普通物理简明教程

力学

周乐柱　张耿民　编著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

普通物理简明教程

力　学

周乐柱　张耿民　编著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

普通物理简明教程：力学/周乐柱，张耿民编著．—北京：北京大学出版社，2011.9
ISBN 978-7-301-16066-4

Ⅰ．①普…　Ⅱ．①周…②张…　Ⅲ．①力学－高等学校－教材　Ⅳ．①O3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 173956 号

书　　名：普通物理简明教程：力学
著作责任者：周乐柱　张耿民　编著
责 任 编 辑：王　华
标 准 书 号：ISBN 978-7-301-16066-4/TP·1188
出 版 发 行：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区成府路 205 号　100871
网　　址：http://www.pup.cn　电子信箱：zpup@pup.pku.edu.cn
电　　话：邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62765014　出版部 62754962
印　刷　者：北京鑫海金澳胶印有限公司
经　销　者：新华书店
730 毫米×980 毫米　16 开本　21 印张　382 千字
2011 年 9 月第 1 版　2011 年 9 月第 1 次印刷
定　　价：42.00 元

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究
举报电话：(010)62752024　电子信箱：fd@pup.pku.edu.cn

内容提要

本书以经典力学矢量力学为主要内容。

第一章从矢量运算和微积分基础出发，导出质点速度和加速度的普遍公式和刚体的运动学公式。第二章阐述质点动力学基本定律（牛顿三定律）及其应用。第三章阐述力学相对性原理，引入惯性系和非惯性系的概念；在非惯性系中，引入惯性力，从而把质点动力学基本定律推广到非惯性系。第四章、第五章从质点动力学基本定律出发，首先导出质点运动定理（动量定理、动量矩定理和动能定理），然后在引入质点组的质心和内力的基础上导出质点组运动定理。作为质点组运动定理的应用，介绍了刚体动力学和流体力学的基本知识。有心运动是应用质点运动学和动力学规律解决实际问题最完美的例子，是经典力学发展史上的闪光点，也是现代航天技术的基础，故作为第六章单独阐述。第七章阐述机械振动。首先介绍简谐振动的运动微分方程及其解，简谐振动合成的概念和计算方法。然后分别介绍阻尼振动和受迫振动，着重讨论了弱阻尼振动的特性参量和稳定受迫振动振幅的频率响应曲线。第八章阐述波动，首先介绍简谐波的运动学方程和机械波的动力学方程；然后讨论了有关波传播的三个重要问题——波的干涉、驻波和多普勒频移。第九章简单介绍了狭义相对论，讨论了相对论的时空观，相对论的质量、动量和能量的关系以及电磁波的多普勒频移。本书内容全部讲授约需 60 学时，带“*”的章节略去不讲约需 45 学时。

本书给出了一定数量的习题和相应的解答，希望对学生和自学者会有所帮助。本书每章附有思考题，其目的是为了帮助读者理解和掌握基本概念和基本理论，养成提出问题、思考问题的习惯。

为了满足一年级新生学习力学课程的要求。本书给出了附录“微积分和矢量运算简介”。附录着重在物理问题的基础上建立微积分和矢量的最基本的概念，学会最简单的计算；至于精确的数学表述和较难的计算，则留待学生在正规数学课程中去完成。该附录的内容教学共需 6—8 学时，可安排在力学课程前集中学习。

本书可作为普通高等院校理工科的基础物理教材，也可作为中学物理教师的教学或自学参考读物，还可作为考研的辅导教材。

前　　言

基础物理教育是高等学校理工科、特别是电子信息类本科生专业素质培养必不可缺的重要环节，但是基础物理课程内容必须少而精；在经典力学课程中，基础物理力学课程应以矢量力学为主，理论力学课程应以分析力学为主。为了贯彻这一思想，笔者在从事力学和理论力学多年的基础上编写了《理论力学简明教程》(北京大学出版社，2005)，现在又编写了这本《普通物理简明教程：力学》，希望使学生能用较少的学时，掌握力学的基本规律、概念和方法，在抽象思维、理论分析方面得到一定的训练和提高。

本书希望通过如下努力使其具有自己的特色：第一，注重利用日常生活中的生动有趣的例子，例如逆风行船、自动回滚的乒乓球等，以提高学生的学习兴趣。第二，注重利用经典物理发展史上的闪光点，例如万有引力定律的发现、原子核模型的建立等，让学生从中体会基础实验和基本理论在科学发展中的重大作用。第三，注重力学原理和有关结论与其他学科的联系，例如把机械振动系统(单摆和弹簧振子)与谐振电路联系起来，把机械振动系统的李萨如图和电磁波的线极化、圆极化、椭圆极化概念联系起来，把机械波在传播介质分界面上的行为与电子设备的阻抗匹配联系起来等等，以扩大学生的眼界，培养学生触类旁通、举一反三的能力。上述强调的内容分别冠以"有趣的例子"、"有趣的现象"、"历史的启示"和"力学之外"等小标题，以吸引读者的注意。此外，本书在强调物理概念、物理图像的同时，也重视重要的物理定理和计算公式的推导，目的是使学生不仅知其然，而且知其所以然，更重要的是使学生通过严谨、复杂的推导而得到简单结论的过程体会到物理和数学之美。

本书以笔者的讲义和习题材料为基础，正文、数学附录及数学附录题解由笔者编写，习题解答由张耿民老师执笔统一进行了修订和补充。张耿民、郭等柱和邢英杰老师在多年的教学中，对讲义和习题提出了若干有益的建议，在此深表感谢。

由于水平所限，本书的缺点和错误在所难免，恳切希望读者批评指正，以期进一步改进。

周乐柱

于北京大学燕北园

2011 年 6 月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

引　言

一、力学是什么

● 自然界中存在着各种各样的运动形态，在这些运动形态中，物体位置的变动——机械运动——是最基本的运动形态，研究这种最基本的运动形态的科学就称为力学。由于几乎其他所有的运动形态（电磁、化学、生物）都包含这种运动形态，因此力学是研究其他学科的基础。

● 力学是古老而又富有生命力的学科。说它古老，是因为如果从其经典力学的奠基之作——牛顿的《自然哲学的数学原理》发表的 1687 年算起，至今已有三百多年；从拉格朗日的《分析力学》发表的 1788 年算起，至今有二百多年；即使是现代力学的相对论力学和量子力学的建立算起，也有一百来年。说它富有生命力，不仅是因为它和我们的日常生活密切相关，而且因为它的基本原理和理论在现代科技前沿，如卫星、航天等领域仍然有直接、广泛而重要的应用。

二、力学的重要性

美国《伯克利物理学教程》的作者在该书第一卷“力学”的“致学生”中有这么一段话：“大学物理课的头一年一向是最困难的。在这一年里，学生要接受的新思想，新概念和新方法，要比他们在大学高年级或研究院课程中所学到的还要多得多。一个学生，如果清楚地了解了力学中所阐述的基本物理内容，即使他还不能在复杂的情况下运用自如，他也已经克服了学习物理学的大部分真正的困难了”。

这段话说得何等好啊！确实，我们通过力学课程会接受若干新思想。例如，我们会通过力学从宏观物体满足的经典力学到微观高速物体满足的相对论量子力学的发展过程领会到真理的相对性。我们通过力学课程会接受若干新概念。例如动量矩的概念，知道物体在不受外力作用的时候，除了作匀速直线运动外，还可维持匀角速转动。我们会通过基本理论的学习及习题练习，学会若干新方法，例如对于复杂物体复杂运动的简化处理方法，对于求解实际物理问题时，“从物理问题出发，变为数学问题求解，再回到物理问题”的思维方式和求解方法等。这些思想和概念，这些思维方式和处理问题的方法，不仅对于我们学习物理或专业后续课程有用，而且无论将来工作在何领域，都会终身受益。

三、力学的内容

力学包括经典力学和相对论力学。经典力学包括矢量力学(牛顿力学)和分析力学(拉格朗日力学)。矢量力学是本课程的主要内容,分析力学则是理论力学课程的主要内容。

相对论力学包括狭义相对论和广义相对论。狭义相对论主要在电磁学和光学课程中进行，广义相对论主要在理论物理课程中进行。

目　　录

第一章 运 动 学

本章提要

力学研究物体的运动，首先要解决如何描述物体运动的问题，这就是运动学. 本章讨论如何描述质点和刚体的运动——质点运动学和刚体运动学. 首先给出运动学有关的基本概念，然后讨论质点的位置、速度、加速度的定义和在几种常见坐标系的比表达式，最后讨论刚体运动的描述和速度、加速度的表达式.

1.1 基 本 概 念

1. 质点

力学研究物体位置的变动，但是自然界中，物体的种类繁多、性质各异、大小差别很大，从何处着手呢？我们从最简单的物体——质点着手. 所谓质点是指没有几何大小的物体. 实际上没有这样的物体存在，它只是一个为了研究方便而假设的理想化的模型. 一个物体能否视为质点，不取决于该物体的实际大小，而取决于有关考察问题的性质. 例如地球很大，但若考虑其绕太阳的公转运动，就可视为质点；电子很小，但若研究其自旋运动，也不能视为质点. 为什么要引进质点呢？第一，在若干问题中，组成物体的各部分的运动与其整体的运动关系不大. 我们只研究其整体的运动，把它视为质点就突出了主要矛盾，便于问题的解决. 第二，任何物体都看作由质点组成的质点组，研究清楚了质点的运动规律，就有可能研究质点组的运动规律.

2. 运动的相对性和参考系

研究物体运动时我们发现，同一个物体的运动，在不同的观察者看来，运动情况可能完全不同. 例如，随火车一同前进的人，对于火车而言，他是静止的，但对于地面上的人而言，他是运动的. 这种现象，称为运动的相对性. 既然运动是相对的，我们在研究或描述某个物体的运动时，必须首先指出这个物体的运动是相对于哪个物体而言的. 这个被选作为相对运动基准的物体称为参考系. 参考系必须是三维体. 参考系选定后，被考察物体的运动情况（速度，加速度，轨迹）等就完全确定了.

3. 坐标系

参考系选定后，被考察物体的运动情况就完全确定了. 但是为了定量地描述运动情况，还必须建立坐标系. 坐标系是固定在某个参考系上的位置标度系统，

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

它由坐标原点、坐标轴(坐标平面或曲面族)组成. 常见的坐标系有直角坐标系，平面极坐标系、柱坐标系和球坐标系等.

4. 时间、空间的标度，经典时空观

为了定量地描述物体的位置，必须对坐标轴用一定的标准长度进行标度；为了定量地描述物体运动的快慢，还需引进时间. 这就牵涉到我们对于时间和空间的总的观念——时空观和时间空间的标度问题.

经典力学采用的是经典时空观：时间永远在均匀地流逝，它与空间无关、与任何物体和事件无关；空间是均匀各向同性的，可以向四面八方无限延伸，它与时间无关，与其中是否有物体或物体如何运动无关. 经典时空观只适用于物体做低速(比真空光速小得多)运动的情况. 以后我们将会看到，当物体的运动速度接近于光速时经典时空观不再成立. 在那种情况下，时间和空间彼此相关，时间、空间和质量均与运动有关，这就是相对论的时空观.

时间和空间是两个最基本的物理量，确定它们的基准问题是一个非常重要的问题. 时间的标准"秒"的定义和空间的标准"米"的定义，是随着科学技术的发展不断更新的，有兴趣的读者可参阅文献[1]8—9 页.

1.2 质点的直线运动

为定量研究质点的直线运动，取质点所在直线为 x 轴，任意确定点为原点，某一方向为 x 轴正向，建立 Ox 轴，如图 1.1 所示.

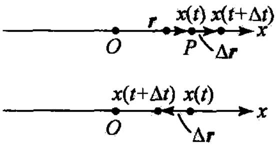

图 1.1 质点直线运动的位矢和位移

(上图为 $\Delta x>0$，下图为 $\Delta x<0$)

设 t 时刻，质点的位置矢量为

$$\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OP}=x(t)\boldsymbol{i},$$

则 $t\to t+\Delta t$ 时刻，质点位置的变化为

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}&=\boldsymbol{r}(r+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)\\&=[x(t+\Delta t)-x(t)]\boldsymbol{i}=(\Delta x)\boldsymbol{i}\begin{cases}\boldsymbol{i}\text{ 方向}, & \text{当 } \Delta x>0\\-\boldsymbol{i}\text{ 方向}, & \text{当 } \Delta x<0,\end{cases}\end{aligned}$$

称为位移.

$t \to t+\Delta t$ 时间间隔内的**平均速度**为 $\bar{v}=\dfrac{\Delta r}{\Delta t}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}i$.

t 时刻的瞬时速度，即**速度**为 $v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\bar{v}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}i=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}i=vi$,

速率 $$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad 可>0,或<0,$$

由速度定义可得位置和速度的关系式

$$\Rightarrow \int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x=\int_{t_0}^{t}v\,\mathrm{d}t \Rightarrow x=x_0+\int_{t_0}^{t}v(t)\mathrm{d}t$$

同理可得

$t \to t+\Delta t$ 时间间隔内的**平均加速度** $\bar{a}=\dfrac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}i$.

t 时刻的瞬时加速度，即**加速度**为 $a=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\bar{a}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}i=ai$,

加速度的大小 $$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \quad 可>0,或<0,$$

请读者思考两个问题：$a>0 \Rightarrow v>0$?

$$a>0 \Rightarrow |v| \text{ 一定增加吗?}$$

由加速度定义可得速度和加速度的关系式

$$\Rightarrow \int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_{t_0}^{t}a\mathrm{d}t \Rightarrow v=v_0+\int_{t_0}^{t}a\mathrm{d}t.$$

例题 1 质点作匀加速($a=a_0$)直线运动，已知 $t=0$ 时，$v=v_0$，$x=x_0$，求 $x(t)$，$v(t)$.

解：$v=v_0+\displaystyle\int_0^t a_0\mathrm{d}t=v_0+at$,

$$x=x_0+\int_0^t(v_0+at)\mathrm{d}t=x_0+\int_0^t v_0\mathrm{d}t+a_0\int_0^t t\mathrm{d}t=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2.$$

这就是我们在中学所熟知的匀加速直线运动的运动学公式.

1.3 质点在三维空间的曲线运动

1. 位置的描述——位置矢量

我们采用一个矢量——位置矢量 r，即连接坐标原点到质点所在位置的有向线段

$$r=\overrightarrow{OP}=re_r, \tag{1.1}$$

来描述质点的位置，其中 r 是从坐标原点到质点所在位置的线段长度，e_r 是从坐标原点到质点所在位置方向的单位矢量，如图 1.2 所示.

在不同坐标系中位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 有不同的分量表达式，在直角坐标系中

$$\boldsymbol{r} = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}.$$

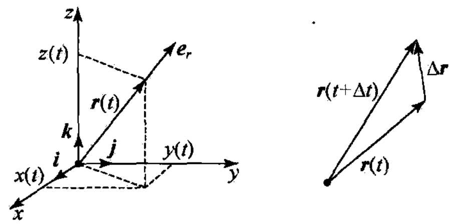

图 1.2 质点在三维空间直角坐标系中的位矢和位移

2. 位置变化的描述——位移

设 $t \to t+\Delta t$ 时刻，质点的位置变化为 $\boldsymbol{r}(t) \to \boldsymbol{r}(t+\Delta t)$，

则定义位移矢量，简称位移为 $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$. (1.2)

我们说位移是矢量，是因为：① 它有大小，有方向；② 它满足相加的平行四边形法则（三角形法则）.

3. 位置变化快慢的描述——速度

质点在 $t \to t+\Delta t$ 时刻的平均速度矢量，简称**平均速度**，定义为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}, \tag{1.3}$$

它只能粗略反映 $t \to t+\Delta t$ 时间间隔内的运动快慢，不能反映每个时刻精确的运动情况，为了精确反映每个时刻的运动情况，引入瞬时速度矢量，简称**速度**，定义为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}, \tag{1.4}$$

由此可见，速度矢量等于位置矢量的时间微商，它精确反映了每个时刻的运动情况. 速度的大小，称为**速率**

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|. \tag{1.5}$$

由速度定义积分可得速度与位置的关系式

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \boldsymbol{v}\mathrm{d}t. \tag{1.6}$$

为定量进行计算，一般应选择坐标系，变矢量微积分为坐标量的标量微积分.

4. 速度变化快慢的描述——加速度

质点在 $t \to t+\Delta t$ 时刻的平均加速度矢量，简称**平均加速度**，定义为

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{v}(t+\Delta t) - \boldsymbol{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}.$$

同样,为了精确反映每个时刻的速度变化情况,引入瞬时加速度矢量,简称**加速度**,定义为

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}. \tag{1.7}$$

由此可见,加速度矢量等于速度矢量的时间微商,积分可得速度与加速度的关系式

$$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a dt. \tag{1.8}$$

强调说明几点:

(1) 因为位移是矢量,所以速度、加速度也是矢量,它们都满足"平行四边形"或"三角形"相加法则. 在本书以后的篇幅中,除非特别指明,我们所说的速度和加速度都是指速度和加速度矢量,包括其大小和方向.

(2) 速度相加具有具体的物理内容. 例如物体同时参加两种运动,划小船过河和转盘上小虫的运动都属于这种情况. 这时,小船相对于地面的速度等于水流速加上小船相对于水的速度,$v = v_{水} + v_{船静水}$;转盘上小虫相对于地面的的速度等于转盘上小虫所在处的速度加上小虫相对于转盘的速度,$v = v'_{爬} + v_{转}$. 另外,在研究相对运动时,也会出现速度相加的情况. 例如 A、B 独立地相对地面运动,在 A 看来,B 的运动速度等于 B 相对于地的速度加上地相对于 A 的速度,即 $v'_{B(A)} = v_B + (-v_A)$,如图 1.3 所示.

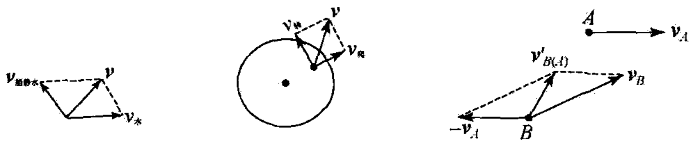

图 1.3 速度相加的例

1.4 速度、加速度在各种坐标系中的应用

上节给出了质点在三维空间的位置、速度和加速度的普遍定义,为了使读者加深对曲线运动中速度和加速度的矢量概念的理解,我们先简单介绍自然坐标系. 然后推导出速度和加速度在直角坐标系和平面极坐标系中的表达式,便于定量计算.

1. 自然坐标系

质点在空间运动,其经过的位置点就组成一条连续的曲线,称为质点的**运动轨迹**. 当质点运动的轨迹已知时,常用自然坐标系.

在自然坐标系中，质点的位置，可用位置矢量 $\overrightarrow{OP}=\boldsymbol{r}(t)$ 表示，也可用轨迹曲线上质点与曲线上定点 O' 的曲线距离$\overset{\frown}{O'P}=s(t)$表示.

基本矢量：自然坐标系的基本矢量为**切向矢量** $\boldsymbol{e}_t$ 和**法向矢量** $\boldsymbol{e}_n$. 切向矢量 $\boldsymbol{e}_t$ 为质点所在位置的曲线切向并指向质点运动的方向；法向矢量 $\boldsymbol{e}_n$在曲线密切圆所在平面，垂直于曲线切向并指向密切圆圆心的方向. 二者都是单位矢量，大小＝单位 1. 很明显，自然坐标系的基本矢量是随质点的位置和时间而变化的.

速度：由速度的普遍定义(1.4)可得

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\boldsymbol{e}_{p_1p_2},$$

由图 1.4 可见：当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\boldsymbol{r}$ 的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|\to\Delta s$；$\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向、亦即有向线段$\overrightarrow{p_1p_2}$的方向 $\boldsymbol{e}_{p_1p_2}\to$ 轨迹在该点的切线方向 $\boldsymbol{e}_t$，因此

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t. \tag{1.9}$$

由此得出重要结论：

(1) 速度 $\boldsymbol{v}$ 恒沿切线方向 $\boldsymbol{e}_t$，亦即法向速率 $v_n\equiv 0$；

(2) 速率 $v=|\boldsymbol{v}|=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ 为曲线路程的变化率.

加速度：由加速度的普遍定义(1.7)可得

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\boldsymbol{e}_t)=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t}, \tag{1.10}$$

问题是$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t}=?$ 我们采用直观形象的证明法. 由图 1.4 可以看出 $\Delta\boldsymbol{e}_t=\boldsymbol{e}_t(t+\Delta t)-\boldsymbol{e}_t(t)$的大小为 $|\Delta\boldsymbol{e}_t|=1\cdot\Delta\theta$；方向$\to\boldsymbol{e}_n$. 所以

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{e}_t}{\Delta t}=\boldsymbol{e}_n\cdot\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}. \tag{1.11}$$

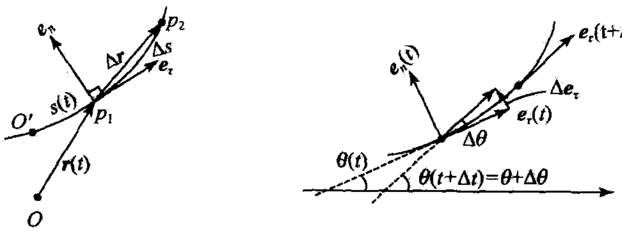

图 1.4　质点在自然坐标系中的位矢和位移

(1.11)代入(1.10)得

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\cdot\boldsymbol{e}_n, \tag{1.12}$$

问题又产生了：$v\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=?$

$$v\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to0}v\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\cdot\frac{\Delta s}{\Delta s}=\lim_{\Delta t\to0}v\frac{\Delta s}{\Delta t}\Big/\frac{\Delta s}{\Delta\theta}$$
$$=v\cdot v/\lim_{\Delta\theta\to0}\frac{\Delta s}{\Delta\theta}=v^2/\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}$$
$$=v^2/\rho, \tag{1.13}$$

其中，$\rho=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}$为曲率半径.（注意：两切线夹角 $\Delta\theta$=两法线夹角 $\Delta\theta$）.（1.13）代入（1.12）得

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n=a_t\boldsymbol{e}_\tau+a_n\boldsymbol{e}_n. \tag{1.14}$$

这里有两个重要的结论：**切向加速度** $a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$代表速度大小（速率）的变化；**法向加速度** $a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$代表速度方向的变化.

2. 直角坐标系

直角坐标系的基本矢量为每个直角坐标轴的单位矢量 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$，大小=单位1，方向保持不变，如图 1.5 所示.

位置矢量　　$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}, \tag{1.15}$$

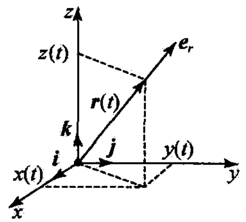

图 1.5　直角坐标系中的单位矢量和位置矢量

三个坐标分量随时间的变化关系式$$\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t),\end{cases} \tag{1.16}$$

称为运动方程，消去 t 得轨迹方程.

速度　　$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k},$$

即　　$$\boldsymbol{v}=\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k}, \tag{1.17}$$

其中，v_x,v_y,v_z为速度的 x,y,z 分量. 注意，由于直角坐标系的基本矢量 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 不随时间变化，所以上式中的微分运算只对坐标分量进行. 如果已知 x,y,z 随

试读结束：需要全本请在线购买：　www.ertongbook.com