

2002年全国大学版协优秀畅销书

21世纪

高等学校

本科系列教材

测量学

(第二版)

Celiangxue

主 编 梁盛智

副主编 李章树 石景钊

重庆大学出版社

测 量 学

(第二版)

主 编 梁盛智
副主编 李章树 石景钊

重庆大学出版社

内 容 提 要

全书共分14章,第1章~第5章阐述测量学的基本知识,基本测量工作以及误差理论的基本知识;第6章主要阐述建立小地区控制网的原理和方法;第7章~第9章阐述地形图的基本知识、地形图测绘、数字地形测量以及地形图应用地籍测量等;第10章~第11章为施工测量,包括施工测量的基本工作、民用与工业建筑施工测量;第12章阐述公路中线测量以及桥梁隧道测量的方法;第13章是建筑物的变形观测以及竣工平面图的编绘;第14章介绍3S系统和数字地球。

本书可供普通高等学校土木工程类专业作为教材使用,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

测量学/梁盛智主编. —重庆:重庆大学出版社,2002.2

土木工程专业本科系列教材

ISBN 7-5624-2377-6

I. 测... II. 梁... III. 测量学—高等学校—教材 IV. P2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 004759 号

测 量 学

(第二版)

主 编 梁盛智

副主编 李章树 石景钊

责任编辑:周 立 版式设计:周 立

责任校对:李定群 责任印制:秦 梅

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鹤盛

社址:重庆市沙坪坝正街174号重庆大学(A区)内

邮编:400030

电话:(023)65102378 65105781

传真:(023)65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn(市场营销部)

全国新华书店经销

重庆现代彩色书报印务有限公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:18 字数:449千

2002年6月第1版 2005年9月第2版 2006年6月第3次印刷

印数:8 001—12 000

ISBN 7-5624-2377-6 定价:23.00元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

再版前言

本书是在 2002 年 6 月本社出版发行的《测量学》的基础上修订而成。在修订过程中编者对每章每节都进行深入分析、研究和修改,删去了陈旧内容,拓宽了新技术和常用内容,如地籍测量等,突出了重点难点内容,在语言文字上做到精益求精,更适用于土木工程各专业教学用书。

本书在修订过程中,各兄弟院校提出了许多宝贵意见,在此深表感谢!由于编者水平有限,本书还会有许多不足之处,希望批评指正。

编 者
2005 年 8 月

前言

本教材是根据高等学校土木工程类教学大纲的要求,结合多年来教学、测绘生产实践经验和当前测绘领域的先进科学技术编写的。全书系统地阐述了测量学的基本理论、基本方法和测绘科学的先进技术。取材上尽量做到精练,深入浅出,通俗易懂。本教材适用土木建筑工程、道路与桥梁工程、水利工程、城市规划建设工程、采矿、园林、园艺等有关专业,也可作为土木工程技术人員参考。

全书共分 14 章。第 1 章、第 10 章、第 12 章由广西大学梁盛智编写;第 7 章、第 9 章、第 14 章由昆明理工大学甘淑编写;第 2 章、第 5 章由昆明理工大学袁希平编写;第 3 章、第 8 章由广西大学石景钊编写;第 4 章、第 11 章由重庆大学建筑工程学院刘星编写;第 6 章、第 13 章由西华大学李章树编写。全书由梁盛智统稿并担任主编。在编写过程中得到广西大学陈伟清同志、广西航空遥感测绘院、清华山维公司和南宁天测公司的大力支持和帮助,在此表示感谢。

由于编者水平有限,书中定有不少缺点和错误,谨请读者批评指正。

编 者
2002 年 4 月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 测量学的任务及其作用	1
1.2 地面点位的确定	2
1.3 用水平面代替水准面的限度	7
1.4 测量工作概述	9
思考题与习题	10
第2章 水准测量	11
2.1 水准测量原理	11
2.2 水准测量的仪器和工具	12
2.3 水准仪的使用	15
2.4 水准测量的外业	17
2.5 水准测量的内业	21
2.6 水准仪的检验与校正	22
2.7 水准测量的误差及注意事项	25
2.8 自动安平水准仪、精密水准仪和电子水准仪	27
思考题与习题	32
第3章 角度测量	34
3.1 角度测量原理	34
3.2 光学经纬仪	35
3.3 电子经纬仪	38
3.4 水平角观测	39
3.5 竖直角观测	43
3.6 经纬仪的检验与校正	46
3.7 水平角测量的误差及减弱措施	50
思考题与习题	53
第4章 距离测量与直线定向	56
4.1 钢尺量距	56
4.2 视距测量	62
4.3 光电测距	64
4.4 直线定向	68

思考题与习题·····	70
第5章 测量误差的基本知识·····	71
5.1 测量误差概述·····	71
5.2 衡量测量精度的指标·····	74
5.3 误差传播定律及其应用·····	77
5.4 等精度观测直接平差·····	80
5.5 不等精度观测直接平差·····	84
思考题与习题·····	89
第6章 小地区控制测量·····	91
6.1 控制测量概述·····	91
6.2 导线测量·····	94
6.3 小三角测量·····	101
6.4 单点测定·····	107
6.5 高程控制测量·····	109
6.6 三角高程测量·····	112
思考题与习题·····	113
第7章 地形图基本知识·····	115
7.1 地形图的比例尺·····	115
7.2 地形图的分幅与编号·····	116
7.3 地形图图外注记·····	120
7.4 地物和地貌在地形图上的表示方法·····	121
7.5 电子地图概述·····	128
思考题与习题·····	130
第8章 大比例尺地形图测绘·····	131
8.1 测图前的准备工作·····	131
8.2 经纬仪测图·····	134
8.3 地形图的拼接与检查·····	139
8.4 全站仪数字化测图·····	141
8.5 航空摄影测量简介·····	145
思考题与习题·····	155
第9章 地形图的应用·····	158
9.1 地形图应用的基本内容·····	160
9.2 地形图在工程建设中的应用·····	162
9.3 地形图在面积量算中的应用·····	168
9.4 地形图在城市规划中的应用·····	172
思考题与习题·····	174

第 10 章 施工测量的基本工作	177
10.1 施工测量概述	177
10.2 施工测量的基本工作	178
10.3 点的平面位置放样	181
10.4 已知坡度直线的放样	183
思考题与习题	183
第 11 章 民用建筑与工业厂房的施工测量	185
11.1 概述	185
11.2 建筑场地的施工控制测量	186
11.3 民用建筑施工测量	190
11.4 工业建筑施工测量	194
11.5 高层建筑垂直度控制测量	200
11.6 烟囱、水塔施工测量	204
11.7 激光定位技术在施工中的应用	205
思考题与习题	206
第 12 章 道路工程测量	207
12.1 概述	207
12.2 中线测量	207
12.3 圆曲线的设置	211
12.4 虚交	218
12.5 复曲线的设置	220
12.6 缓和曲线的设置	220
12.7 全站仪设置公路中线	225
12.8 路线纵、横断面测量	227
12.9 路基边桩、边坡与路面放样	233
12.10 桥梁测量	236
12.11 隧道施工测量	239
思考题与习题	244
第 13 章 建筑物变形观测和竣工总平面图编绘	247
13.1 概述	247
13.2 建筑物沉降观测	248
13.3 建筑物倾斜观测	251
13.4 建筑物水平位移和裂缝观测	253
13.5 桥梁变形观测	254
13.6 竣工总平面图的编绘	255
思考题与习题	257

第 14 章 3S 新技术概述	258
14.1 GPS 概述	258
14.2 GIS 概述	265
14.3 RS 概述	271
14.4 关于数字地球	273
思考题与习题	274
参考文献	275

第 1 章 绪 论

1.1 测量学的任务及其作用

测量学是研究确定点位,研究地球形状、大小及地球表面信息的科学。测量学按照研究范围、对象以及采用的技术方法不同,分为以下多个学科。

1) 大地测量学 研究地球的形状和大小,解决大区域控制测量和地球重力场问题。随着空间科学技术的发展,大地测量已由常规大地测量向空间大地测量和卫星大地测量方向发展。

2) 普通测量学 研究小区域地球表面的形状和大小并缩绘成图。由于区域相对较小,所以把曲面近似地作为平面看待,不考虑地球曲率的影响。

3) 摄影测量与遥感学 研究利用摄影或遥感技术以获取被测物体的几何和物理信息,以确定其形状、大小和空间位置的理论和方法。由于获取被测物体的方法不同,摄影测量学又分为地面摄影测量、水下摄影测量、航空摄影测量和航天遥感等。

4) 工程测量学 研究各种工程在规划、设计、施工、运行和管理等各个阶段测量工作的理论和方法的科学。

5) 地图制图学 研究各种地图投影理论、编绘制作等技术方法的科学。由于科学技术的进步和计算机的应用,地图制图学已向电子地图和地理信息系统方向发展。

测绘工作在国民经济建设、国防建设和科学研究等领域起到非常重要的作用。国民经济建设发展的总体规划、城乡的规划和建设、工矿企业的建设、公路和铁路的修建、各项水利工程的兴建、地下矿藏的勘探与开采、森林资源的调查和保护、地籍测量与土地利用等都离不开测绘工作。在国防建设中也有着重要的作用,远程导弹、空间武器、人造卫星或航天器的发射,要保证它精确发射至预定的轨道,随时校正轨道和命中目标,除了测算出发射点和目标点的准确坐标、方位和距离外,还必须掌握地球形状、大小的精确数据和有关重力场资料。近年来,在地震预测、海底资源勘测、近海油井钻探、地下电缆埋设、灾情监测及其他科学研究都广泛应用测绘技术。

土木工程测量是属于普通测量学的范畴,并包含工程测量的内容。本教材主要面向建筑工程、路桥工程、给水排水工程、水利水电工程等学科。它的主要任务是:

1) 测绘和应用地形图 把工程建设区域内地球表面的地物、地貌的形状、大小及地表的其他信息,按规定的符号测绘成大比例尺地形图,为各种工程规划、设计提供图纸资料。正确应用地形图所提供的各种方法和数据资料,能有效解决各种工程在规划、设计和施工中的相应问题。

2) 施工放样和竣工测量 把图纸上设计的建(构)筑物,根据设计的要求按其相关的位置在实地上标定出来,作为施工的依据;在施工过程中,为保证施工质量,配合施工进行一系列的测量工作;工程竣工后,为工程验收、日后扩建和维修管理提供可靠资料,需要进行竣工测量。

3) 建筑物的变形观测 对一些大型建(构)筑物,为了确保工程和使用的安全,在建筑物施工过程中或竣工以后,应对建筑物进行沉降、水平位移和倾斜等变形观测。

测量学是一门古老而又年轻的科学。从我国古代观测日、月、五星来定一年的长短,发明“准、绳、规、矩”测量工具和世界上最早的指南针开始,随着科学技术的飞速发展,测绘科学技术也突飞猛进。由于卫星发射成功,测量目标由地面转移到空间;控制测量由常规的方法发展到 GPS 全球定位技术;航空摄影测量发展到遥感技术的应用;测量仪器已日趋电子化、自动化;地形图的测绘由传统的测图方法向数字化成图发展。全球定位系统(GPS)、地理信息系统(GIS)、遥感(RS)的应用与结合,将向数字地球发展,使现代的测绘科学和技术更好地为人类服务。

1.2 地面点位的确定

测量工作的实质就是确定地面点的空间位置,而地面点的空间位置则与地球的形状和大小有着密切的关系。因此,我们必须首先了解地球的形状和大小。

1.2.1 地球的形状和大小

地球表面是错综复杂的,有高山、平原和丘陵,有纵横交错的江河湖泊和浩瀚的海洋。其中海洋水面约占整个地球表面的 71%,而陆地仅占 29%。陆地最高的是珠穆朗玛峰,高出海面 8 846.27 m,海洋中最深的是马里亚纳海沟,低于海水面 11 022 m,但这样的高低差距相对于地球平均半径 6 371 km 是很微小的。由于地球表面 71% 被海水面所覆盖,因此,人们设想将静止的海水面向陆地延伸所形成的闭合曲面看做是地球总的形状。

由于地球的自转,地球上任一点都受到离心力和地心引力的作用,这两个力的合力称为重力,如图 1.1 所示。重力的作用线在测量上称为铅垂线。用细线悬挂一个锤球,当锤球静止时,此方向线即为铅垂线,铅垂线是测量工作的基准线。处处与重力方向垂直的连续曲面称为水准面,与水准面相切的平面称为水平面,任何自由静止的水面都是水准面。因此,水准面有无穷多个,其中与平均海水面相吻合的水准面称为大地水准面。大地水准面是测量的基准面,大地水准面所包围的形体称为大地体。

大地水准面与静止的海水面相吻合,它最接近地球的形状和大小,以大地体表示地球的体形是恰当的。但由于地球内部物质构造分布不均匀,地球表面又是高低起伏,致使大地水准面是一个起伏变化的不规则曲面,如图 1.2(a) 所示。在这样不规则的曲面上无法进行测量数据处理。为此,测量上选用一个非常接近大地体的旋转椭球体作为地球的参考形状和大小,如图

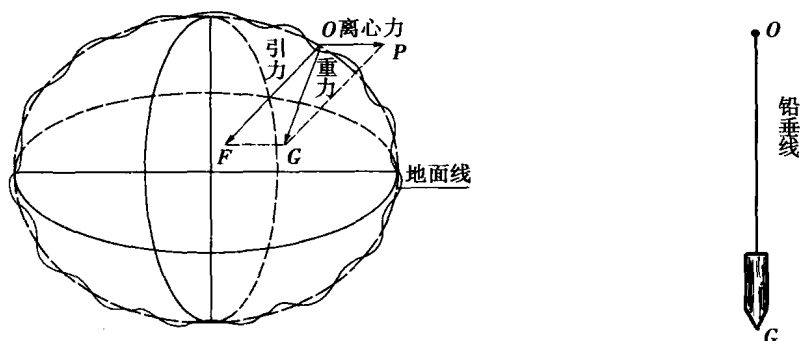


图 1.1 地球重力线

1.2(b)所示。这个旋转椭球体称为参考椭球体,并可用数学公式表示。目前我国采用的旋转椭球体的参数值为:

长半径 $a = 6\,378\,140\text{ m}$

短半径 $b = 6\,356\,755.3\text{ m}$

扁率 $e = \frac{(a - b)}{a} = \frac{1}{298.257}$

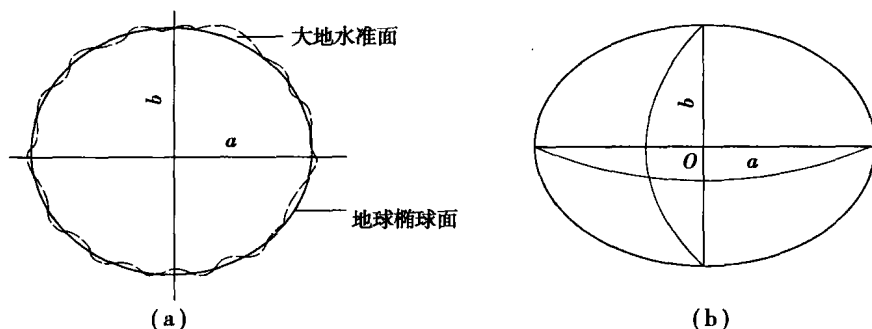


图 1.2 大地水准面与地球椭球面

由于旋转椭球体扁率很小,当测区范围不大,精度要求又不高时,可近似地将地球作为圆球,其半径为 $6\,371\text{ km}$ 。

1.2.2 确定地面点位的方法

确定地面点的空间位置,通常是确定地面点沿基准线到基准面的投影和距离,即用坐标和高程表示。

(1) 地面点的坐标

地面点的坐标通常有 3 种坐标系:地理坐标、高斯平面直角坐标和独立平面直角坐标,根据实际情况选用一种来确定地面点的位置。

1) 地理坐标 用经度和纬度表示地面点球面位置的坐标称为地理坐标。根据使用的基准线、基准面不同,地理坐标又分为天文地理坐标(天文坐标)和大地地理坐标(大地坐标)。

① 天文坐标

天文坐标是以铅垂线为基准线,以大地水准面为基准面,地面点位置用天文经度 λ 和天文纬度 φ 表示。

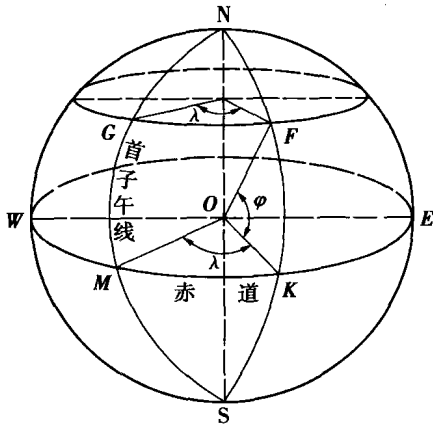


图 1.3 天文坐标

如图 1.3 所示,NS 为地球的自转轴,称为地轴。N 为北极,S 为南极。过地面任一点与地轴 NS 所组成的平面称为子午面,子午面与地球表面的交线称为子午线或经线。通过英国格林尼治天文台 G 的子午面称为首子午面。过地面上任一点 F 的子午面与首子午面的夹角 λ ,称为 F 点的天文经度。自首子午线向东量为东经,向西量为西经,其值为 $0^{\circ} \sim 180^{\circ}$ 。

通过球心与地轴垂直的平面为赤道面,赤道平面与球面的交线称为赤道。过 F 点的铅垂线与赤道面的夹角 φ ,称为 F 点的天文纬度。由赤道面向北量称北纬,向南量称为南纬,其值为 $0^{\circ} \sim 90^{\circ}$ 。

②大地坐标

大地坐标是以法线为基准线,以旋转椭球面为基准面,地面点的位置用大地经度 L 和大地纬度 B 表示。F 点的大地经度 L ,就是过 F 点的子午面和首子午面所夹的两面角;F 点的大地纬度 B ,就是过 F 点与旋转椭球面垂直的法线与赤道面的夹角。由于铅垂线与法线并不重合,所以 $\lambda \neq L, \varphi \neq B$,铅垂线相对于法线关系称为垂线偏差。

天文经纬度是用天文方法直接测定,而大地经纬度是根据一个起始的大地原点的大地坐标,再按大地测量所得的数据推算而得。我国于 1980 年在陕西省泾阳县境内建立了我国的大地原点,新的统一坐标系,称为“1980 年国家大地坐标系”。建国后,我国曾采用“1954 年北京坐标系”作为过渡性坐标系。

2) 高斯平面直角坐标 大地坐标是在旋转椭球面上确定地面点点位,常用于研究地球的形状和大小、航天器及卫星发射定位等。球面是个曲面,其坐标不便直接用于工程规划、设计以及各种测量计算,为此,必须把球面上的坐标按一定数学法则归算到平面上,才能方便应用。

任何球面都是不可展的曲面。故将地球表面的元素按一定的条件投影到平面上必然会产生变形。测量上常以投影变形不影响工程要求为条件选择投影方法。地图投影的方法有等角投影(也称正形投影)、等面积投影和任意投影三种,我国采用正形投影。

德国数学家高斯提出的横椭圆柱投影是一种正形投影,它是将一个横椭圆柱套在地球椭球体上,如图 1.4(a) 所示,使椭圆柱中心轴线通过椭球体中心 O,椭球体南北极与椭圆柱相切,并使椭球体面上某一子午线与椭圆柱相切。相切的子午线称为中央子午线。然后将中央子午线附近的椭球体面上的点、线按正形投影的条件归算到椭圆柱面上,再顺着过两极点的母线将椭圆柱面剪开,并展成平面,这个平面称为高斯投影平面。正形投影的条件是:保角性和伸长的固定性。保角性是指球面上无穷小的图形,在投影面上描写成相似的形状。伸长的固定性是指在同一点上不同方向的微分线段的变形比 m 为一常数,即:

$$m = \frac{ds}{dS} = K \quad (\text{常数})$$

式中:ds——投影后的长度;

dS——球面上的长度。

从高斯投影面上我们可以看出:投影后的中央子午线是直线,其长度不变,离开中央子午线的其他子午线是弧线并凹向中央子午线,离中央子午线越远,变形越大;投影后的赤道线也

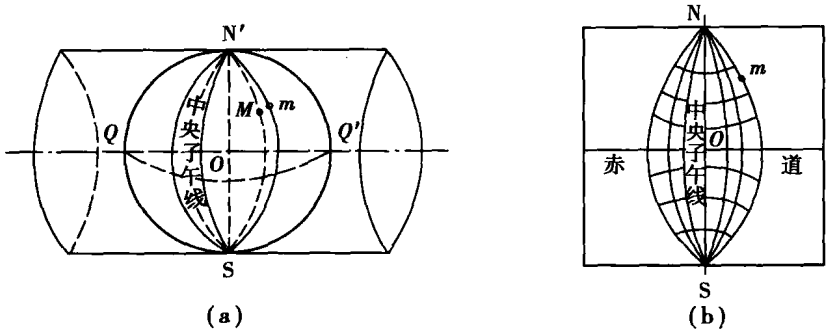


图 1.4 高斯投影

是一条直线,并垂直于中央子午线,其他纬线是弧线并凸向赤道,纬度越高变形越大,如图 1.4 (b)所示。为了控制长度变形,测量中采用限制投影宽度的方法,即将投影区域限制在靠近中央子午线两侧的狭长地带。这种方法称为投影分带。带宽是以相邻两条子午线的经度差来划分,有 6°带、3°带和 1.5°带等不同的投影方法。

6°带投影是从 0°经线起自西向东每隔 6°投影一次,这样将椭球分成 60 个带。带号为 1 ~ 60 带。第一个 6°带的中央子午线经度为 3°,任意带的中央子午线经度 L_0^6 与投影带号 N 的关系为:

$$L_0^6 = 6N - 3 \tag{1.1}$$

反之,已知地面任一点经度 L ,求该点所在 6°带编号的公式为:

$$N = \text{Int}\left(\frac{L}{6}\right) + 1 (\text{有余数时}) \tag{1.2}$$

式中,Int 为取整函数。

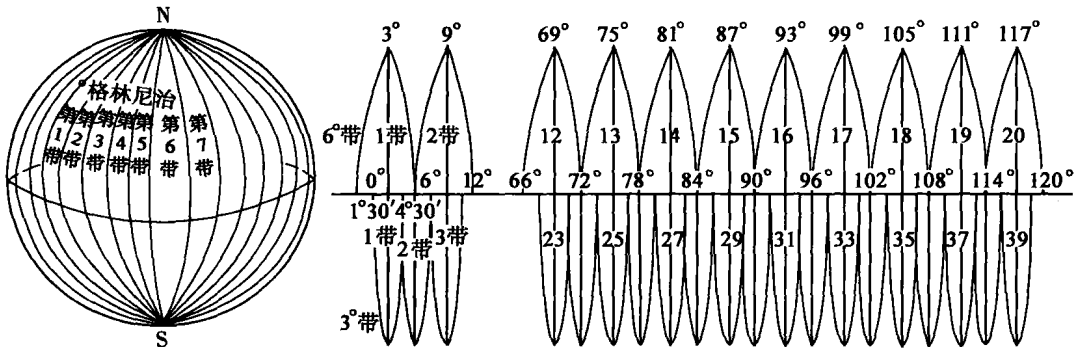


图 1.5 6°带和 3°带投影

3°带是从东经 1.5°开始,自西向东按经度差 3°为一带,将椭球分为 120 个投影带。奇数带的中央子午线与 6°带的中央子午线重合,偶数带的中央子午线与 6°带的边缘子午线重合。各带的中央子午线经度 L_0^3 与带号 n 的关系为:

$$L_0^3 = 3n \tag{1.3}$$

反之,已知地面任一点经度 L ,求该点所在 3°带编号的公式为:

$$n = \text{Int}\left(\frac{L}{3} + 0.5\right) \tag{1.4}$$

我国疆土概略经度范围是东经 72°至 138°之间,包含有 11 个 6°带和 21 个 3°带,带号范围

分别为 13~23 和 25~45。由此可见,在我国 6°带与 3°带的投影带号不会重复。

在高斯投影平面中,以每一带中央子午线的投影为直角坐标系中的纵轴 x ,向北为正,向南为负;以赤道的投影为直角坐标系中的横轴 y ,向东为正,向西为负,两轴交点为坐标原点 O ,象限按顺时针排序。由于我国的领土位于北半球, x 值均为正, y 坐标有正有负,如图 1.6(a), $y_A = +136\,780\text{ m}$, $y_B = -272\,440\text{ m}$ 。为了避免 y 出现负值,将每带的坐标原点向西移 500 km,如图 1.6(b)。坐标纵轴西移后, $y_A = (500\,000 + 136\,780)\text{ m} = 636\,780\text{ m}$, $y_B = (500\,000 - 272\,440)\text{ m} = 227\,560\text{ m}$ 。为了根据某点的横坐标值确定其位于投影带中的哪一个带,则在横坐标值前冠以带号,如 A 、 B 点均位于 20 带,则其坐标值 $y_A = 20\,636\,780\text{ m}$, $y_B = 20\,227\,560\text{ m}$ 。

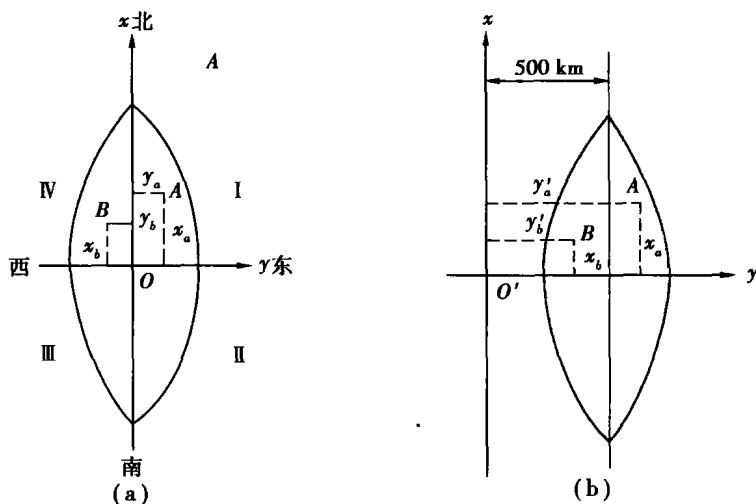


图 1.6 高斯平面直角坐标

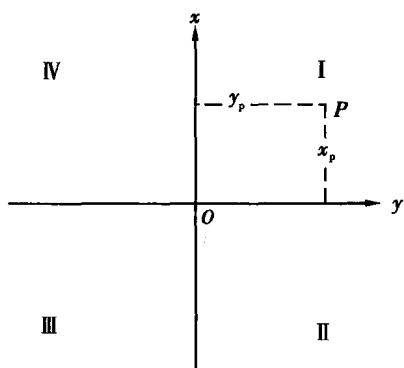


图 1.7 平面直角坐标

3) 独立平面直角坐标 当测区范围较小时,可以把测区大地水准面当作平面看待,直接将地面点沿铅垂线投影到平面上,用平面直角坐标表示点的位置,如图 1.7 所示。坐标原点一般选在测区西南角,使测区内的坐标均为正值。以该测区子午线方向(真子午线或磁子午线)定为 x 轴,横轴为 y 轴,象限按顺时针方向编号,这是与数学上规定不同的,测量上定纵轴为 x 方向主要是直线定向方便,而象限则按顺时针方向编号,其目的是便于将数学上的三角和解析几何公式直接应用到测量计算,不需做任何改变。

(2) 地面点的高程

确定地面点的高低位置是用高程表示的。地面点沿法线方向至参考椭球面上的距离称为大地高。地面点沿铅垂线方向到大地水准面的距离,称为该点的绝对高程或海拔高,简称为高程。工程测量一般是采用海拔高。如图 1.8 所示,用 H_A 、 H_B 表示地面点 A 、 B 的高程。海水面由于受潮汐、风浪的影响,是一个高低不断变化的动态曲面。我国在青岛海边设立验潮站,通过长期观测,取海水面的平均高度作为高程的零点。建国后,我国采用青岛验潮站长期观测资料求得黄海平均海水面作为高程水准面,称为“1956 黄

海高程系”，并在青岛观家山建立水准原点，其高程为 72.289 m。后来又将 1953 年至 1979 年的资料进行归算，确定国家水准原点高程为 72.260 m，称为“1985 年国家高程基准”。

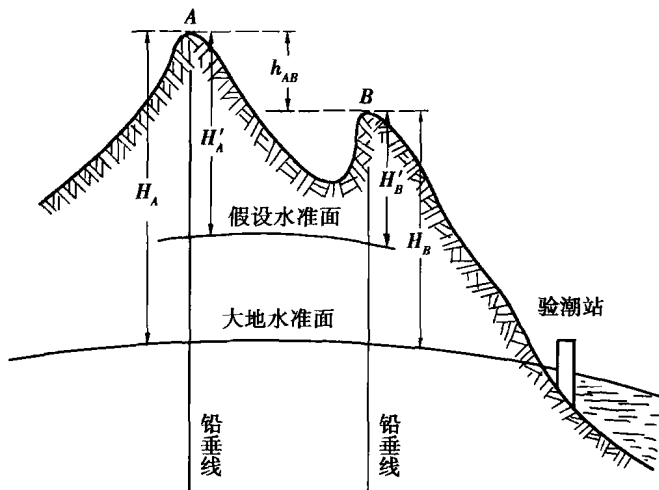


图 1.8 高程和高差

在局部地区，与国家水准点联测困难的特殊情况下，也可假设一个水准面作为高程起算面。地面点沿铅垂线方向到假定水准面的距离，称为该点的假定高程或相对高程，用 H'_A 、 H'_B 分别表示地面点 A、B 的相对高程。

地面上两点的高程之差称为高差，以 h 表示，A、B 两点的高差为：

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A \quad (1.5)$$

(3) 空间直角坐标

GPS 卫星定位系统采用的是空间直角坐标

(X, Y, Z)。如图 1.9 所示，空间直角坐标系是以地球质心 O 为原点。以 ON 为 Z 轴方向。以首子午线和赤道线的交点与地球质心 O 的连线为 X 轴方向。过 O 点与 XOZ 面垂直，并与 X, Z 构成右手坐标系为 Y 轴方向。地面点 P 的空间直角坐标 (X_p, Y_p, Z_p) 与大地坐标 B_p, L_p, H_p 可用公式转换。

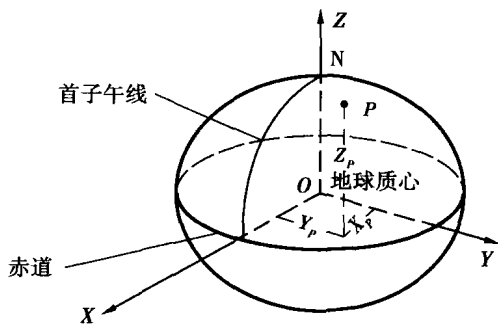


图 1.9 空间直角坐标系

1.3 用水平面代替水准面的限度

水准面是个曲面，在普通测量工作中，是在一定的精度要求和测区范围不大时，不考虑地球曲率的影响，以水平面代替水准面。也就是把小区域地球表面上的点投影到水平面上以确定点位。但是，这小区域小到什么程度，必须以其产生的误差不超过测量和制图的误差为标准。

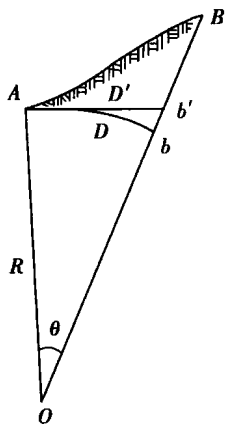


图 1.10 水平面代替水准面

1.3.1 对距离的影响

如图 1.10 所示,设球面与水平面相切于 A 点, D 为 A, B 两点在球面上的弧长,在水平面上的距离为 D' 。则以水平面距离 D' 代替弧长 D 所产生的误差为:

$$\Delta D = D' - D = R \tan \theta - R \theta = R (\tan \theta - \theta)$$

将 $\tan \theta$ 按级数展开,并略去高次项,得

$$\tan \theta = \theta + \frac{1}{3} \theta^3 + \dots$$

因而近似得

$$\Delta D = R [(\theta + \frac{1}{3} \theta^3 + \dots) - \theta] = R \cdot \frac{\theta^3}{3}$$

以 $\theta = \frac{D}{R}$ 代入上式得

$$\Delta D = \frac{D^3}{3R^2} \tag{1.6}$$

或

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{1}{3} \left(\frac{D}{R} \right)^2 \tag{1.7}$$

以地球半径 $R = 6\,371\text{ km}$ 取不同的 D 值代入上式,得到距离误差 ΔD 和相对误差,见表 1.1。

表 1.1 以水平面代替水准面对距离的影响

D/km	$\Delta D/\text{cm}$	$\Delta D/D$
1	0.00	—
10	0.82	1/122 万
50	102.65	1/4.9 万
100	821.23	1/1.2 万

表 1.1 计算表明,两点距离为 10 km 时,用水平面代替水准面产生的相对误差为 1/122 万,这样小的误差,与在地面上进行最精密的距离测量其相对误差为 1/100 万相比是容许的。因此,在半径为 10 km 的范围内,以水平面代替水准面所产生的距离误差可以忽略不计。

1.3.2 对高程的影响

如图 1.10 所示,地面 B 点投影在水平面上为 b' 点,投影在水准面上为 b , bb' 即为水平面代替水准面所产生的高程误差,也称为地球曲率的影响。

设 $bb' = \Delta h$, 则

$$(R + \Delta h)^2 = R^2 + D'^2$$
$$\Delta h = \frac{D'^2}{2R + \Delta h}$$

前已证明 D' 与 D 相差很小,可以用 D 代替 D' , Δh 与 R 相比可略去不计。