

高等学校规划教材

电工技术 计算机辅助分析

薛鹏骞 编

煤炭工业出版社

高等学校规划教材

电工技术计算机辅助分析

薛鹏骞 臧小杰 张 民 汪玉凤 编

煤炭工业出版社

(京)新登字 042 号

内 容 提 要

本书介绍了电路、电磁场与电控系统等问题利用计算机进行辅助分析的主要内容和方法。内容包括:计算机辅助分析的数学模型的建立;电路计算机辅助分析的主要方法和程序介绍;电磁场的有限差分与有限元方法的计算机实现,并给出了自动剖分与有限元分析计算程序;电控系统的计算机仿真的基本方法与程序。书中介绍的程序均用 FORTRAN 语言编写,并在 IBM-PC 微机上调试通过。给出的应用实例供读者调试参考。

该书可作为电气自动化专业本科或研究生的教材或参考书,也可作为从事有关专业的科技人员的技术参考书或培训教材。

高等学校规划教材

电工技术计算机辅助分析

薛鹏骞 臧小杰 张民 汪玉凤 编

责任编辑:高 专

*

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平里北街 21 号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本 $787 \times 1092 \text{mm}^{1/16}$ 印张 $16^{1/4}$

字数 386 千字 印数 1—2, 200

1996 年 3 月第 1 版 1996 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 7—5020—1259—1/TP391.7

书号 4027 A0334 定价 12.50 元

出版说明

《中国教育改革和发展纲要》指出，教育改革“要按照现代科学技术文化发展的新成果和社会主义现代化建设的实际需要，更新教学内容，调整课程结构，加强基本知识、基础理论和基本技能的培养和训练，重视培养学生分析问题和解决问题的能力”。“高等学校教材要在积极扩大种类的同时，不断提高质量，加强理论与实际的联系，力求思想性和科学性的统一”，要适应教学改革需要。

由阜新矿业学院、山西矿业学院、黑龙江矿业学院、淮南矿业学院等四所院校进行的工业电气自动化专业教学综合改革，按照“知识归类、科学组合、优化设课、精简学时、加强实践”的改革原则，制定新的教学计划。根据培养目标的要求，新计划对于原有课程，采用删、调、合、增的方法改变原有课程体系，将工业电气自动化专业电类课程归并为四大类：基础理论课、方法论课、应用技术基础课和有针对性的专业课。

为了适应深化教学改革的需要，我们首先组织编写、出版以下几种教材：

电工原理

网络与系统分析

电机与传动

控制工程技术

微机原理与接口技术

微机测控技术

矿山自动控制系统

电工技术计算机辅助分析

电气实验技术

电气工程实践教程

煤炭工业部科技教育司

教材编审室

一九九四年十月

前 言

《电工技术计算机辅助分析》是按着煤炭高校工业电气自动化专业综合改革指导思想编写的。计算机辅助分析与辅助设计是近年来发展最为迅速的学科之一。它在电子电路的设计、电磁场分析和控制系统的仿真方面有着广泛的应用,在其它领域和生产部门的应用与发展也相当迅速,取得了越来越大的经济效益和社会效益。它已成为了许多工程计算、分析、模拟工作中不可缺少的重要手段。

电路的计算机辅助分析;电磁场的计算机模拟计算;电控系统的计算机仿真是电工技术中应用计算机进行辅助分析与设计的重要内容。多年来我们在本科生与研究生教学过程中,在科研实践中积累了一些经验,深感开展上述内容的教学对强化学生专业技能,提高学生计算机应用水平,增加学生对高新技术的适应性是非常有益的。

本书把电路、电磁场和电控系统的计算机辅助分析结合在一起编写是一种新的尝试。在编写中,把它们共同应用的计算机辅助分析的数学工具——数值分析方法放在一起讨论,以减少学时数,增强系统性。此外在编写中介绍原理方面力求通俗,注重实际的应用。每一部分都介绍了典型程序,这些程序已在 IBM-PC 微机上调试通过,并给出了程序的应用实例。

本书是电工类专业学生,在学习了《电工原理》、《自动控制系统》、《FORTRAN 语言》等课程基础上进行学习的。参考时数为 70 学时。三部分内容互相关联、又自成体系,因此,也可适用于少学时独立讲授其中某些部分内容。

本书在文字、符号、图例、单位均采用国家新标准。所有分析程序均采用 FORTRAN 语言编写,程序框图采用流行的 N-S 流程图。

本书由阜新矿业学院薛鹏骞任主编,并编写绪论、第一章、第二章;臧小杰任副主编,并编写第六章、第七章;张民编写第三章;汪玉凤编写第四章、第五章。

本书是煤炭高校工业自动化专业综合改革系列教材之一。在编写过程中得到煤炭部科教司、教材编委会、编审室及煤炭高校同行专家的热情指导和帮助,在此向他们及有关参考文献作者表示诚挚的谢意。

由于编者的水平所限,书中难免存在错误与不妥之处,恳请同行与读者给予批评指正。

编 者

1995 年 7 月于北京

目 录

绪论	1
----	---

第一篇 基 础 篇

第一章 电工技术计算机辅助分析常用的数值方法	8
第一节 线性代数方程组的解法	8
第二节 非线性分析数值方法	19
第三节 常微分方程的数值解法	23
第四节 数值积分法的误差、计算步长和稳定性分析	31

第二篇 电路计算机辅助分析

第二章 电路元器件的数学模型	39
第一节 概述	39
第二节 基本元件模型	40
第三节 晶体二极管模型	43
第四节 双极型晶体三极管模型	45
第五节 场效应晶体管模型	50
第六节 常用多端口电路元器件的黑盒模型	54
第七节 运算放大器的宏模型	56
第八节 分析线性动态网络的瞬态伴随模型	60
第九节 非线性元件的伴随模型	67
第三章 电路计算机辅助分析程序及其应用	71
第一节 线性电路的稳态分析	71
第二节 线性电路的时域分析程序 TRAN1	98
第三节 非线性电路的直流分析程序 NLDC	110
第四节 PSPICE 程序简介	125

第三篇 电磁场边值问题的数值解法

第四章 有限差分法	130
第一节 有限差分法原理	130
第二节 差分方程组的求解	132
第三节 实例及编程	133
第五章 有限元法	137
第一节 线性边值问题的等价变分问题	137
第二节 有限元法基本原理	140
第三节 二维泊松方程及非齐次自然边界条件下的有限元方程	150
第四节 有限元法前处理程序	153

·第五节 有限元分析计算程序 169

第四篇 电控系统的计算机仿真

第六章 连续系统的计算机仿真 181

 第一节 连续系统的数学描述 181

 第二节 连续系统仿真的基本方法 188

第七章 控制系统的计算机仿真程序 205

 第一节 计算机仿真程序的基本结构 205

 第二节 面向微分方程的仿真程序 CSS1 206

 第三节 面向结构图的仿真程序 ZFX 215

附录 236

参考文献 254

绪 论

计算机辅助分析 (Computer Aided Analysis 简称 CAA) 与计算机辅助设计 (Computer Aided Design 简称 CAD) 是以电子计算机为主要工具的分析与设计的方法, 已经成为计算机应用领域中一个重要分支。它是在计算技术、应用数学、模拟理论基础之上发展起来的一门新兴学科。

科学技术的飞速发展, 产品和工程设计日趋复杂化。例如: 半导体集成电路的集成度在近 20 年中差不多每隔一至两年会翻上一番, 据统计芯片密度平均每年增加 40% 左右。电路规模之大, 结构之复杂, 单靠人力是无法完成设计的。在系统分析与设计中, 实验的分析与计算是科学研究的重要手段。但对于某些真实的系统进行实验是不经济或不安全, 甚至是不可能的。例如宇航系统, 核反应堆控制系统等, 直接实验往往很危险, 费用高昂。为此一门借助于计算机进行设计的科学技术即 CAD 便应运而生。它把计算机高速、准确的处理能力和设计者的创造力、判断力结合起来, 从而加快了设计进程, 提高了产品质量, 提高了系统的性能。在今天 CAD 技术, 无论是从其发展速度还是已达到的水平是其它技术无法比拟的。它已成为工程计算、分析、模拟工作中不可缺少的重要手段。

CAD 技术从产生到发展大致分为三个阶段:

早在 50 年代, 第一台电子计算机问世不久, 美国 Aoron 等人于 1956 年开展了计算机设计滤波器的研究工作, 线性滤波器就是利用计算机最早设计成功的一种电子线路。这一阶段是以研究图形系统为主, 研究工作是采用传统的科学计算方式进行的。

自 60 年代末期至 70 年代中期可称为 CAD 技术的日臻成熟并取得突出进展的阶段。这期间, 由于计算机硬件设备发展比较快, 使 CAD 系统进入商品化阶段。出现了许多专门开发的 CAD 系统。这些系统的应用主要集中在电子工业, 例如, 电路的模拟, 印刷电路板的布局、布线和集成电路的版图设计等等。

70 年代以来是 CAD 技术高速发展的阶段。计算机技术以惊人的速度发展, 特别是大规模集成电路的应用, 使计算机价格大幅度下降。由于微处理器得到广泛应用, 智能化的图形终端、彩色光栅扫描图形终端、大容量的磁盘、高性能数字化仪和图形输入板等外围设备的出现, 加上各类绘图软件的配合使用, 促进了 CAD 技术的高速发展, 世界上有不少的公司、厂家专门生产 CAD 的专用系统。与此同时, 由于大容量、高性能的微机出现, 微型机的 CAD 系统又成为当前一个非常重要的发展方向。比如: PSPICE 软件就是在 SPICE 基础之上出现的适用于微机的一种流行颇广的电路分析设计软件。今天 CAD 技术应用已进入了电子、建筑、机械、化工、汽车等各个领域, 并继续向其它的领域发展。本书从 CAD 技术在电工领域中应用的三个侧面: 电路的计算机辅助分析; 电磁场边值问题的计算机数值计算; 电气自动控制系统的计算机仿真进行编写, 以求使读者在这些方面获得基本方法和技能, 更好地适应计算机应用在电工领域飞速发展的需要。

一、CAD 技术在电路设计中的应用与发展

1. CACD 是对传统电路设计的革命

计算机辅助电路设计（简称 CACD）为电子电路的设计带来了一场革命。传统的电路设计方法是设计人员根据电路所要完成的任务，所要达到的指标、性能，凭借已有的资料和本人经验初步确定电路的结构及其元件参数。然后用简化的电路及元件模型，根据已有的参数采用数学分析的方法进行理论计算，分析计算的结果是否满足要求。如果理论计算是可行的则搭制实验线路，在实验室进行电路特性的测试，直到设计电路满足设计指标。如果在理论计算或实验模拟阶段不能满足指标要求，则要修改原设计的元器件参数和电路的结构形式，再一次进行理论计算与实验模拟。如此反复，直到符合设计指标要求为止。作为一个定型的产品，还需做性能样机的试制及小批量的生产，以进一步检验设计的正确性和产品的合格率是否满足要求，最后定型投产。

从上面的阐述可以看出，这种传统的电路设计方法存在如下几方面的局限性：

- (1) 电子设备的规模不能太大，电路要简单。
- (2) 设计周期长，花用的设计费用高。不便于产品更新换代。
- (3) 实验模型的精度受到元器件精度与仪器设备精度的限制，不能得到理想状态下的实验结果。
- (4) 不能进行边缘状态或某些破坏性实验，无法确保产品的可靠性。

随着电子工业的飞速发展，电子设备和系统规模越来越大，集成度越来越高，传统的设计方法已无法胜任。譬如今天在几个平方毫米的芯片上，集成成千上万个晶体管、电阻和电容元件，用传统的设计方法去分析计算，去搭制实验线路进行实验是根本办不到的事情。又如，电子电路中包含了相当多的非线性元件，描述这些非线性元件的方程是非线性代数方程或非线性微分方程。用手工方式去求解这类方程困难是很大的，有些是不可能完成的。

电子计算机的出现，CAD 技术的发展为电路的分析与设计带来了新的生命力。如果不是 CAA 和 CAD 技术的发展，大规模和超大规模集成电路的设计与生产是不可能的。反过来，大规模集成电路的设计与生产又推动了计算机技术的发展，使计算机的功能更强，计算速度、计算精度更高，体积越来越小，更新换代的时间也越来越短。今天计算机技术与大规模集成电路的设计和生产已形成了互相促进、高效高速滚动发展的良性循环。

计算机辅助电路设计的过程是：首先由设计人员按电路性能要求设计好结构，选择好元件的参数。然后把这些信息用一定的方式输入到计算机中。计算机在程序的指挥下，自动建立分析方程并进行求解分析，这一过程称为计算机辅助电路分析（简称 CACA）。设计人员选定电路的初始结构和参数后，计算机给出分析，将分析结果与设计的目标函数进行比较，判断是否满足设计要求。若不满足，则要修改电路的参数或结构，然后重新进行 CACA，直到满足要求为止。其过程框图如图 A-1 所示。

一般来说，设计者必须在进行设计前提供原始的设计方案。设计方案的改进，计算方法的选取，计算结果的分析、判断还需设计人员来完成。从这种意义上讲，计算机仍是一种设计工具。因此这种过程称为计算机辅助设计。目前 CACA 技术正在进一步研究发展中，各种设计软件不断面世。它们除了进行电路原理设计之外；还可用计算机进行印刷线路和集成电路的制板、布线设计；在试验测量阶段，计算机可用来完成测量数据的处理分析、逻辑功能的模拟等等。

2. 计算机辅助电路分析与设计的内容

从上面的论述中可以知道，电路的 CAD 是以 CAA 为基础的。根据电路的性质不同，电路的分析内容与方法也不尽相同。但不论电路的网络的性质如何，需要进行电路的分析大致可分以下几大类：

- (1) 直流分析，求解线性或非线性网络的直流工作点。
- (2) 交流分析，求解线性动态网络的频域响应。
- (3) 瞬态分析，求解线性或非线性动态网络的时域特性。
- (4) 噪声分析，以噪声源为输入时的交流或瞬态响应的分析。
- (5) 容差分析，进行灵敏度和最坏情况分析。

一个通用的 CACD 程序具有上述的各种分析功能，通常由如下几个部分组成。

1) 输入部分

设计人员将描述网络的拓扑结构、元件参数及分析要求等信息输入计算机。最简便的输入方式是一种“固定格式”输入，这种方式直接利用计算机可识别的格式做为输入的书写格式，对用户来说使用不方便，不直观。但它不需要额外编译程序，是早期电路分析程序中所采用的输入方式。

目前的电路分析程序中，大都采用“自由格式”，书写自由、直观易懂、使用方便，且能识别输入的错误。它提供了描述电路结构、元件参数、分析类型、运行条件、输出要求等各种语句，这种输入方式需要程序中包含对输入的编译程序。近年来在一些用户程序中采用人机交互式输入语言，如 PSPICE4.0 和 SPICE3A7 均用人机交互方式输入信息。有的程序可借助于人机交互设备，如光笔图形显示器，直接将电路图和元件参数输入计算机，也可通过交互式进行修改，重新输入，显然这种方式对用户是极为方便。但必须有交互设备和相应编译程序，即增加了程序包的复杂程度。

2) 器件模型的处理部分

每一个具体电路都是由一些实际元器件组成，要想对电路进行分析，首先要用各种等效电路去描述这些元器件，建立起表示它们的各种电量间的数学关系式，这就是元件的数学模型。通用的分析程序应具有将实际元器件转换为相应数学模型的能力。一些功能较强的程序还备有专门的模型库，如二极管、三极管、场效应管等等。电路设计人员只需给出元器件的类型、模型参数、器件端口节点编号，不需输入器件等效电路。功能更强的程序

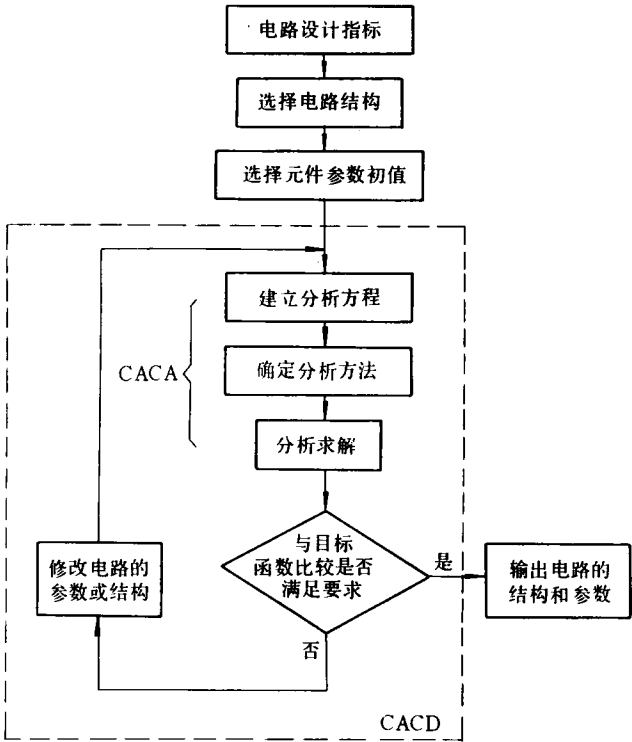


图 A-1 计算机辅助电路设计过程

往往具有模型嵌套功能,在输入语言中使用宏模型、子电路这样的语句。如 PSPICE 设计软件就具有这样的功能。

模型的精度很大程度上决定分析结果的精度和速度。但并不是在分析中都采用最精确的模型,因为精度太高必然会增加计算机内存的占用和分析计算时间。因此在模型的处理上,要本着即能反映器件的性能,又要综合考虑分析的精度、存储容量和计算时间等原则来选择合适的模型。

3) 建立电路方程

模拟程序根据输入的电路拓扑结构、元件参数、分析类型等信息自动建立方程。建立电路方程主要依据电路的两种约束条件,即联接约束(基尔霍夫的电流定律与电压定律——KCL 与 KVL)和元件约束(元件特性方程 VCR)。不同类型电路所建立方程不同,同一电路也可采用不同方法建立电路方程。通常主要采用节点电压法,如早期的 SPICE 程序就是以节点法建立方程,但它对解以电压为变量的元件不方便。后来又采用了改进节点法,在处理独立电压源受控电压源方面比节点法方便了许多。

4) 电路方程的求解

电路方程主要有三种类型:线性代数方程组、非线性代数方程组和常微分方程组。在电路分析程序中,对这三类方程组的求解均使用数值解法。其中线性代数方程组的求解是电路计算机辅助分析与设计中最基本的数值解法,很多问题最终都归结为求解或反复求解线性代数方程组。在求解线性代数方程组时主要应用主元消去法和 LU 分解法。

对于非线性方程组的求解,则首先将非线性代数方程组线性化,再使用线性代数方程组解法迭代求解,常用的方法是牛顿——拉夫逊算法。

常微分方程的数值解法较多,基本分为显式和隐式积分两种。显式积分法中有向前欧拉法,龙格—库塔法等。隐式积分法有向后欧拉法、梯形法、多步隐式积分法等。由于显式积分法容易引起不稳定,而隐式积分法的数值稳定性较好,故后者在程序中较多地被采用。

5) 输出结果部分

将电路分析的结果以表格的形式或以曲线的形式进行输出。用户可以根据不同需要,选择不同的输出内容,如直流工作点、频率响应、瞬态响应等。

一个功能较强的通用程序应具备上述五个方面的功能。当然功能越完善占用内存也越多,编程也越困难。

3. 计算机辅助电路分析的发展

1956 年美国人 Aaron 借助计算机进行了滤波器的设计研究,开始了最早的计算机辅助电路的分析与设计。1962 年美国的 IBM 公司研制了 TAP (Transistor Analysis Program) 程序。可以用来分析含有 20 个左右晶体管的电路,在此基础之上发展为通用的电路分析程序 ECAP (Electronic Circuit Analysis program)。

早期的通用程序缺乏非线性分析能力,计算时间长。70 年代随着数值方法不断研究与发展,特别是稀疏矩阵技术采用,使电路分析程序性能有了进一步的提高。美国先后出现了 IBM 公司的 ECAP—II、ASTAP 程序和加州大学的 SPICE—III 程序,扩大了分析电路的规模。在器件模型建立方面进一步完善,建立了器件和子电路库。

SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) 是美国加州大学伯克

利分校以 Pederson 教授为首的计算机辅助集成电路设计小组开发的,从 70 年代末开始,SPICE 向全世界推广。现在,在全世界范围内,SPICE 已成为大学研究机构和公司普遍采用的电路分析程序。近 20 年来,用于电路设计与分析的 CAD 的系统软件层出不穷,但就用于电子电路,特别是模拟电路分析与设计的软件包来说应用最广,影响最大,功能最全的要算 SPICE 软件。由于 SPICE 程序很大,计算量大而精度又要求高,因此,过去一直运行在中、小型计算机或较强的工作站上。由于微型机价格低廉,使用方便,且功能越来越强,人们期望 SPICE 程序能在微型机上运行。经过几年的努力,工作在微型机上的 SPICE 程序终于诞生了,被称做 PSPICE (Personal-SPICE)。SPICE 软件开发时是作为分析设计集成电路用的。经过不断的改进和应用,现在它的用途早已超出了这个范围,很多电路与系统设计工作者常用它模拟和验证自己的电路设计。

我国从 70 年代末开始研究计算机辅助电路分析技术,先后研制了一些通用电路分析程序。如清华大学的 GCAP 程序、中国科学院计算所的 DFX 程序、复旦大学在 IBM-PC 及兼容机上使用的 CAP 程序等等。Micro-CAP 是在微机上开发的电路设计的分析程序,它具有图形输入系统、用户接口用菜单选择方式、模拟分析元件种类丰富、输出曲线平滑性好以及输出数据选择性强等特点,是用户在 IBM-PC 及其兼容机上进行电路分析、设计的较理想工具。Micro-CAP 可以进行交流分析、直流分析、瞬态分析及波形的富里叶分析。

虽然我国的 CACD 技术起步较晚,但发展很快,一些软件包在实际生产中使用并取得了良好的运行效果,发挥越来越大的作用。

二、电磁场的数值计算方法

电磁场的数值计算方法开始于本世纪的 40 年代,当时有人试探用数值方法去解决具有简单边界形状的场问题。但真正使数值方法具有实用性,还是近 20 多年。1964 年, Winslow 利用向量位,采用有限差分法离散,求解了二维非线性磁场问题。随后, Colodias 和 Dorst 用该程序设计了同步加速器磁铁,并且把它发展成为 TRIM 软件包。此后,采用有限差分法计算线性和非线性二维场的程序在欧、美大量出现。70 年代初期, P. Silvester 和 M. V. K. Chari 把有限元法引入电磁场计算中,随着有限元方法不断发展与完善,使它在电磁场数值分析的领域中,占有越来越重要的地位。

电磁场计算方法主要特征,是将连续函数离散化,将电磁场的微、积分方程转换为代数方程组,并利用松弛和迭代等技巧求解。这种方法原则上适用任何复杂边界,并可得到要求的任意精度。但是随着问题的复杂化和精度要求的提高,要求的计算工作量也愈来愈大。这就要求大容量、高速度以及更多有效位数的计算机。随着计算机的发展与计算方法的改善,这些问题已逐步得到了解决。

最早得到应用和发展的数值计算方法是有限差分法。它将整个场域离散化很多单元,在每个单元中将微分方程用差分方程代替,从而得到关于各个节点上待求量的代数方程组,可用通常的线性代数计算方法求解。差分法概念清楚,方法简单,由于单元(网格)比较规则编制程序容易。当边界形状简单且有规则时,这种方法具有它的优越性。

将整个场域加以离散的另一个常用方法是有限元法,它是一种高效能、通用的计算方法。其实质是一种求解场的变分问题的数值方法。它不去直接求解场方程,而是去求解一个“能量”取极值问题(变分问题)。有限元法的主要内容是将给定区域剖分为一些节点及互相联接的单元,然后在各单元上做近似,使“能量”近似地表示为有限个节点参数的函

数，从而将变分问题归结为多元函数求极值，化成求解代数方程组的问题。它能使复杂结构、复杂边界情况的边值问题得到解答。特别是近十多年来，由于数值处理技术的提高，采用自适应网格剖分等方法，使得有限元分析方法倍受青睐。

三、控制系统的计算机仿真

所谓仿真（Simulation）就是用模型（物理或数学模型），代替实际系统进行实验和研究，以获取所需信息的实验方法。从这个意义出发，前面所说的电路计算机辅助分析以及电磁场问题的计算也都是一种仿真。

仿真所遵循的原则是相似原理，即几何相似、环境相似和性能相似。根据这个原理，仿真又可分为物理仿真与数学仿真。

所谓物理仿真，就是应用几何相似原理，制作一个与实际系统相似但尺寸较小的模型，放在一个相似的环境中去实验研究。例如古代的工匠在建造大的宫殿时，往往先作一个小的模型进行实验，然后再实地施工，所以这种仿真古来有之。

所谓数字仿真，就是应用性能相似原理，构成数学模型在计算机上进行试验研究。对于一个控制系统的仿真就是在该系统的模型上进行试验研究，一般包括：系统的测量、模型的建立、模型实验、分析预测系统的性能并加以改进等。

根据控制系统计算机仿真使用的计算机种类，又可把仿真分为模拟计算机仿真、数字计算机仿真和模拟/数字混合仿真。有时仿真中必须有部分实物参与，则称为半物理仿真。

模拟机是以直流运算放大器为主要部件，根据被仿真系统的传递函数结构图，用电压代替实际系统中的物理变量。实际上是一个依据问题不同而搭接的电子线路，各部件“并行”运行，因此运算速度快，易于实现实时或超实时仿真，且各环节响应是一条连续曲线，对连续系统的描述非常方便和直观，人机交互性能好。但也正因为它是一个电子线路，需要在计算之前进行排题接线，有限的电压设置与实际控制系统中的各变量间的单位换算比较麻烦，不易实现自动化。特别是被仿真系统中具有某些非线性特性时，不仅线路复杂，而且精度很难保证。当对离散系统进行仿真，采用模拟机就更为困难。

数字机仿真是以数字计算机为主要设备的。由于其自动化程度高，逻辑判断能力强，精度好，而得到迅速发展。这种仿真只要根据被仿真系统的数学模型编写出相应的计算程序，按规定格式要求输入计算机，经过计算就可得到相应变量的时域特性。特别在采用仿真语言编写的程序或通用仿真程序包就显得更为方便。但是每台数字机只有一个运算器，其运算方式大都是“串行”的。尽管它的加法运算速度可达几十万次，甚至上千万次乃至更高，但与模拟计算机相比还是比较慢（一般慢速模拟机的运算速度也相当于千万次的数字机），这也是模拟机仍然能够被重视的主要原因之一。

模拟/数字混合机，它是把模拟机与数字机之间用适当的介面（A/D、D/A 以及其它控制逻辑等）连接起来的装置，具有模拟机与数字机两者的特点。对被仿真系统来说，当被仿真的模型在精度上和响应速度上难以单独在模拟机或数字机上实现时，在要求精度比较高运算速度不甚苛求的环节可用数字机部分来仿真；在要求运算速度高而精度不甚苛求的环节则可用模拟机部分来仿真。两者之间的信息转换由介面来完成。对于被仿真系统本身是混合系统，即包含连续系统，又包含离散系统时，采用混合机仿真就更为方便了。当被仿真系统中存在分布参数，或含有众多的函数，或要求大容量的存储能力，使用混合机也很有利。在一些大型的仿真计算站大都采用这种混合仿真系统。

控制系统的计算机仿真，按其仿真运算速度与被仿真物理系统响应的速度之比又可分为实时仿真和非实时仿真。实时仿真常常用于对被仿真系统的实时控制，在国防、航空和宇航等领域，很多仿真系统都希望做到实时仿真，甚至超实时仿真，目前多用混合仿真来实现。而对一般的工业部门，计算机仿真主要用于控制系统的辅助设计，这种情况下对实时要求不高，多采用数字仿真来实现。但也有不少被仿真系统本身就是计算机控制系统，也要求实时仿真。

控制系统的数字仿真是控制理论、计算数学和计算机科学三者的有机结合，是一门综合性的新学科。它为控制系统的分析、研究、设计提供快速、经济的手段。随着我国计算机应用水平的不断提高，仿真技术也必将有一个更大的发展和普及，并在我国的四化建设中发挥更重要的作用。

第一篇 基 础 篇

利用数字计算机进行辅助分析与设计，正确地给出系统的数学模型，采用适当的数值分析方法是问题的关键。本篇介绍一些常用的数值分析方法及其误差与稳定性分析，这是计算机辅助分析与系统仿真的基础知识。

第一章 电工技术计算机辅助分析常用的数值方法

第一节 线性代数方程组的解法

在应用数值方法分析一个电路或一个系统问题往往最终归结为求解一个线性代数方程组：

$$AX=b \quad (1-1)$$

一、高斯消去法

高斯消去法的基本思想是：通过消去过程把原方程化为三角方程，然后再通过回代过程求出方程变量的解。

例 1-1 高斯消去法解线性方程组

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \quad (1)$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \quad (2)$$

$$4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 2 \quad (3)$$

解：消去过程

第一步：式 (1) $\times \frac{1}{3}$ ，原方程组变为

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 2 \quad (4)$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \quad (5)$$

$$4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 2 \quad (6)$$

第二步：在所得的新方程组中将式(5)一式(4) $\times 2$ ，式(6)一式(4) $\times 4$ ，则有

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 2 \quad (7)$$

$$\frac{2}{3}x_2 + \frac{4}{3}x_3 = 0 \quad (8)$$

$$-\frac{14}{3}x_2 - \frac{10}{3}x_3 = -6 \quad (9)$$

第三步：式 (8) $\times \frac{3}{2}$ ，则有

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 2 \quad (10)$$

$$x_2 + 2x_3 = 0 \quad (11)$$

$$-\frac{14}{3}x_2 - \frac{10}{3}x_3 = -6 \quad (12)$$

第四步：式 (12) - 式 (11) $\times \left(-\frac{14}{3}\right)$ ，则有

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 2 \quad (13)$$

$$x_2 + 2x_3 = 0 \quad (14)$$

$$6x_3 = -6 \quad (15)$$

最后，式 (15) $\times \frac{1}{6}$ ，到此消元过程结束。得到三角方程为

$$x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 2$$

$$x_2 + 2x_3 = 0$$

$$x_3 = -1$$

回代过程：从最末一个方程到第一个方程用代入法逐一解出为

$$x_3 = -1$$

$$x_2 = 2$$

$$x_1 = 1$$

综上所述，用高斯消去法解一个有 n 个方程的线性方程组 $AX=b$ 方法是让方程组中第一方程不动（称为保留方程），把其余方程中的未知数 x_1 消去，得到一个新的同解方程组。再保持新的方程组中第一、二方程不动，把其余方程中的未知数 x_2 消去，又得到一个新同解方程组。依此类推，直到第 n 个方程中消去 $x_{(n-1)}$ 为止，得到一个同解的三角方程组。从该方程组中立即解出 x_n 。再用回代法依次解出 $x_{(n-1)}$ ， $x_{(n-2)}$ ， $\cdots$ ， x_1 。

由前面的例子看出，在方程组初等变换中，方程右端的常数项 b 也一同参加变换。

利用计算机解方程组则采用增广矩阵：

$$A_a = [A|b] \quad (1-2)$$

当 A 为 n 阶方阵时，消去阶段含 n 步，增广矩阵为

$$A_a^{(0)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix}$$

$$\triangleq \begin{bmatrix} a_{11}^{(0)} & a_{12}^{(0)} & \cdots & a_{1n}^{(0)} & a_{1,n+1}^{(0)} \\ a_{21}^{(0)} & a_{22}^{(0)} & \cdots & a_{2n}^{(0)} & a_{2,n+1}^{(0)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n1}^{(0)} & a_{n2}^{(0)} & \cdots & a_{nn}^{(0)} & a_{n,n+1}^{(0)} \end{bmatrix}$$

矩阵和元素的上标 (0) 表示未经运算的原始矩阵和元素。消去过程的第 k 步，开始的矩阵和元素的上标为 $(k-1)$ ，该步结束时的上标为 (k) 。

第一步：用 $a_{11}^{(0)}$ 去除 $A_a^{(0)}$ 第一行使 $a_{11}^{(0)}$ 变为 1，即 $a_{11}^{(1)}=1$ 其余元素则为

$$a_{1j}^{(1)} = \frac{a_{1j}^{(0)}}{a_{11}^{(0)}} \quad (j=2, 3, \dots, n+1) \quad (1-3)$$

用 $-a_{i1}^{(0)}$ 去乘第一行后加到第 i 行 ($i=2, 3, \dots, n$), 使 $a_{i1}^{(1)}=0$ ($i=2, 3, \dots, n$), 其余元素变为

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(0)} - a_{i1}^{(0)} a_{1j}^{(1)} \quad (i=2, 3, \dots, n; j=2, 3, \dots, n+1) \quad (1-4)$$

即:

$$A_a^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1,n+1}^{(1)} \\ 0 & \boxed{a_{22}^{(1)}} & \cdots & \boxed{a_{2n}^{(1)}} & \boxed{a_{2,n+1}^{(1)}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{n2}^{(1)} & \cdots & a_{nn}^{(1)} & a_{n,n+1}^{(1)} \end{bmatrix}$$

第二步: 对上面虚框中子矩阵采用前面类似的算法。

完成该步运算后有

$$a_{22}^{(2)} = 1$$

$$a_{2j}^{(2)} = \frac{a_{2j}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} \quad (j=3, 4, \dots, n+1) \quad (1-5)$$

$$a_{i2}^{(2)} = 0 \quad (i=3, \dots, n)$$

$$a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - a_{i2}^{(1)} a_{2j}^{(2)} \quad (i=3, \dots, n; j=3, \dots, n+1) \quad (1-6)$$

一般地说, 第 k 步 ($k=1, 2, \dots, n-1$) 对矩阵 $A^{(k-1)}$ 进行运算之后有

$$a_{kk}^{(k)} = 1 \quad (1-7)$$

$$a_{kj}^{(k)} = \frac{a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \quad (j=k+1, \dots, n+1) \quad (1-8)$$

$$a_{ik}^{(k)} = 0 \quad (i=k+1, \dots, n)$$

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} a_{kj}^{(k)} \quad (i=k+1, \dots, n; j=k+1, \dots, n+1) \quad (1-9)$$

最后, 对矩阵最末一行的运算为

$$a_{nj}^{(n)} = \frac{a_{nj}^{(n-1)}}{a_{nn}^{(n-1)}} \quad (j=n, n+1)$$

得到矩阵

$$A_a^{(n)} = \begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} & a_{1,n+1}^{(1)} \\ 0 & 1 & \cdots & a_{2n}^{(2)} & a_{2,n+1}^{(2)} \\ \vdots & 0 & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & 1 & a_{n-1,n}^{(n-1)} & a_{n-1,n+1}^{(n-1)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a_{n,n+1}^{(n)} \end{bmatrix}$$

原方程组变为具有上三角系数矩阵的方程组。它的一般式为

$$x_i + \sum_{j=i+1}^n a_{ij}^{(i)} x_j = a_{i,n+1}^{(i)} \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

$$x_n = a_{n,n+1}^{(n)} \quad (1-10)$$

回代过程计算公式为

$$x_n = a_{n,n+1}^{(n)}$$