高等院校信息技术规划教材

信号与系统

甘俊英 编著

清华大学出版社

高等院校信息技术规划教材

信号与系统

甘俊英 颜健毅 胡异丁 杨敏 编著

清华大学出版社
北京

内容简介

本书是高等院校理工科“信号与系统”课程的教材。全书共分7章，内容包括信号与系统的基本概念、连续时间信号与系统的时域分析、离散时间信号与系统的时域分析、连续时间信号与系统的傅里叶分析、连续时间信号与系统的复频域分析、离散时间信号与系统的 z 域分析、系统状态变量分析。

本书可作为高等院校电子信息工程、通信工程、自动控制工程、生物医学工程、自动化、电气工程及其自动化、计算机等专业学生“信号与系统”课程的教材或研究生入学考试的参考书，也可供相关领域的教师与工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统/甘俊英编著．—北京：清华大学出版社，2011.2
（高等院校信息技术规划教材）
ISBN 978-7-302-24033-4

Ⅰ．①信…　Ⅱ．①甘…　Ⅲ．①信号系统—高等学校—教材　Ⅳ．①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 214903 号

责任编辑：袁勤勇　徐跃进
责任校对：梁　毅
责任印制：王秀菊

出版发行：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦 A 座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社　总　机：010-62770175　　**邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62795954，jsjjc@tup.tsinghua.edu.cn
质　量　反　馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印　刷　者：北京季蜂印刷有限公司
装　订　者：三河市溧源装订厂
经　销：全国新华书店
开　本：185×260　　**印　张**：17.5　　**字　数**：412 千字
版　次：2011 年 2 月第 1 版　　**印　次**：2011 年 2 月第 1 次印刷
印　数：1～3000
定　价：28.00 元

产品编号：025375-01

前言 Foreword

随着信息科学技术的迅猛发展，掌握信息科学技术是电气信息类专业学生的重要任务。“信号与系统”是电气信息类专业最重要的专业基础课程之一，也是各院校相关专业硕士点研究生入学考试的必考课程。课程内容涉及信息的获取、传输、处理的基本理论和相关技术。课程的教学对象从原来的电子专业扩展到了所有的电类专业，甚至许多非电专业也开设了这门课程；其内容根据新技术以及教学对象的变化在不断调整；其应用背景也从单一的电子通信系统扩展到了其他信息处理系统。

本书结合地方高校的特点，有针对性地对信号与系统的理论知识进行了编排。全书共分 7 章：第 1 章为信号与系统的基本概念，第 2 章为连续时间信号与系统的时域分析，第 3 章为离散时间信号与系统的时域分析，第 4 章为连续时间信号与系统的傅里叶分析，第 5 章为连续时间信号与系统的复频域分析，第 6 章为离散时间信号与系统的 z 域分析，第 7 章为系统状态变量分析。

本书由甘俊英、颜健毅、胡异丁、杨敏编著。第 1 章由胡异丁、杨敏执笔；第 2 章和第 4 章由胡异丁执笔；第 3 章和第 6 章由颜健毅执笔；第 5 章由杨敏执笔；第 7 章由颜健毅、杨敏执笔。本书由甘俊英主撰并统稿，颜健毅、胡异丁、杨敏为本书的撰写做出了重要的贡献，为并列的第二作者。在本书的编写过程中，应自炉提供了较多素材；樊可清提出了许多宝贵意见。此外，本书的出版得到了五邑大学教务处和信息工程学院的大力支持，在此一并深表谢意！

由于作者水平有限，加上时间仓促，书中错误与不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

2010 年 8 月

目录 Contents

第1章 chapter 1

信号与系统的基本概念

1.1 信号与系统的定义

信号是信息的具体表现形式，是传递消息或者信息的载体。传递信息的方式多种多样，常见的有声、光、电、力等。根据物理形态的不同，信号有声信号、光信号、电信号、力信号等不同形态。本书主要讨论电信号。电信号通常可用随时间变化的电压、电流、电场、功率等形式来描述，而非电信号如温度、压力、位移、速度等则可用传感器转换成电信号后分析处理。因此，研究电信号具有普遍意义。

系统指能完成某些特定功能的整体，是由某些相互作用、相互关联的元器件或子系统通过某种组合形成的物理结构。系统的基本作用是对输入信号进行加工和处理，将其转换为所需要的输出信号。常见系统有太阳系、有线电视网、互联网、力学系统等。系统又分为电系统和非电系统。大多数非电系统都可以用电系统来模拟或者仿真。本书主要描述和分析电系统。

信号与系统课程主要研究信号与系统的分析和信号与系统的综合。其中，信号的分析研究信号的描述方法、基本特性等；系统的分析主要研究系统的模型以及系统的基本特性；而信号与系统的综合则是在给定要求下设计出所需要的信号或者系统。

信号与系统之间的联系非常紧密。信号的转换、处理、恢复等都需要通过系统来实现。因此，既需要研究信号的基本特性，又需要研究系统的基本特性。

1.2 信号的分类与描述

根据信号的特性，可从不同角度对信号进行分类。例如，根据信号的用途，可将信号分为电视信号、雷达信号等；根据信号的频率高低，可将信号分为低频信号、中频信号或高频信号等。本节主要根据信号和信号自变量的特性来分类。

1.2.1 确定性信号与随机信号

按照信号是否确定，可将信号分为确定性信号与随机信号。对于任一自变量，确定性信号有确定的函数值，即信号是时间的函数。例如，电路基础中学到的正弦信号就是

一个典型的确定性信号。随机信号又称不确定性信号，对于任一自变量，不能给出确定的函数值。例如，教师上课时周围的干扰信号就是随机信号。随机信号无法预测，只能根据大量的实验数据来总结它的统计规律，从而描述随机信号。本节主要讨论确定性信号。

1.2.2 连续信号与离散信号

按照信号的自变量取值是否连续可将信号分为连续信号与离散信号。如果自变量除了有限个间断点外是连续的时间变量，则称为连续时间信号。连续时间信号一般用 $f(t)$ 表示，如图 1-2-1(a)、图 1-2-1(b)所示。如果自变量只能取一组离散的规定值，除此之外的取值均无意义的信号称为离散时间信号。离散时间信号一般用 $f[n]$ 表示，如图 1-2-1(c)、图 1-2-1(d)所示。

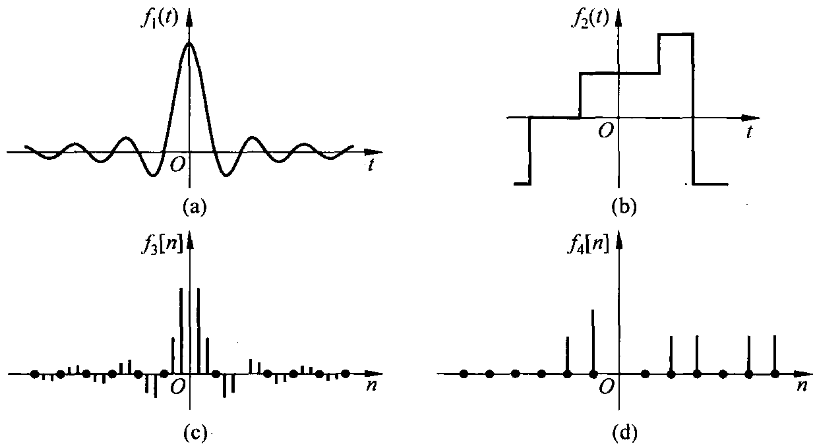


图 1-2-1 连续信号和离散信号举例

连续信号的自变量是连续的，但其函数值既可以是连续的，也可以是离散的。图 1-2-1 中 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 分别是函数值连续和离散的连续信号。一般将自变量连续、函数值也连续的信号称为模拟信号，如图 1-2-1(a)所示。

离散信号的函数值既可以是连续的，也可以是离散的。图 1-2-1 中 $f_3[n]$ 和 $f_4[n]$ 分别是函数值连续和离散的离散信号。自变量离散、函数值连续的信号称为抽样函数；自变量离散、函数值也离散的信号称为数字信号。

1.2.3 周期信号与非周期信号

按照信号的自变量取值是否具有周期重复性可将信号分为周期信号与非周期信号。周期信号的任一自变量对应的函数值每经过一段时间间隔后又重复出现，如图 1-2-2 所示。通常，将周期信号的函数值重复的最小时间间隔称为基波周期。连续时间信号的基波周期用 T_0 表示；离散时间信号的基波周期用 N_0 表示。连续周期信号和离散周期信号的数学表达式分别为

$$f(t) = f(t + mT_0) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots \tag{1-2-1}$$

$$f[n] = f[n + mN_0] \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots \tag{1-2-2}$$

显然，mT_0 或者 mN_0 也是周期信号的周期。一般情况下，如果没有特指，周期是指基波周期。周期信号是无穷无尽的，故周期信号的自变量取值范围为 $-\infty<t<+\infty$ 或 $-\infty<n<+\infty$。

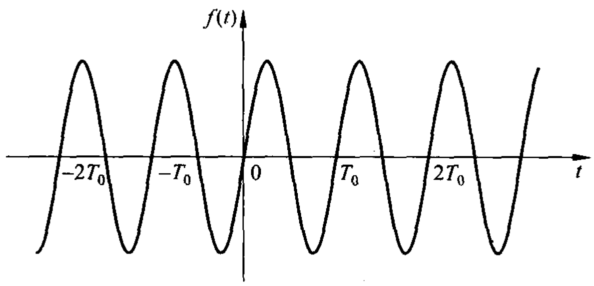


图 1-2-2 周期信号举例

【例 1-2-1】 判断下列信号是否为周期信号，若是，试求周期。

(1) $f(t)=4\sin(2t)+\cos(3t)$； (2) $f(t)=4\sin(2\pi t), t>0$。

解：(1) 设 $f_1(t)=4\sin(2t)$，$f_2(t)=\cos(3t)$，则 $f(t)=f_1(t)+f_2(t)$。

$f_1(t)$的周期 $T_1=\frac{2\pi}{2}=\pi$，$f_2(t)$的周期 $T_2=\frac{2\pi}{3}$。

当$\frac{T_1}{T_2}$为有理数时，信号 $f(t)$为周期信号，周期为 T_1、T_2 的最小公倍数。而$\frac{T_1}{T_2}=\frac{3}{2}$，则 T_1、T_2 最小公倍数为 2π。故 $f(t)$为周期信号，周期为 2π。

(2) 由于周期信号具有时间上的无限性，即 $-\infty<t<+\infty$，而已知自变量取值范围为 $t>0$，显然不是周期信号。

1.2.4 能量信号与功率信号

按照信号的能量是否有限可将信号分为能量信号与功率信号。

设 $f(t)$是流过 1Ω 电阻上的电压或电流，则在一个周期内电阻消耗的能量为

$$E = \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} p(t)\,\mathrm{d}t = \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t$$

一个周期内电阻消耗的平均功率为

$$P = \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t$$

在整个时间域上，信号 $f(t)$在 1Ω 电阻上消耗的能量和平均功率分别为

$$E = \lim_{T_0\to\infty}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t \tag{1-2-3}$$

$$P = \lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t \tag{1-2-4}$$

如果信号 $f(t)$ 在 1Ω 电阻上消耗的能量满足 $0<E<\infty$，且 $P=0$，则信号 $f(t)$ 称为能量信号；如果信号 $f(t)$ 在 1Ω 电阻上消耗的功率满足 $0<P<\infty$，且 $E\to\infty$，则信号 $f(t)$ 称为功率信号。

【例 1-2-2】 判断下列信号是功率信号还是能量信号。

(1) $f(t)=2\sin(3t+\theta)$； (2) $f(t)=3\mathrm{e}^{-5t}$。

解：(1) 根据式(1-2-3)和(1-2-4)，有

$$E=\lim_{T_0\to\infty}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t=\lim_{T_0\to\infty}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} 4\sin^2(3t+\theta)\,\mathrm{d}t$$

$$=4\lim_{T_0\to\infty}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}}\frac{1}{2}[1-\cos(6t+2\theta)]\,\mathrm{d}t=4\lim_{T_0\to\infty}\frac{T_0}{2}=\infty$$

$$P=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} 4\sin^2(3t+\theta)\,\mathrm{d}t=2$$

故信号是功率信号。

(2) 根据式(1-2-3)和(1-2-4)，有

$$E=\lim_{T_0\to\infty}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t=\lim_{T_0\to\infty}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} 9\mathrm{e}^{-10t}\,\mathrm{d}t$$

$$=-\frac{9}{10}\lim_{T_0\to\infty}(\mathrm{e}^{-5T_0}-\mathrm{e}^{5T_0})=\infty$$

$$P=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} 9\mathrm{e}^{-10t}\,\mathrm{d}t$$

$$=-\frac{9}{10}\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}(\mathrm{e}^{-5T_0}-\mathrm{e}^{5T_0})=\infty$$

故信号既不是功率信号，也不是能量信号。

1.3 常用连续时间信号

1.3.1 实指数信号

实指数信号的函数表达式为

$$f(t)=A\mathrm{e}^{\alpha t}\qquad -\infty<t<\infty \tag{1-3-1}$$

其中，A、α 为实数。当 $\alpha=0$ 时，$f(t)$ 是直流信号；当 $\alpha<0$ 时，$f(t)$ 是随时间增长而逐渐衰减的信号；当 $\alpha>0$ 时，$f(t)$ 是随时间增长而逐渐增长的信号，如图 1-3-1 所示。

实际应用中较多遇到的是单边指数衰减信号，其函数表达式为

$$f(t)=\begin{cases}A\mathrm{e}^{-\alpha t}, & t\geqslant 0,\alpha>0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{1-3-2}$$

如图 1-3-2 所示，单边指数衰减信号在 $t=0$ 处有跳变，跳变的幅度为 A。

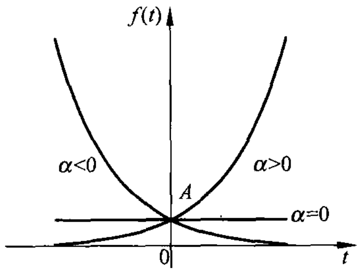


图 1-3-1 实指数信号

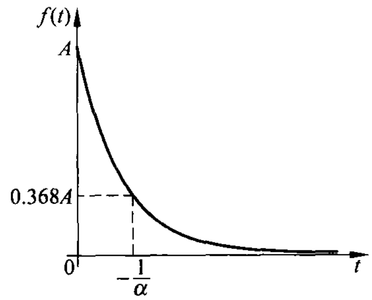


图 1-3-2 单边指数衰减信号

1.3.2 正弦信号

正弦信号与余弦信号在相位上仅仅相差$\frac{\pi}{2}$,因此,一般统称为正弦信号。正弦信号的函数表达式为

$$f(t) = A\sin(\omega t + \theta) \qquad (1\text{-}3\text{-}3)$$
$$-\infty < t < \infty$$

其中,A、ω、θ分别称为正弦信号的振幅、角频率、初相角,均为实常数,如图 1-3-3 所示。

正弦信号是典型的周期信号,其周期为$\frac{2\pi}{\omega}$。正弦信号的特点是对时间变量进行微分和积分后仍然是正弦信号。

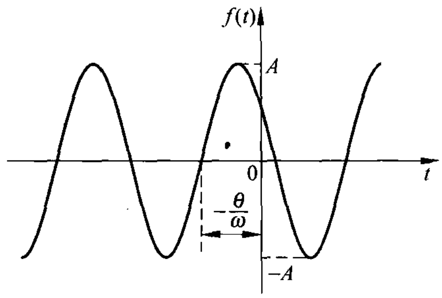


图 1-3-3 正弦信号

1.3.3 复指数信号

复指数信号的函数表达式为

$$f(t) = Ae^{st}, \quad -\infty < t < \infty \qquad (1\text{-}3\text{-}4)$$

其中,$s=\sigma+\mathrm{j}\omega_0$,$s$为复数,$\sigma$、$\omega_0$、$A$为实数。

根据欧拉公式,可将式(1-3-4)展开为

$$f(t) = Ae^{st} = Ae^{\sigma t}\cos(\omega_0 t) + \mathrm{j}Ae^{\sigma t}\sin(\omega_0 t) \qquad (1\text{-}3\text{-}5)$$

根据σ、ω_0取值的不同,复指数信号包含以下几种形式:

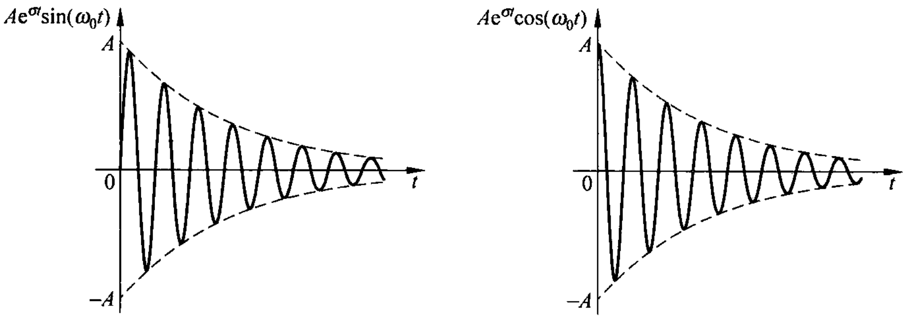
(1) 若$\sigma=0$,$\omega_0=0$,复指数信号与时间无关,是一个直流信号;

(2) 若$\sigma\neq0$,$\omega_0=0$,复指数信号表达式为$f(t)=Ae^{\sigma t}$,这就是 1.3.1 节所讨论的实指数信号;

(3) 若$\sigma=0$,$\omega_0\neq0$,复指数信号表达式为$f(t)=Ae^{\mathrm{j}\omega_0 t}$,这是一个纯虚指数信号;

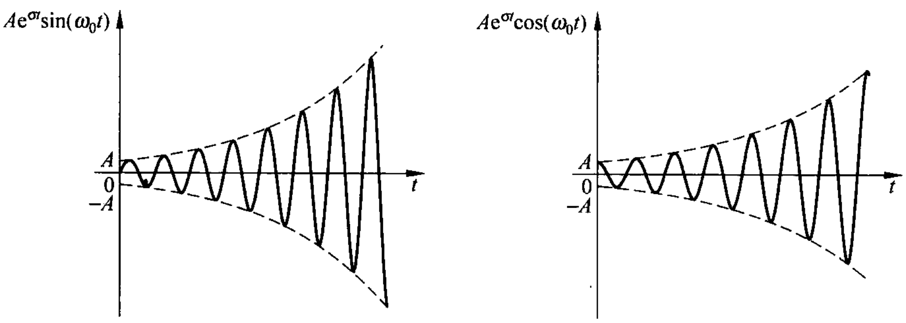
(4) 若$\sigma\neq0$,$\omega_0\neq0$,为一般复指数信号,该复指数信号可以分为实部和虚部两部分,且实部和虚部均为幅度按指数规律变化的正弦信号。当$\sigma<0$时,复指数信号的实部和虚部为幅度按指数规律衰减的正弦信号,其实部和虚部波形分别如图 1-3-4(a)、

图 1-3-4(b)所示；当 $\sigma>0$ 时，复指数信号的实部和虚部为幅度按指数规律增长的正弦信号，其实部和虚部波形分别如图 1-3-5(a)、图 1-3-5(b)所示。



(a) (b)

图 1-3-4 $\sigma<0$ 时复指数信号的实部和虚部



(a) (b)

图 1-3-5 $\sigma>0$ 时复指数信号的实部和虚部

1.3.4 抽样函数

抽样函数的表达式为

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t},\quad -\infty<t<\infty \tag{1-3-6}$$

其波形如图 1-3-6 所示。

由图 1-3-6 可知，抽样函数具有以下性质：

(1) 抽样函数是 t 的偶函数，$\mathrm{Sa}(t)=\mathrm{Sa}(-t)$；

(2) $\mathrm{Sa}(0)=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\sin t}{t}=1$；

(3) 当 $t=k\pi, k=\pm1,\pm2,\cdots$ 时，$\mathrm{Sa}(t)=0$；

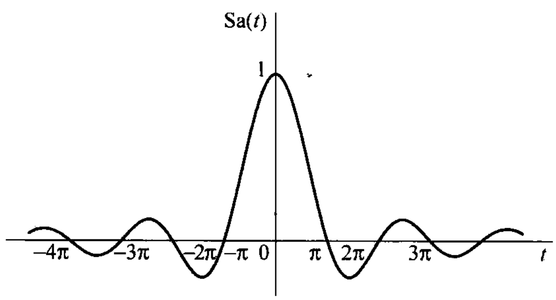


图 1-3-6 抽样函数

(4) $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t = \pi$；

(5) $\lim\limits_{t\to\pm\infty} \mathrm{Sa}(t) = 0$。

1.4 阶跃信号与冲激信号

阶跃信号和冲激信号是一类较为特殊的信号。在信号与系统中，凡是函数本身有不连续点或其导数与积分有不连续点，均称为奇异信号或奇异函数。它在线性系统分析以及其他许多学科领域中占有重要的地位。引入奇异信号不仅使许多工程技术问题的分析方法更加严格，而且使一些分析方法更加简便。

1.4.1 斜变信号

斜变信号也称为斜坡信号，定义为

$$R(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ at, & t \geqslant 0 \end{cases} \tag{1-4-1}$$

其中，a 为一常数，波形如图 1-4-1 所示。如果 $a=1$，即信号的增长变化率为 1，则称作单位斜变信号，其波形如图 1-4-2 所示。

实际遇到的一般是幅度增长到一定值就往往被截平，称为截平斜变信号，其波形如图 1-4-3 所示，其表达式为

$$R(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ at, & t \leqslant \tau \\ a\tau, & t > \tau \end{cases} \tag{1-4-2}$$

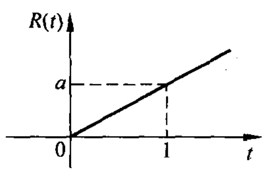


图 1-4-1 斜变信号

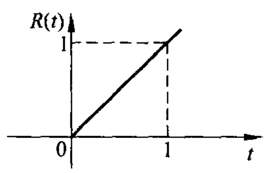


图 1-4-2 单位斜变信号

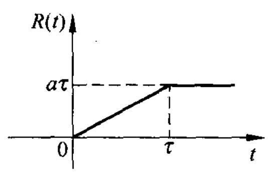


图 1-4-3 截平斜变信号

1.4.2 单位阶跃信号

单位阶跃信号用符号 $u(t)$ 表示，定义为

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \tag{1-4-3}$$

单位阶跃信号有时简称为阶跃信号。在不连续点或跳变点 $t=0$ 处，函数值一般没有定义，但也可以定义 $u(0)=\frac{1}{2}$ 或其他任何有限值。单位阶跃信号的波形如图 1-4-4 所示。

在 $t=t_0$ $(t_0>0)$ 时接入电路的电源可用延时的单位阶跃信号表示，波形如图 1-4-5