

JUAN

ZHONGXUE

JIAOXUE QUANSHU

中学
教学
全书

SHANGHAI
JIAOYU
CHUBANSHE

上海教育出版社

数学卷



中学教学全书

数学卷

上海教育出版社

中学教学全书

数 学 卷

主编 张奠宙

上海教育出版社出版发行

(上海永福路 123 号)

(邮政编码:200031)

各地新华书店经销 上海中华印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 19.75 插页 4 字数 492,000

1996 年 12 月第 1 版 1998 年 7 月第 3 次印刷

印数 30221—34240 本

ISBN 7-5320-4813-6/G·4783 定价:(软精)24.00 元

序 言

国家教育委员会副主任 柳 斌

在过去的十年中，上海教育出版社陆续出版的各科教师手册曾在教育界，尤其普教界产生了较大影响。作为那一时期中小学教师学历补偿的参考读物，作为知识复苏阶段中小学教学的备课工具，那套手册曾立下了汗马功劳。然而，毕竟时光已流过十载，站在新世纪的大门口，耳畔是改革的猎猎旗声，这匹跋涉了十个春秋的汗马有点力不从心了，它需要梳理、调整、充实，才能背负起造就一代高素质跨世纪人才的重任。基于这一历史的使命感，又是这些或多年从事师范教育，或在普教第一线积累了丰富经验，或长期置身于教材研究和编写工作中的同志们，再一次聚集起来，开始了对整套手册（中学九个分册，小学六个分册）的全面修订和编写。

要在较高的立点，对原有手册的知识内容作科学的梳理，这是修订的共识之一。

较高的立点无疑在各学科的前沿。了解、介绍、掌握学科最新发展动态，并藉此来审视以往手册中确定的知识重点、某些定论、甚或一个条目的表述方式，缺憾便一览无遗。以物理学科为例，当激光在世界前沿科学技术发展中越来越显示出支柱作用的时候，倘若我们对它仍只作一般的介绍就十分欠缺了。因此，修订既要消除缺憾，剔去陈旧，还必须为科学的不断发展留有余地。尽管在初等或中等教育的教学中不一定会涉及多么高深的理论，但唯有当教师对本学科的精神与发展了然于胸时，才能在学生的心中萌出哥德巴赫猜想。

对原有手册的知识结构作合理的调整时，要加强教学与社会

联系的成分，这是修订的共识之二。

当前基础教育正从应试模式转到提高国民素质的轨道上来，把课本知识与社会实际联系起来，以加强学生的社会责任感和培养他们的动手能力，改变读死书的状态已成当务之急。调整原有手册中的知识结构正是以此为精神，并在量上体现出来，如化学学科增加了“化学与社会”“化学与环境”等章节，语文学科则在写作部分增加了关于心理学、社会心态、社会与人等问题的论述，对艺术作品的分析也更注重社会氛围与人物的关系。事实上，这一调整与目前多套教材都强调素质教育，强调扩大知识面，强调调动非智力因素等是很合拍的。

留出一定的篇幅为教学法部分充实新的内容，肯定和介绍学科教学的新手段，这是修订的共识之三。

在国门大开的今天，各方面与国际接轨已势在必行，新的教学实验用具不断出现，电脑正在普及，科学的命题法和教学评估正使各级教学进入更好的循环，新的教学大纲又为第二课堂的开展保证了时间，有利于学生个性发展的兴趣活动又激发了学生第一课堂的学习积极性……我们有那么多的灵魂工程师在忙碌着、研究着、设计着，在手册修订之际，对这些先进的教学手段作一个总结、归纳，形成大家可仿可效的全新概念的学科教学法不是一件很有意义也很实在的事吗？

修订、编写工作历时三年，各个分卷即将陆续问世，大家曾想为它取个响亮的名字，转而又想，既然教育工作者被喻为布满枝头的绿叶，为着花的开放，果的成熟而甘于平凡，那么，就还是让它以最朴素的面貌静静地去到教师们的书案上吧。

编写说明

《中学教学全书·数学卷》的宗旨，是为中学数学教师服务，也就是想为第一线工作的数学老师提供参考。有经验的老师胸有成竹，自有一格，无需看什么《教学全书》来备课。不过，人的记忆总是有限，许多事还是查一查，反复比较一下，更有把握。本书的编者虽然尽量吸收各家所长，但经过取舍，所反映的也只是一家之言。总之，无非是供参考而已。

我们心目中的读者对象是经验不多，而又缺乏参考读物的地区的数学教师。我国幅员辽阔，地区经济发展很不平衡，学校条件也相差很大。据说有些学校的教师，除了一本学生也有的数学教材以外，基本上无书可看。这对需要有“一桶水”才能教“一杯水”的老师来说，真是勉为其难了。本书的出版，也许能为此作一补救？至少我们的愿望如此。

具体说来，我们有以下想法：

第一，采用“百科全书”式地写大条目，并按学科系统的顺序编排，以便读者系统地了解某个问题的全貌。我们以前曾有过《中学数学教师手册》，那是以名词的拼音字母顺序编排的，以阐述名词的涵义为目标，至于各名词之间的联系，学科的系统性，都无从顾及。这次，我们把它改进了。另外，为了读者方便，本书的章节次序，也尽量和现行教学大纲一致。

第二，本书的主干部分是初中代数、高中代数、平面几何、立体几何、解析几何等现行大纲内容的诠释、延伸和扩大，包括一些历史发展的知识，和相关高等数学的联系，知识内容的深入理解，不同观点的比较等等，力图提供一些最必需的背景材料和基础知识。

我们的想法是，数学教师的任务不只是让学生会套公式、解考题，更重要的是能理解数学知识的涵义，掌握思想方法，达到获取知识、锻炼思维和进行思想熏陶的多重目的。

第三，微积分、矩阵、概率等内容目前虽还未进入中学课程，但许多人士认为不久必将列入教学大纲，我们也用不大的篇幅加以介绍，着重谈思想方法，不求完整的逻辑证明，因为这类教科书很多，不必重复，倒是说些一般书上所没有的背景知识，更有意义些。

第四，在一些章节有“教学建议”的内容。既名为《教学全书》，当然应有教学的内容，但是常言说“教无定法”，这些建议不能说是“绝对正确”的权威论断，多半只是供参考的一些经验介绍，对经验不多的老师，可能有点用。某些地方提得比较笼统，因为说得太细，似乎没有可能也没有必要。

第五，本书提供了一些参考资料，包括现代数学的若干名词、数学教育导论、中外数学史、数学名题、数学公式等等，以便读者查找。本书列入数学教育导论是一次新的尝试，意在希望教师不仅要知道数学知识，还应重视数学教育的理论与实践。至于中外数学家、著名数学问题等，仅收了常见的一部分，挂一漏万之处在所难免。其中有些内容比较新，如混沌、分维等新的数学知识，拉卡托斯的数学哲学，吴文俊的数学史观点等都是以前很少在中学界介绍的。其目的是为了增加现代化的气息。

本书除由张奠宙，奚定华，李大元，唐盛昌，袁小明五人合作完成外，还得到不少专家、同行的关心和支持，为本书献计、献策，撰写数学教育的条目，在此表示衷心感谢。书中不妥之处，祈盼专家、教师批评指正。

编者

1995年10月

目 录

| | |
|----------------------|---------|
| 分类词目表 | 1—19 |
| 正文 | 1—590 |
| 一 数学概论 | 1 |
| 二 数学及其教学 | 11 |
| 代数学 | 13 |
| 三角学 | 133 |
| 几何学 | 157 |
| 离散数学 | 304 |
| 概率与统计 | 326 |
| 微积分 | 340 |
| 行列式和矩阵 | 348 |
| 三 数学史、数学名题和数学家 | 367 |
| 世界数学史 | 369 |
| 中国数学史 | 385 |
| 著名数学问题和定理 | 412 |
| 中外数学家 | 425 |
| 四 数学教育导论 | 475 |
| 五 数学公式 | 581 |
| 附录 | 591—605 |
| 1. 常用数学符号表 | 593 |
| 2. 常用计量单位 | 595 |
| 3. 希腊字母表 | 597 |
| 4. 外国数学家译名表 | 598 |

分类词目表

一 数学概论

| | | | |
|-------------------|---|---------------------|---|
| 数学 | 3 | 中学数学 | 6 |
| 数学的特点 | 3 | 数学方法 | 7 |
| 数学的分类 | 3 | 数学与数学教育内容的现代化 | 7 |
| 世界通用的数学分类目录 | 4 | 数学哲学 | 8 |

二 数学及其教学

代 数 学

| | | | |
|------------|----|--------------|----|
| 代数学 | 13 | 全集 | 20 |
| 集合论 | 15 | 余集 | 20 |
| 集合 | 16 | 差集 | 20 |
| 模糊集 | 17 | 对称差 | 21 |
| 元素 | 17 | 对偶原则 | 21 |
| 空集 | 17 | 集合的分划 | 21 |
| 有限集 | 17 | 有序偶 | 21 |
| 无限集 | 17 | 直积 | 21 |
| 子集 | 17 | Venn 图 | 22 |
| 真子集 | 18 | 幂集 | 22 |
| 有界数集 | 18 | 集合的运算 | 22 |
| 开集 | 18 | 集合的教学 | 22 |
| 闭集 | 18 | 数系 | 23 |
| 可数集 | 19 | 自然数系 | 24 |
| 可列集 | 19 | 皮亚诺公理 | 25 |
| 并集 | 19 | 零 | 25 |
| 交集 | 19 | 零元素 | 26 |
| 补集 | 20 | 整数系 | 26 |
| | | 整数环 | 28 |
| | | 分数 | 28 |

| | | | |
|---------|----|----------|----|
| 带分数 | 29 | 虚数 | 42 |
| 整除 | 29 | 共轭复数 | 42 |
| 因数 | 29 | 复平面 | 42 |
| 倍数 | 29 | 模 | 42 |
| 因式 | 29 | 辐角 | 42 |
| 倍式 | 29 | 辐角的主值 | 42 |
| 公约数 | 29 | 复数的三角形式 | 42 |
| 公因式 | 29 | 复数的代数形式 | 43 |
| 最简分数 | 29 | 复数的指数形式 | 43 |
| 最简分式 | 29 | n 次单位根 | 43 |
| 约分 | 29 | 复数的教学 | 43 |
| 最大公约数 | 30 | 超复数 | 44 |
| 最高公因式 | 30 | 解析式 | 46 |
| 分式的延拓原理 | 30 | 代数式 | 46 |
| 公倍数 | 30 | 代数运算 | 46 |
| 公倍式 | 30 | 单项式 | 46 |
| 最小公倍数 | 30 | 多项式 | 46 |
| 最低公倍式 | 31 | 有理整式 | 47 |
| 通分 | 31 | 整式 | 47 |
| 小数 | 31 | 带余除法 | 47 |
| 有理数系 | 32 | 商 | 47 |
| 有理数域 | 34 | 余数 | 47 |
| 有理数的教学 | 34 | 商式 | 47 |
| 公度 | 35 | 余式 | 47 |
| 无理数 | 35 | 可约多项式 | 47 |
| 实数系 | 38 | 不可约多项式 | 48 |
| 实数域 | 39 | 既约多项式 | 48 |
| 代数数 | 39 | 因式分解 | 48 |
| 超越数 | 39 | 有理式 | 48 |
| 复数系 | 40 | 分式 | 48 |
| 复数域 | 42 | n 次算术根 | 48 |
| 复数集 | 42 | 根式 | 48 |
| 虚数单位 | 42 | 无理式 | 48 |

| | | | |
|---------|----|--------------|----|
| 幂 | 49 | 方程观点及其教学 | 61 |
| 指数 | 49 | 不等式 | 62 |
| 对数 | 49 | 不等式的解 | 62 |
| 利息的计算 | 51 | 不等式组 | 63 |
| 代数式的教学 | 53 | 同解不等式 | 63 |
| 方程 | 53 | 同解不等式组 | 63 |
| 同解方程 | 54 | 一元一次不等式 | 63 |
| 方程的同解变形 | 54 | 一元一次不等式组 | 63 |
| 解方程 | 54 | 一元二次不等式 | 63 |
| 增根 | 55 | 一元 n 次不等式 | 64 |
| 失根 | 55 | 一元高次不等式 | 65 |
| 整式方程 | 55 | 分式不等式 | 65 |
| 分式方程 | 55 | 无理不等式 | 65 |
| 有理方程 | 55 | 指数不等式 | 66 |
| 无理方程 | 55 | 对数不等式 | 66 |
| 代数方程 | 55 | 绝对值不等式 | 66 |
| 线性方程 | 55 | 解不等式的教学 | 67 |
| 一元一次方程 | 55 | 平均不等式 | 67 |
| 一元二次方程 | 56 | 算术平均数 | 70 |
| 判别式 | 57 | 几何平均数 | 70 |
| 韦达定理 | 57 | 调和平均数 | 70 |
| 高次方程 | 58 | 加权平均不等式 | 70 |
| 二项方程 | 58 | 柯西不等式 | 70 |
| 双二次方程 | 58 | 赫尔特不等式 | 71 |
| 准二次方程 | 58 | 闵可夫斯基不等式 | 73 |
| 三项方程 | 58 | 契比雪夫不等式 | 75 |
| 倒数方程 | 58 | 贝努利不等式 | 76 |
| 超越方程 | 59 | 利用微积分方法证明不等式 | 76 |
| 方程组 | 60 | 不等式证明的教学 | 78 |
| 方程组的解 | 60 | 向量 | 79 |
| 解方程组 | 60 | 矢量 | 80 |
| 同解方程组 | 60 | 标量 | 80 |
| 二元二次方程组 | 60 | 数量 | 80 |

| | | | |
|---------|----|---------|-----|
| 向量的模 | 80 | 复合映射 | 89 |
| 绝对值 | 80 | 逆映射 | 89 |
| 自由向量 | 80 | 函数 | 89 |
| 共线向量 | 80 | 变量 | 91 |
| 负向量 | 80 | 自变量 | 91 |
| 零向量 | 80 | 因变量 | 91 |
| 单位向量 | 80 | 常量 | 91 |
| 向量相等 | 80 | 定义域 | 91 |
| 向量的表示 | 80 | 值域 | 91 |
| 向量的加法 | 81 | 单值函数 | 91 |
| 平行四边形法则 | 81 | 多值函数 | 91 |
| 合向量 | 81 | 区间 | 92 |
| 分向量 | 81 | 显函数 | 92 |
| 三角形法则 | 82 | 隐函数 | 92 |
| 多边形法则 | 82 | 分段函数 | 92 |
| 向量的减法 | 82 | 函数概念的教学 | 92 |
| 向量的数乘 | 82 | 奇函数与偶函数 | 96 |
| 向量的数量积 | 82 | 单调函数 | 96 |
| 向量的向量积 | 83 | 严格单调函数 | 97 |
| 外积 | 83 | 函数的极值 | 97 |
| 叉积 | 83 | 函数的最值 | 98 |
| 混合积 | 83 | 凸函数 | 98 |
| 数量向量积 | 84 | 凹函数 | 98 |
| 向量的应用 | 84 | 反函数 | 98 |
| 映射 | 87 | 周期函数 | 99 |
| 对应 | 88 | 有界函数 | 100 |
| 多值映射 | 88 | 无界函数 | 100 |
| 常值映射 | 88 | 基本初等函数 | 100 |
| 恒等映射 | 88 | 初等函数 | 100 |
| 单射 | 89 | 代数函数 | 100 |
| 满射 | 89 | 超越函数 | 100 |
| 一一映射 | 89 | 有理函数 | 100 |
| 双射 | 89 | 无理函数 | 101 |

| | |
|-------------------|-----|
| 弧与角的度量 | 135 |
| 三角函数 | 136 |
| 三角函数的性质 | 138 |
| 正弦曲线的变换 | 139 |
| 振幅变换 | 140 |
| 周期变换 | 140 |
| 相位变换 | 140 |
| 三角函数值 | 140 |
| 三角公式 | 140 |
| 同角三角函数公式 | 144 |
| 诱导公式 | 144 |
| 加法定理 | 144 |
| 和角公式 | 144 |
| 倍角公式 | 144 |
| 半角公式 | 144 |
| 和差化积 | 144 |
| 积化和差 | 144 |
| 三角恒等式 | 144 |
| 万能公式 | 145 |
| 三角公式的教学 | 145 |
| 正弦定理 | 147 |
| 余弦定理 | 147 |
| 射影定理 | 148 |
| 正切定理 | 148 |
| 半角定理 | 149 |
| 模尔外德公式 | 149 |
| 解三角形及其教学 | 150 |
| 反三角函数 | 151 |
| 主值区间 | 153 |
| 反三角函数间的关系 | 153 |
| 三角方程 | 154 |
| 反三角函数与三角方程 的教学 | 155 |

几 何 学

| | |
|----------|-----|
| 几何学 | 157 |
| 中学平面几何 | 160 |
| 平面几何入门教学 | 161 |
| 几何图形 | 164 |
| 直线 | 164 |
| 射线 | 165 |
| 线段 | 165 |
| 距离 | 165 |
| 公度 | 166 |
| 折线 | 166 |
| 角 | 167 |
| 平角 | 168 |
| 周角 | 168 |
| 直角 | 168 |
| 锐角 | 169 |
| 钝角 | 169 |
| 邻角 | 169 |
| 补角 | 169 |
| 邻补角 | 169 |
| 余角 | 169 |
| 对顶角 | 169 |
| 垂直 | 169 |
| 平行 | 170 |
| 平行线 | 170 |
| 角平分线 | 170 |
| 垂线 | 170 |
| 垂直平分线 | 170 |
| 中垂线 | 170 |
| 斜线 | 170 |
| 三线八角 | 170 |
| 同位角 | 171 |

| | | | |
|----------------|-----|-----------------|-----|
| 内错角 | 171 | 三斜求积公式 | 182 |
| 同旁内角 | 171 | 多边形 | 182 |
| 同旁外角 | 171 | 正多边形 | 183 |
| 平行公理 | 171 | 平行四边形 | 183 |
| 非欧几里得几何学 | 172 | 矩形 | 184 |
| 双曲几何 | 173 | 菱形 | 184 |
| 椭圆几何 | 173 | 正方形 | 184 |
| 三角形 | 173 | 梯形 | 184 |
| 三角形的内角 | 174 | 圆 | 185 |
| 三角形的外角 | 174 | 弦 | 186 |
| 等腰三角形 | 174 | 弦心距 | 186 |
| 等边三角形 | 174 | 弧 | 186 |
| 正三角形 | 174 | 垂径定理 | 186 |
| 锐角三角形 | 174 | 圆心角 | 186 |
| 直角三角形 | 174 | 圆周角 | 186 |
| 钝角三角形 | 174 | 弦切角 | 186 |
| 斜三角形 | 174 | 直线和圆的位置关系 | 187 |
| 三角形的角平分线 | 174 | 切线 | 187 |
| 三角形的中线 | 174 | 割线 | 187 |
| 三角形的高 | 174 | 圆幂定理 | 187 |
| 三角形的中位线 | 174 | 相交弦定理 | 188 |
| 全等三角形 | 174 | 割线定理 | 188 |
| 全等三角形的教学 | 175 | 切割线定理 | 188 |
| 勾股定理 | 177 | 圆和圆的位置关系 | 188 |
| 陈子定理 | 180 | 两圆外离 | 189 |
| 商高定理 | 180 | 两圆外切 | 189 |
| 三角形的五心 | 180 | 两圆相交 | 189 |
| 外心 | 181 | 两圆内切 | 189 |
| 内心 | 181 | 两圆内含 | 189 |
| 重心 | 181 | 圆心距 | 189 |
| 垂心 | 181 | 公共弦 | 189 |
| 旁心 | 181 | 连心线 | 189 |
| 海仑公式 | 182 | 公切线 | 189 |

| | | | |
|----------------|-----|------------------|-----|
| 连接 | 189 | 中心对称 | 201 |
| 多边形的外接圆 | 190 | 轴对称 | 201 |
| 圆的内接多边形 | 190 | 平面对称 | 201 |
| 内对角 | 190 | 相似三角形 | 201 |
| 圆的内接四边形 | 190 | 相似多边形 | 202 |
| 多边形的内切圆 | 190 | 相似图形 | 202 |
| 圆的外切多边形 | 190 | 相似变换 | 203 |
| 圆的外切四边形 | 190 | 位似图形 | 203 |
| 圆周长 | 191 | 位似变换 | 204 |
| 圆面积 | 191 | 反演变换 | 204 |
| 圆周率 | 191 | 相似三角形的教学 | 205 |
| 扇形 | 193 | 中学立体几何及其教学 | 206 |
| 弓形 | 194 | 空间多边形 | 209 |
| 轨迹 | 194 | 平面 | 209 |
| 基本轨迹 | 194 | 平面的教学 | 210 |
| 尺规作图 | 195 | 异面直线 | 212 |
| 作图公法 | 195 | 异面直线所成的角 | 213 |
| 基本作图 | 195 | 异面直线的公垂线 | 213 |
| 尺规作图可能问题 | 197 | 异面直线的距离 | 213 |
| 尺规作图不能问题 | 197 | 异面直线互相垂直 | 213 |
| 几何三大问题 | 198 | 直线和平面平行 | 213 |
| 轨法 | 198 | 直线和平面垂直 | 213 |
| 三角形奠基法 | 193 | 平面的垂线 | 214 |
| 等分圆周问题 | 198 | 直线的垂面 | 214 |
| 等周问题 | 198 | 点到平面的距离 | 214 |
| 黄金分割 | 199 | 直线和平面的距离 | 214 |
| 中外比 | 199 | 点在平面上的射影 | 214 |
| 几何变换 | 199 | 斜线在平面上的射影 | 214 |
| 合同图形 | 199 | 直线和平面所成的角 | 214 |
| 合同变换 | 200 | 三垂线定理 | 214 |
| 反射 | 200 | 三垂线定理的教学 | 215 |
| 平移 | 200 | 平面和平面平行 | 218 |
| 旋转 | 201 | 两个平行平面的距离 | 218 |