及折射(电磁波传播方向的改变),还涉及延迟(传播路径和传播时间的延长);而且无线电波在大气中的传播规律与光波有所不同,无线电波在潮湿对流层内的折射是一个更复杂的难题;激光测距虽然是在光学波段内进行,但涉及的对象已不再是经典观测的角度。二是空间技术的观测精度远高于经典技术,观测覆盖范围也比经典技术大。大气折射是当前空间大地测量技术中主要误差源之一。空间技术测量精度已经达到毫米量级,而大气折射的改正精度还停留在厘米量级。如何提高大气折射的计算精度是当前空间大地测量技术的研究重点之一。另外,现代大气折射理论研究价值业已超出了上述高精度测量领域,而延伸到航空航天定位和现代高新武器的精确制导,甚至包括地球表面运动、大气和海洋变化的监测等科学研究、国民经济和国防建设等领域;异常大气折射中的波导效应更是现代国防建设中至今还在不断探索的对象之一;大气介质对信号的吸收和散射产生信号强度的衰减和谱线的变化,是天体物理学中一个重要研究方向;在大气反演技术中(如空基 GPS 气象学中的振幅反演和物理反演),大气对信号振幅的影响还是一个重要的观测参数。所有这些都对大气折射研究提出了新的挑战和要求。为适应这些新要求,大气折射改正研究相对于传统方法有所发展和改进,例如当前普遍使用以连分式表示的映射函数来求大气折射延迟。但是,长期以来人们所使用的连分式基本上属于猜测得到的数学形式,理论上并没有得到严格证明,这只是一架基础不太牢固的“天梯”。因此,迄今为止的一切进展,只能在有限程度上满足空间大地测量技术中改正大气折射的需要。

我国学者在大气折射研究领域起步虽晚,但取得的成就是突出的。最具代表性的是中国科学院上海天文台严豪健研究员和云南天文台冒蔚研究员,他们都在大气折射研究领域取得了卓越成就,其工作成果受到了国内外学术界的高度重视。

关于大气折射方面的著作,国内已经有严豪健的《现代大气折射引论》(上海科技教育出版社 2006 年出版)和冒蔚的《天文大气折射》(云南科技出版社 2004 年出版)两部著名专著。在这两部著作中已探讨的内容,本专著不再重复介绍,而是主要以大气折射基本概念和大气折射研究所涉及的物理学理论为基础,探寻大气折射理论研究进一步发展的可能性,并在大气折射级数展开理论方面有所发展。本书章节安排如下:第 1 章回顾和介绍了大气折射的发展历史和研究现状,提出了利用天文大气折射测定值建立中性大气折射延迟实测模型的理论和方法;第 2 章介绍了大气折射研究所涉及的物理学基础,包括电动力学、热力学与统计物理学、大气物理学和电介质物理学等基础理论;第 3 章在介绍几何光学的一些基本概念和几个基本定理之后,对雷达观测、子午环观测、人造地球卫星目视观测和空间大地测量技术中的大气折射改正原理性公式进行了重新推导;第 4 章讨论了中性气体和电离气体色散的基本理论,即大气折射率差的基本形式,并介绍了国际大地测量与地球物理联合会(IUGG)对折射指数制定的有关标准和决议;第 5 章对天文大气折射级数展开理论进行了详细研究,在萨斯塔莫伊宁(Saastamoinen)1972 年的理论基础上,给出了一个新级数展开模型,新模型的理论精度可达到亚毫角秒量级,同时考虑了水汽的影响,级数展开模型可展开到任意阶次,使得在高度角 0.5° 处也具有收敛性;第 6 章,研究了中性大气折射延迟的级数展开理论,在萨斯塔莫伊宁 1973 年的理论基础上,也给出了一个亚毫米理论精度的新级数展开模型,新模型也具有以上特点;第 7 章研究了中性大气折射延迟路径弯曲改正的级数展开理论,对萨斯塔莫伊宁 1973 年提出的研究方法进行了改进,即对被积函数项进行完全的级数展开,在亚毫米量级的理论精度上,给出了一个以视天顶距正切和正割乘积为引数的新级数展开模型,同时考虑了水汽的影响。总之,本书较全面地总结了各种观测技术中的大气折射修正问题;在亚毫角秒、亚毫米量级的理论精度上,首次给出了包含水汽影响的、可展开到任意阶次的、能够在极低高度角(例如 0.5° 处)具有收敛性的天文大气折射和中性大气折射延迟(包括路径弯曲改正)的级数展开模型。

本专著是在作者多年从事空间大地测量学教学和研究工作基础上扩充整理而成的。但由于时间和版面限制,关于大气折射映射函数理论、大气折射模型在不同观测测量技术中的应用,以及电离层对电磁波传播的影响等本书没有涉及,这有待于进一步学习和探讨。由于水平有限,书中错误和不足之处在所难免。如读者发现不妥、错误或有任何建议,请与第一作者联系(zhanwei800@163.com),我们将不胜感激。

河南理工大学测绘学院对本书的出版给予了大力支持,测绘出版社的编辑仔细阅读了书稿并提出了很多修改意见,在此表示衷心感谢。同时,本书的出版得到了测绘科技专著出版基金的资助,同时也得到了国家自然科学基金(41040035)、河

南省杰出青年科学基金(094100510023)、河南省一级重点学科“测绘科学与技术”科研经费、武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室测绘基础开放研究基金(07-02)和河南理工大学博士基金(B2008-65)的资助,在此感谢!

作 者

2010年5月

目 录

第 1 章 大气折射理论概述	1
§ 1.1 天文大气折射	1
§ 1.2 中性大气折射延迟	3
§ 1.3 近十年来大气折射研究进展.....	11
§ 1.4 大气折射研究的一个可能方法.....	16
第 2 章 大气折射物理学基础	23
§ 2.1 电磁现象的普遍规律	23
§ 2.2 无界空间中的平面电磁波.....	27
§ 2.3 电磁波的反射和折射.....	31
§ 2.4 电磁波的散射和吸收及介质的色散.....	36
§ 2.5 电磁波的传播形态.....	41
§ 2.6 洛伦兹有效场和昂萨格有效电场.....	45
§ 2.7 电介质的极化机理.....	50
§ 2.8 电介质的介电系数及其温度系数.....	52
§ 2.9 电介质损耗的基本概念.....	55
§ 2.10 气体的物态方程.....	60
§ 2.11 气体分子运动论的基本概念.....	62
§ 2.12 干洁大气与水汽.....	65
§ 2.13 大气压力、压高公式和大气模型	70
第 3 章 大气折射理论基本概念	82
§ 3.1 几何光学的基本电磁理论.....	82
§ 3.2 几何光线的微分方程.....	88
§ 3.3 几何光学的几个基本定理.....	93
§ 3.4 雷达观测技术中的大气折射修正.....	97
§ 3.5 子午环观测中的大气折射修正	105
§ 3.6 人造地球卫星目视观测中的大气折射修正	113
§ 3.7 蒙气差对天文观测成果的影响	118
§ 3.8 空间大地测量技术中的大气折射修正	123

第 4 章 大气折射指数及其 IUGG 决议	127
§ 4.1 中性气体色散的基本理论	127
§ 4.2 电离气体色散的基本理论	133
§ 4.3 不同波段折射率差的原理性公式	137
§ 4.4 光学和近红外波段折射率差的 IUGG 模型	142
§ 4.5 射电和微波波段折射率差的 IUGG 模型	148
第 5 章 天文大气折射的级数展开理论	152
§ 5.1 天文大气折射的级数展开式	152
§ 5.2 毫角秒理论精度的级数展开	153
§ 5.3 大气折射积分中的有关参数	155
§ 5.4 天文大气折射中的一个通用积分	158
§ 5.5 有关数组的积分表达式	166
§ 5.6 公式小结及其计算过程	167
§ 5.7 数值计算与讨论	169
§ 5.8 水汽改正的级数展开式	175
§ 5.9 低高度角的级数展开式	180
第 6 章 大气折射延迟的级数展开理论	187
§ 6.1 中性大气折射延迟的级数展开式	187
§ 6.2 亚毫米理论精度的级数展开	188
§ 6.3 中性大气折射延迟的一个通用积分	191
§ 6.4 有关数组的积分表达式	198
§ 6.5 公式小结及其计算过程	199
§ 6.6 数值计算与讨论	200
§ 6.7 级数展开形式的映射函数	210
§ 6.8 水汽改正的级数展开式	211
§ 6.9 干大气与水汽之间的耦合影响	222
§ 6.10 低高度角的级数展开式	225
第 7 章 路径弯曲改正的级数展开理论	233
§ 7.1 路径弯曲改正的原理性公式	233
§ 7.2 路径弯曲改正的级数展开式	234
§ 7.3 亚毫米理论精度的级数展开	237
§ 7.4 有关数组的积分表达式(I)	238

§ 7.5 有关数组的积分表达式(Ⅱ)	238
§ 7.6 数值计算与讨论	245
§ 7.7 萨斯塔莫伊宁 1973 公式.....	256
参考文献	257

Contents

Chapter 1	Overview of Atmospheric Refraction Theory	1
§ 1.1	Astronomical Atmosphere Refraction	1
§ 1.2	Neutral Atmospheric Refraction Delay	3
§ 1.3	Progress of Research on Atmosphere Refraction Over the Past Decade	11
§ 1.4	A Possible Method in Atmospheric Refraction Research	16
Chapter 2	Foundations of Physics in Atmospheric Refraction	23
§ 2.1	The Universal Law of Electromagnetic Phenomena	23
§ 2.2	Plane Electromagnetic Wave in Unbounded Space	27
§ 2.3	Reflection and Refraction of Electromagnetic Waves	31
§ 2.4	Scattering and Absorption of Electromagnetic Waves and Dispersion of Medium	36
§ 2.5	Form of Electromagnetic Wave Propagation	41
§ 2.6	Lorentz Effective Field and Onsager's Effective Electric Field	45
§ 2.7	Mechanism of Dielectric Polarization	50
§ 2.8	Dielectric Coefficient and Temperature Coefficient of Dielectric	52
§ 2.9	The Basic Concept of Dielectric Loss	55
§ 2.10	Gas Thermal Equation of State	60
§ 2.11	The Basic Concepts of Gas Molecular Motion	62
§ 2.12	Dry Clean Air and Water Vapor	65
§ 2.13	Atmospheric Pressure, High-pressure Formula and Atmospheric Model	70
Chapter 3	The Basic Concepts of Atmospheric Refraction Theory	82
§ 3.1	The Basic Electromagnetic Theory of Geometrical Optics	82
§ 3.2	Differential Equations of Geometrical Light	88
§ 3.3	Some Basic Theorems of Geometrical Optics	93

§ 3. 4	The Atmospheric Refraction Correction in Radar Technology	··· 97
§ 3. 5	The Atmospheric Refraction Correction in Meridian Circle Observations	····· 105
§ 3. 6	The Atmospheric Refraction Correction in Visual Observation of Sputnik	····· 113
§ 3. 7	The Impact of Astronomical Refraction Error on the Results of Observations	····· 118
§ 3. 8	The Atmospheric Refraction Correction in Space Geodetic Techniques	····· 123
Chapter 4	Atmospheric Refraction Index and the IUGG Resolution	····· 127
§ 4. 1	The Basic Theory of Neutral Gas Dispersion	····· 127
§ 4. 2	The Basic Theory of Ionized Gas Dispersion	····· 133
§ 4. 3	Theoretical Formula of Refractive Index Difference in Different Bands	····· 137
§ 4. 4	IUGG Model of Refractivity Difference in Optical and Near- infrared Bands	····· 142
§ 4. 5	IUGG Model of Refractivity Difference in Radio and Microwave Bands	····· 148
Chapter 5	The Series Expansion Theory of Astronomical Atmospheric Refraction	····· 152
§ 5. 1	The Series Expansion Formula of Astronomical Atmospheric Refraction	····· 152
§ 5. 2	The Series Expansion of Milli-arcsecond Theoretical Precision	··· 153
§ 5. 3	Relevant Parameters in Integration on Atmospheric Refraction	····· 155
§ 5. 4	A General Integral in Astronomical Atmospheric Refraction	··· 158
§ 5. 5	The Integral Expression Formula of Some Arrays	····· 166
§ 5. 6	Formula Summary and Computational Process	····· 167
§ 5. 7	Numerical Calculation and Discussion	····· 169
§ 5. 8	The Series Expansion Formula of Water Vapor Correction	····· 175
§ 5. 9	The Series Expansion Formula of the Low Elevation Angle	··· 180
Chapter 6	The Series Expansion Theory of Atmospheric Refraction Delay	··· 187

§ 6.1	The Series Expansion Formula of Neutral Atmospheric Refraction Delay	187
§ 6.2	The Series Expansion of Sub-millimeter Theoretical Precision	188
§ 6.3	A General Integral in Neutral Atmospheric Refraction Delay ...	191
§ 6.4	The Integral Expression Formula of Some Arrays	198
§ 6.5	Formula Summary and Computational Process	199
§ 6.6	Numerical Calculation and Discussion	200
§ 6.7	Mapping Function of Series Expansion Form	210
§ 6.8	The Series Expansion Formula of Water Vapor Correction	211
§ 6.9	The Coupling Effect Between Dry Air and Water Vapor	222
§ 6.10	The Series Expansion Formula of the Low Elevation Angle	225
Chapter 7	The Series Expansion Theory of Curved Path Correction	233
§ 7.1	The Theoretical Formula in Curved Path Correction	233
§ 7.2	The Series Expansion Formula of Curved Path Correction	234
§ 7.3	The Series Expansion of Sub-millimeter Theoretical Precision	237
§ 7.4	The Integral Expression Formula of Some Arrays(I)	238
§ 7.5	The Integral Expression Formula of Some Arrays(II)	238
§ 7.6	Numerical Calculation and Discussion	245
§ 7.7	The Formula of Saastamoinen 1973	256
References	257

第 1 章 大气折射理论概述

大气折射理论是天文学、大地测量学研究中的一个重要课题。根据不同的观测技术,大气折射主要有天文大气折射(蒙气差)和大气折射延迟两个研究方向。大气折射理论上的进步,不仅能够改善观测技术的归算精度,而且有望扩大仪器对目标的观测弧段,提高仪器的使用效益。随着观测精度不断提高,也能够把原先属于观测噪声的信息进行重新处理,从而获得我们感兴趣的物理参数。目前,大气折射理论研究不仅具有提高归算精度的作用,而且在地球内部物理结构和动力学变化、地球表面运动、大气和海洋变化、航空和航天定位、现代高新武器的精确制导等科学研究、国民经济和国防建设上均具有重要现实意义。

§ 1.1 天文大气折射

假设 ξ 和 z_1 分别是无穷远处天体的真天顶距和视天顶距,且 $\xi = z_1 + \Delta z$, 则 Δz 就称为天文大气折射(或蒙气差)。平面平行层大气模型下的蒙气差基本公式是(冒蔚等, 2004)

$$\Delta z = (n_1 - 1) \tan z_1 \quad (1.1.1)$$

式中, n_1 代表测站附近的大气位相折射指数。蒙气差的另一种形式是

$$\Delta z = (n_1 - 1) \tan z_1 + \frac{1}{2} (n_1 - 1)^2 \tan^3 z_1 + \dots \quad (1.1.2)$$

虽然公式(1.1.2)出现了高次项,却不能用于大天顶距的计算,因为高次项永远是正值,天顶距越大,与真实情况相差也越大,不适应于大天顶距观测的处理。平面平行层模型只能在天顶附近小天顶距范围内作近似。

在同心球壳层大气模型下,蒙气差原理性公式是(冒蔚等, 2004)

$$\Delta z = \int_1^{n_1} \frac{\tan z}{n} dn, \quad \text{且 } n r \sin z = n_1 r_1 \sin z_1 \quad (1.1.3)$$

其中积分是沿着光线传播路径进行的。式中, n 、 r 和 z 分别代表传播路径上某点的大气位相折射指数、地心距和入射角; n_1 、 r_1 和 z_1 分别为测站点的大气折射指数、地心距和视天顶距。式(1.1.3)就是在球对称分层大气模型下,推导蒙气差和编制大气折射表的两个基本方程。

其实,早在公元 1 世纪,克莱门德(Cleomedes)就认识到大气折射现象。公元 2 世纪古希腊天文学家托勒密(C. Ptolemy)在其著作《光学》第五卷中已论述了大

气折射问题。托勒密通过对恒星位置的反复观测发现,由于大气折射使得接近地平的星象位置有所升高,并用光学折射道理从理论上阐述了这一现象。公元16世纪,丹麦天文学家第谷(B. Tycho)发现,用北极星求得的纬度值比用夏至日太阳中天求出的纬度值大 $4''$,编制了具有很高精度的大气折射表,不过他误认为在高度角 45° 处大气折射为零。公元17世纪初,德国学者开普勒(J. Kepler)总结了大气折射近似规律,提出了一种计算大气折射的简单方法,指出在天顶处大气折射为零。但那时人们还不了解大气折射的准确定律,直到公元17世纪下半叶,法国学者卡西尼(G. D. Cassini)才创立了大气折射理论,不过他认为光线在大气边界只曲折一次。之后,英国学者布拉德雷(J. Bradley)、瑞士科学家欧拉(L. Euler)、法国学者拉格朗日(J. L. Lagrange)和拉普拉斯(P. S. Laplace)等都研究过大气折射。公元19世纪初,德国科学家高斯(C. F. Gauss)为回避大气折射误差的影响,发明了同时测定钟差和纬度的多星等高法。在这一时期,关于大气折射工作做得最仔细的应推德国天文学家贝塞尔(F. W. Bessel),他在重新修订布拉德雷星表(1818年发表)时,除求得了较精确分岁差常数、章动常数和光行差常数等数值外,同时还进行大气折射的理论研究,编制了在当时已相当精确的大气折射表,并建立了计算大气折射的对数公式,在19世纪得到了广泛应用。以后贝塞尔还提出利用子午环对拱极星上、下中天的观测,在计算纬度改正值的同时,求解出大气折射常数改正值的方法,并在以后的一百多年中不断地被采用。1861年,德国天文学家布洛斯(C. Bruhns)出版了《天文大气折射》著作,全面综合了以前发表的大气折射有关文章,其中包括艾沃里(Ivory)在1823和1838年研究工作。之后,俄罗斯天文学家基里金(J. A. H. Gylden)的大气折射研究工作成为其后编写普尔科沃(Pulkovo)大气折射表的基础。另外,拉道(M. Radau)1889年在巴黎天文台的备忘录中讨论了大气中水汽对大气折射的贡献,并给出湿大气折射计算表。

俄罗斯普尔科沃天文台一直从事天文大气折射表的编制工作,其理论依据是基里金在1866至1873年期间的研究工作。1870年,普尔科沃天文台编制的大气折射表问世,几乎替代了当时的所有折射表。以后几经改进,被誉为当代最精确的大气折射表得到广泛采用。但是天文工作者也并未完全信赖它,仍然进行着不断的研究和探讨。正如Newcomb(1906)指出,在实用天文学中,或许没有哪一个分支像天文大气折射问题发表这样多的文章,而其状态仍然是那样的不能令人满意。普尔科沃大气折射表至今在国际上还具有相当的影响(Orlov, 1956)。20世纪40年代以后发展起来的Willis(1941)和Garfinkel(1944, 1967)的折射理论,对以后折射表的编制也起了很重要的作用。

§ 1.2 中性大气折射延迟

球对称大气模型下,中性大气折射延迟 ΔL 的原理性公式是(严豪健等, 2006)

$$\Delta L = \Delta L_1 + \delta L = 10^{-6} \times \int N dl + \delta L \quad (1.2.1)$$

式中, $N = (n-1) \times 10^6$; dl 是信号传播路径上的微分线元; N 为传播路径上某点的群折射率差; ΔL_1 是中性大气折射延迟的主项; δL 称为弯曲改正项。另外,电磁波传播的布格公式是

$$nr \sin z = n_1 r_1 \sin z_1 \quad (1.2.2)$$

式中, n , r 和 z 分别代表传播路径上某点的大气群折射指数、地心距和入射角; n_1 , r_1 和 z_1 分别测站点的大气群折射指数、地心距和视天顶距。以上两式就是在球对称分层大气模型下推导中性大气折射延迟的两个基本方程。

大气折射延迟的数学表述方法主要有两种:一是级数展开法,二是映射函数法。级数展开方法主要以 Garfinkel(1967)和 Saastamoinen(1972a, 1972b, 1973)为代表,是把大气折射积分中的被积函数按视高度角的三角函数进行级数展开,然后在一定的大气模型下逐项进行积分。映射函数法最初由 Marini(1972)创立,是把大气折射延迟主项 ΔL_1 表示为天顶总延迟(ZTD)和与高度角有关的映射函数的乘积,即

$$\Delta L_1 = \text{ZTD} \times M(E) \quad (1.2.3a)$$

式中, E 为观测目标的地平高度角, $M(E)$ 称为映射函数,一般用连分式形式表示。通常天顶总延迟又分为天顶静力学延迟或干延迟(ZHD)和湿延迟(ZWD),那么就有

$$\Delta L_1 = \text{ZHD} \times M_h(E) + \text{ZWD} \times M_w(E) \quad (1.2.3b)$$

式中, $M_h(E)$ 和 $M_w(E)$ 就是相应的静力学映射函数和湿映射函数。

1.2.1 历史上常用的天顶延迟模型

天顶延迟可表示成折射率差沿天顶方向的积分,即

$$\left. \begin{aligned} \text{ZHD} &= 10^{-6} \times \int_{r_1}^{r_T} N_h dr \\ \text{ZWD} &= 10^{-6} \times \int_{r_1}^{r_T} N_w dr \end{aligned} \right\} \quad (1.2.4)$$

式中, N_h 和 N_w 分别称为沿天顶方向上的大气群折射率差的静力学分量和湿分量,且 $N = N_h + N_w$; r_1 , r_T 分别是测站和中性大气层顶部的地心距。

1. 大气群折射率差

大气折射率的研究主要始于 Smith 等(1953)、Boudouris(1963)和 Hopfield

(1969)。他们给出的大气折射率差表达式,考虑了大气的吸收和色散效应,以及非理想气体引入的修正。20 世纪下半叶,射电波段群折射率差采用的是由 Thayer (1974) 和 Hill 等(1982)给出的模型,即

$$N = k_1 \frac{P_d}{T} Z_d^{-1} + k_2 \frac{e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} \quad (1.2.5)$$

式中, P_d 为干大气分压; e 为水汽分压; T 是热力学温度; k_1 、 k_2 和 k_3 是常系数; Z_d 和 Z_w 分别是干大气和水汽的可压缩系数,它们是由于大气不是标准理想气体而引入的,在一般大气条件下它们与常数 1 的偏离小于 10^{-5} 。Owens(1967)根据热力学资料拟合得到的结果是

$$Z_d^{-1} = 1 + P_d \left[57.90 \times 10^{-8} \left(1 + \frac{0.52}{T} \right) - 9.4611 \times 10^{-4} \frac{T - 273.15}{T^2} \right] \quad (1.2.6)$$

$$Z_w^{-1} = 1 + 1650 \frac{e}{T^3} \left[1 - 0.001317(T - 273.15) + 1.75 \times 10^{-4} \times (T - 273.15)^2 + 1.44 \times 10^{-6} (T - 273.15)^3 \right] \quad (1.2.7)$$

在忽略可压缩系数的情况下,折射率差的静力学分量和湿分量分别是

$$\left. \begin{aligned} N_h &= k_1 \frac{P}{T} \\ N_w &= -(k_1 - k_2) \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.8)$$

式中, P 是总大气压, $P = P_d + e$ 。Thayer(1974)根据气象观测资料对 k_1 、 k_2 和 k_3 的拟合的结果是

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= 77.604 \pm 0.014 \\ k_2 &= 64.79 \pm 0.08 \\ k_3 &= (3.776 \pm 0.004) \times 10^5 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.9)$$

之后,很多学者对大气折射指数进行了研究,例如 Liebe(1977,1985,1989)和 Hill 等(1982)及其他人在 20 世纪 90 年代末的工作,以及 Ciddor(1996)和 Ciddor 等(1999)的工作等。他们都进一步研究了大气中各种成分(包含悬浮的液滴、冰粒子和水汽等)对射电和微波波段折射指数的影响,并给出了折射指数的计算公式和计算程序。以上这些工作成为国际大地测量协会(IAG)基本常数专门委员会(SCFC)成立光学、近红外和射电波段大气折射指数工作组 SC3 的基础。SC3 目的就是给出适合于所有波段的电磁波大气折射率理论公式,同时考虑非理想气体和各种共振频率(吸收线)的影响。目前,Rüeger(2002)和 Mendes 等(2004)分别给出了最新的射电和微波波段的折射指数公式,以及光学和近红外波段的折射指数公式,具体细节见第 4 章。

2. 大气分布模型

为了得到(1.2.4)式的积分,必须知道大气折射率差的空间分布和大气分布模型。大气模型主要有:指数大气模型(Rowlandson et al, 1969)、霍普菲尔德大气规范模型(Hopfield, 1971)、萨斯塔莫伊宁大气模型和标准大气模型(Saastamoinen, 1972a)。在霍普菲尔德大气模型中,假定大气温度随垂直高度以常数递减率 β 递减,对流层顶高度和水汽为零的高度为

$$H_T = 40\,136 + 148.72 \times (T - 273.16), \quad H_w = 11\,000$$

单位为米。

实践证明霍普菲尔德大气规范模型和实际大气的观测结果相差比较大。萨斯塔莫伊宁大气模型是对目前使用的标准大气模型的一种简化,它把地球大气分成三层:从地面到10 km左右高度的对流层,其气体温度下降率设为 $\beta \approx 6.525 \text{ K/km}$;第二层是从对流层顶到70 km左右高度的平流层,其大气温度设为常数;70 km以外是电离层。萨斯塔莫伊宁主要贡献是,把大气折射积分的被积分函数按天顶距三角函数进行展开,然后利用大气模型进行逐项积分而求得天文大气折射和中性大气折射延迟公式。关于萨斯塔莫伊宁的理论见第5至第7章,在此不再论述。

一般情况下,都把大气模型看成是球对称的。但是,对于非球对称大气模型的研究并没有因为困难而停止。例如Ichikawa(1995)基于三维数值预报模型,给出了一个大气折射路径延迟的改正模型。Gavrilov等(2004)利用2~35 km低轨GPS/MET卫星的测量数据,得到了射电波折射指数中尺度变化的全球分布;折射指数的纬度-经度和纬度-高程的分布表明,大气结构是不均匀的。在对流层-平流层中折射指数小尺度和中尺度波动的原因,是由于中尺度的大气波动和内在的重力波。Berton(2006, 2007)采用椭球地球的三维几何方法,给出了一个三维大气折射研究的理论模型,并考虑了测站地形和周围建筑物的影响。可见,大气折射指数的理论模型及其各种因素对它的影响和在时空中的分布等仍然是目前和未来研究的方向之一。

3. 天顶静力学延迟和湿延迟

利用理想气体状态方程,在满足流体静力学平衡条件下,Davis等(1985)给出

$$\text{ZHD} = (2.276\,8 \pm 0.000\,5) \times 10^{-3} \frac{P_1}{f(\phi, H_1)} \quad (1.2.10)$$

$$\text{ZWD} = 10^{-6} \times k'_3 \int_{H_1}^{H_T} \frac{e}{T} dh \quad (1.2.11)$$

式中, P_1 为测站地面的总大气压; ϕ 为测站纬度; H_1 和 H_T 分别为测站点和对流层顶部的椭球高(以km为单位)。ZHD和ZWD的单位为米。另外, $f(\phi, H_1)$ 的表达式是

$$f(\phi, H_1) = 1 - 0.002\,66 \cos 2\phi - 0.000\,28 H_1 \quad (1.2.12)$$