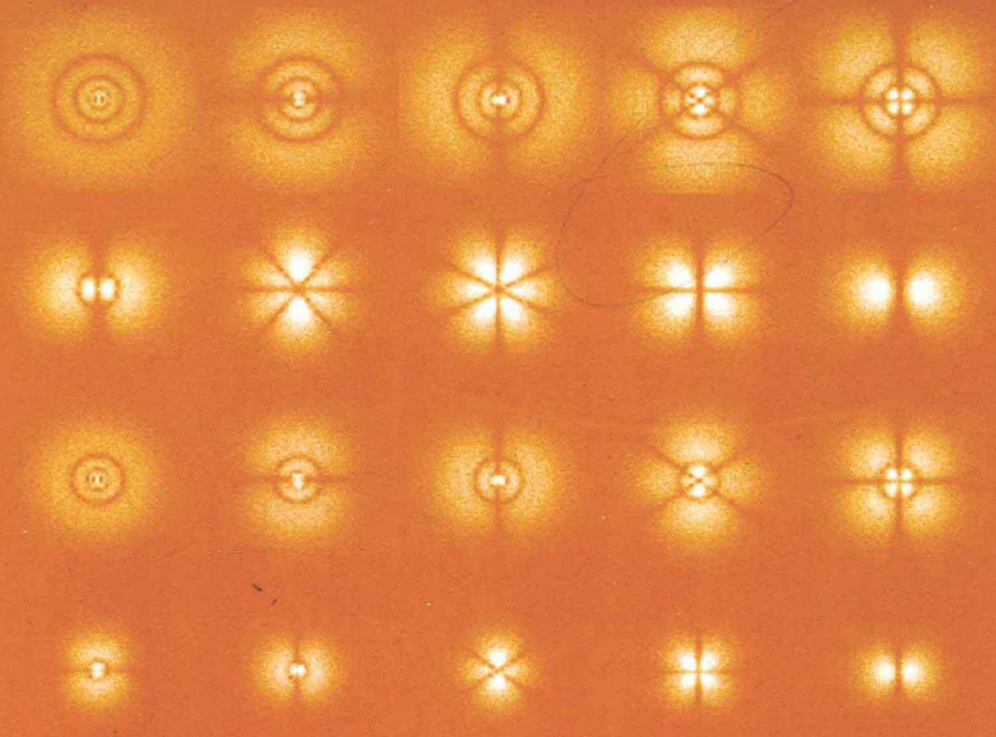
普通高等院校基础课规划教材

大学物理

学习指导与习题解答（第2版）

荀秉聪　胡海云　主编



国防工业出版社
National Defense Industry Press

普通高等院校基础课规划教材

大学物理

学习指导与习题解答

（第2版）

苟秉聪　胡海云　主编

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是与苟秉聪、胡海云主编的《大学物理上、下册》(第2版)(国防工业出版社出版)配套的学习指导用书。本书根据教材13章的篇章结构,给出各章的内容提要和习题解答。内容提要重点突出,习题典型、富有启发性,解答简明扼要。本书既是学习大学物理课程的重要辅导资料,也可作为自学大学物理和考研复习的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导与习题解答/苟秉聪,胡海云主编.
—2版.—北京:国防工业出版社,2011.1
普通高等院校基础课规划教材
ISBN 978-7-118-07145-0

Ⅰ.①大... Ⅱ.①苟...②胡... Ⅲ.①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第264862号

※

国防工业出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)
北京奥鑫印刷厂印刷
新华书店经售

*

开本787×1092 1/16 印张13¼ 字数302千字
2011年1月第2版第1次印刷 印数1—4000册 定价25.00元

国防书店:(010)68428422 发行邮购:(010)68414474
发行传真:(010)68411535 发行业务:(010)68472764

前　言

大学物理是理工科大学生的一门必修基础课。学好大学物理，学生除了课上认真听讲外，在课下还要复习并做一定数量的习题。让学生掌握好物理学的基本概念、基本知识和基本原理，并能应用它去解决具体问题，这对培养学生分析问题与解决问题的能力，加强理论联系实际方面的训练，是十分重要的。

本书是配合苟秉聪、胡海云主编的《大学物理上、下册》(第2版)教材而编写的。本书按教材13章的结构对应安排。每一章分为"内容提要"与"习题解答"两部分内容。"内容提要"归纳了本章的基本概念、基本知识与原理；"习题解答"则对教材中所有习题，一一作了详细解答。各章均由原教材相关作者亲自撰写，以便更准确地体现出本章的教学意图与教学要求，便于学生正确理解和掌握教材内容。

学生应该在认真阅读并掌握每章内容提要基础上来做习题，做习题不在"多"，而应注重"精"，注意正确运用概念和公式，把握解题的思路与方法，做到举一反三，触类旁通。在解题过程中，我们力求物理图像清晰，解法简洁，注重方法介绍，有的题还给出多种解法，以引导学生深入理解和灵活运用物理学基本原理和科学思想方法。

本书由苟秉聪教授和胡海云教授主编，参加编写工作的有刘兆龙(第1、2章)，缪劲松(第3、4章)，胡海云(第5章)，郑少波(第6章)，吴晓丽(第7、8章)，宋克辉(第9、10章)，冯艳全(第11、13章)，苟秉聪(第12章)。在此，感谢国防工业出版社对本书的积极支持。书中难免出现错误和不妥之处，真诚地希望读者批评指正。

编者

2010年9月

目　录

第 1 章

质 点 力 学

1.1 内容提要

1. 运动学

(1) 参照系。描述某个物体运动时用来参考的其他物体以及校准的钟。

(2) 位矢、运动函数和位移。

位矢 $\boldsymbol{r}$ 是从坐标系原点向物体所在位置所引的有向线段，它是描述质点位置的矢量。

运动函数是描述质点位置随时间变化的函数 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$

位移矢量描述了物体在一段时间间隔内位置的变化情况 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$

位移的大小以 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 表示。要注意 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 Δr 两个物理量的区别。

直角坐标系中

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

(3) 速度与加速度。

速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

速率

$$v = |\boldsymbol{v}| = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

加速度

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

直角坐标系中

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}$$

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}$$

(4) 匀加速运动。

质点在运动过程中，其加速度 $\boldsymbol{a}$ 为常矢量。设 $t=0$ 时，质点的速度和位矢分别为 $\boldsymbol{v}_0$、$\boldsymbol{r}_0$（叫做初始条件），则

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t$$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

对于匀加速直线运动，取 x 轴沿运动方向，初始位置为 x_0，初始速度为 v_0，则

$$v(t) = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

（5）圆周运动。

角速度 $$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

角加速度 $$\beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

加速度 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{n}} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$，其大小为 $a = \sqrt{a_{\mathrm{n}}^2 + a_{\mathrm{t}}^2}$

法向加速度 $a_{\mathrm{n}} = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2$ （方向指向圆心）

切向加速度 $a_{\mathrm{t}} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = R\beta$ （方向沿圆的切线）

（6）伽利略速度变换 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}_0$

2. 动力学

（1）牛顿运动定律。

牛顿第一定律：任何物体，如果没有力作用在它上面，都将保持静止或匀速直线运动状态不变。这个定律也称为惯性定律。

牛顿第二定律 $\boldsymbol{F} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$， $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$

质量一定时 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$

牛顿第三定律：物体间的作用力成对出现。如果 A 物体对 B 物体有作用力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}}$，那么 B 物体对 A 物体也会有作用力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$ 。两者大小相等，方向相反。

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{BA}}$$

（2）惯性力。非惯性系 S' 中引入假想的力 $\boldsymbol{F}^*$，就可以将惯性系中应用牛顿第二定律处理问题的方法移植到非惯性系中。这个假想的力 $\boldsymbol{F}^*$ 称为惯性力。惯性力的大小等于质点质量与非惯性系相对于惯性系的加速度大小 a_0 之积；方向与该加速度 $\boldsymbol{a}_0$ 方向相反。

加速平动参考系中 $\boldsymbol{F}^* = -m\boldsymbol{a}_0$

惯性离心力 $\boldsymbol{F}^* = m\omega^2\boldsymbol{r}$

（3）质心。

质心的位矢 $$\boldsymbol{r}_{\mathrm{c}} = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_i m_i}, \quad \boldsymbol{r}_{\mathrm{c}} = \frac{\int \boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m} = \frac{\int \boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{m}$$

质点系的动量 $$\boldsymbol{p} = \left(\sum_{i=1}^{N} m_i\right)\boldsymbol{v}_{\mathrm{c}}$$

质心运动定理：质点系质心加速度的方向与质点系所受合外力的方向相同，其大小与质点系所受合外力的大小成正比；与质点系的质量成反比。即

$$\boldsymbol{F}_{外} = \left(\sum_{i=1}^{N} m_i\right)\boldsymbol{a}_{\mathrm{c}}$$

（4）动量定理。质点系在一段时间间隔内动量的增量等于合外力在这段时间内的冲

量。即

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}(t)\,dt = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1$$

上式中，$\boldsymbol{F} = \sum_i \boldsymbol{F}_i$，$\boldsymbol{p}$ 表示总动量，$\boldsymbol{p} = \sum_{i=1}^{N}(m_i \boldsymbol{v}_i) = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{p}_i$

此定理对单个质点同样适用。

动量定理只适用于惯性系。

(5) 动量守恒。若质点系所受合外力为零，则质点系的动量守恒。

(6) 功。

元功的定义 $\mathrm{d}W = \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$

有限位移的功 $W = \int_{a(L)}^{b} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$

(7) 动能定理。

质点的动能定理：质点从 a 点运动到 b 点过程中，合外力的功等于该质点动能的增量，即

$$W = \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2$$

质点系的动能定理：质点系动能的增量等于外力功与内力功之和，即

$$W_{内} + W_{外} = E_{kb} - E_{ka}$$

式中，E_{kb} 和 E_{ka} 分别为系统末态和初态的动能。

(8) 保守力与势能。

保守力 $\oint_L \boldsymbol{f} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0$

重力势能 $E_p = mgh$

万有引力势能 $E_p = -\frac{Gm_1m_2}{r}$

弹簧的弹性势能 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

保守力与势能函数 $\boldsymbol{f} = -\nabla E_p$

(9) 机械能守恒。质点系在运动过程中，若只有保守内力做功，则系统的机械能守恒。

(10) 角动量。质点相对于某个固定点的角动量 $\boldsymbol{L}$ 定义为

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$$

它等于质点相对于该固定点的位矢 $\boldsymbol{r}$ 与质点动量 $\boldsymbol{p}$ 的叉乘，即 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{p}$ 的矢量积。

角动量的大小为 $L = rp\sin\varphi$

式中，φ 为位矢 $\boldsymbol{r}$ 与动量 $\boldsymbol{p}$ 间的夹角。

角动量的方向既与位矢 $\boldsymbol{r}$ 垂直，又与速度 $\boldsymbol{v}$ 垂直。它垂直于位矢与速度这两个矢量所确定的平面。

(11) 角动量定理。质点所受到的外力矩等于质点角动量对时间的变化率，即

$$\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

质点系的角动量定理:质点系所受到的合外力矩等于该质点系角动量对时间的变化率,即

$$\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$$

式中,$\boldsymbol{M} = \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{M}_{j外}$ 为质点系所受的合外力矩;$\boldsymbol{L} = \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{L}_j$ 为质点系的角动量。

角动量定理中,力矩和角动量必须相对于惯性系中同一个定点来计算。

(12) 角动量守恒。如果质点系受到的对某一定点的合外力矩为零,则该质点系对该定点的角动量守恒。

1.2 习题解答

1-1 一球沿斜面向上滚动,t 秒后与出发点的距离为 $s = 3t - t^2$(m),(1) 求球的初速度;(2) 它何时开始向下滚动?

解 (1) 球做一维运动。建立坐标系,以沿斜面向上为正,原点位于出发点。将 s 对时间求导,得到其速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = 3 - 2t$$

将 $t=0$ 代入得到球初速度的大小为 $v_0 = 3(\mathrm{m/s})$

(2) 当球的速率为零时,它开始向下滚动。令 $v=0$,代入速度的表达式,有

$$3 - 2t = 0$$

解得

$$t = 1.5(\mathrm{s})$$

即在 1.5s 时,球开始向下滚动。

1-2 质点在 $x-y$ 平面内运动,其运动方程为 $x = a\cos\omega t, y = b\sin\omega t$,其中 a、b、ω 为常数,求:(1) 质点的运动轨迹;(2) t 时刻质点的速度和加速度。

解 (1) 由运动方程消去时间 t 可得:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

这是质点的轨道方程,由轨道方程可以判断该质点的运动轨迹为一椭圆,如图 1-1 所示。

(2) 将运动方程写为矢量式得

$$\boldsymbol{r} = a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

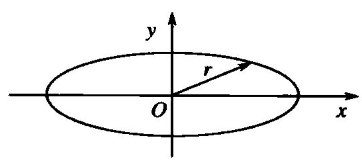


图 1-1 习题 1-2 用图

将上式对时间求导,得到速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = -a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i} + b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

加速度等于速度对时间的一阶导数,故

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = -a\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i} - b\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j} = -\omega^2\boldsymbol{r}$$

1-3 一质点沿螺线 $r = a\theta$ 运动,r 是质点位矢的大小,θ 为质点位矢与 x 轴的夹角,a 为常数。已知 θ 随时间 t 变化的函数关系为 $\theta = \omega t$,ω 为常数,求 t 时刻该质点的速度。

解 如图 1-2 所示直角坐标系中,质点的运动方程为

$$x = r\cos\omega t = a\omega t\cos\omega t$$

$$y = r\sin\omega t = a\omega t\sin\omega t$$

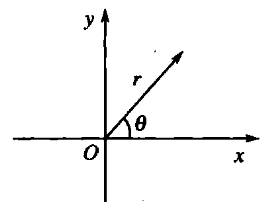


图 1-2 习题 1-3 用图

速度的 x、y 分量为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = a\omega\cos\omega t - a\omega^2 t\sin\omega t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = a\omega\sin\omega t + a\omega^2 t\cos\omega t$$

t 时刻该质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = a\omega(\cos\omega t - \omega t\sin\omega t)\boldsymbol{i} + a\omega(\sin\omega t + \omega t\cos\omega t)\boldsymbol{j}$$

1-4 已知质点的运动方程为 $x = r(1 - \cos\omega t)$，$y = r(\sin\omega t - \omega t)$，其中 r、ω 为常数，求质点的速度与加速度。

解 质点位置矢量为 $\boldsymbol{r} = r(1 - \cos\omega t)\boldsymbol{i} + r(\sin\omega t - \omega t)\boldsymbol{j}$

将位矢对时间求导，得到质点速度为

$$\boldsymbol{v} = r\omega\sin\omega t\boldsymbol{i} + r\omega(\cos\omega t - 1)\boldsymbol{j}$$

将速度对时间求导得到质点的加速度为

$$\boldsymbol{a} = r\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i} - r\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

1-5 如图 1-3 所示，在堤岸顶上用绳子拉小船。设岸顶离水面的高度为 20m，收绳子的速度恒定，大小为 3m/s，且保持不变，若在船与岸顶的距离为 40m 时开始计时，求在 t = 5s 时刻小船的速度与加速度。

解 (1) 船做一维运动。建立如图 1-3 所示坐标系，取 x 轴水平向右为正，原点位于堤岸的底部。设船的速度为 v，由船到岸顶的绳长为 s，岸顶离水面的高度为 h。由几何关系得

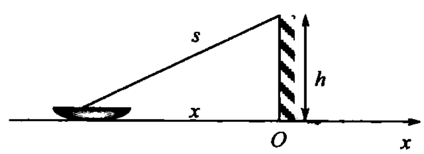


图 1-3 习题 1-5 用图

$$s^2 = x^2 + h^2$$

将上式对时间求导得 $$2s\frac{ds}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}$$

求得 $$v = \frac{dx}{dt} = \frac{s}{x}\frac{ds}{dt}$$

其中，$\frac{ds}{dt} = -3\text{m/s}$。由题意可知，初始时刻，$s_0 = 40\text{m}$，那么 t 时刻的 s 值为

$$s = s_0 + \frac{ds}{dt}t = 40 - 3t$$

$t = 5s$ 时， $$s = 40 - 3 \times 5 = 25(\text{m})$$

此时船的坐标为 $$x = -\sqrt{s^2 - h^2} = -\sqrt{25^2 - 20^2} = -15(\text{m})$$

船速度的大小为 $$v = \frac{dx}{dt} = \frac{s}{x}\frac{ds}{dt} = -\frac{25}{15} \times (-3) = 5(\text{m/s})$$

方向沿 x 轴正向，水平向右。

(2) 由(1)中船速得 $v = \frac{s}{x}\frac{ds}{dt} = -\frac{s}{\sqrt{s^2 - h^2}}\frac{ds}{dt} = \frac{3s}{\sqrt{s^2 - h^2}}$

由上式得到 $$\frac{dv}{ds} = -3h^2(s^2 - h^2)^{-\frac{3}{2}}$$

将速度对时间求导得 $$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=9h^2(s^2-h^2)^{-\frac{3}{2}}$$

代入 $t=5\mathrm{s}$ 时的绳长值,得到此时船的加速度:

$$a=9\times20^2\times(25^2-20^2)^{-\frac{3}{2}}=1.1(\mathrm{m/s^2})$$

加速度方向沿 x 轴正向,水平向右。

1-6 汽车 A 以 20m/s 的恒定速度向东驶向某路口。当它通过该路口时,在路口正北方向距其 40m 处,汽车 B 由静止开始以 2.0m/s² 的恒定加速度向南行驶。经过 6.0s,求:(1) B相对于 A 的位矢;(2) B 相对于 A 的速度;(3) B 相对于 A 的加速度。

解 (1) 在地面上建立如图 1-4 所示坐标系,汽车 A 速度恒定,其位矢为

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}}=20t\boldsymbol{i}$$

汽车 B 由静止开始以 $2\mathrm{m/s^2}$ 的恒定加速度向南行驶,其位矢为

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}=(40-t^2)\boldsymbol{j}$$

汽车 B 相对于汽车 A 的位矢

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{\mathrm{B}}-\boldsymbol{r}_{\mathrm{A}}=(40-t^2)\boldsymbol{j}-20t\boldsymbol{i}$$

当 $t=6\mathrm{s}$ 时, $\boldsymbol{r}=-120\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$

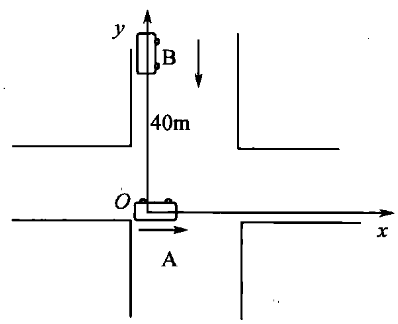


图 1-4 习题 1-6 用图

(2) 汽车 B 相对于汽车 A 的速度

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-20\boldsymbol{i}-2t\boldsymbol{j}$$

当 $t=6\mathrm{s}$ 时, $\boldsymbol{v}=-20\boldsymbol{i}-12\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s})$

(3) 汽车 B 相对于汽车 A 的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-2\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s^2})$$

1-7 棒球比赛中,球以 35m/s 的速度离开球棒,若不被接住,将落在 72m 远处。一名队员在离球出发点 98m 处,他用 0.50s 判断了一下球的飞行方向,之后向球跑去,请根据计算判断,该队员能否在球落地前接住这个球。

解 设球被抛出的抛射角为 θ,其射程为

$$X=\frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$$

将已知条件代入,得 $$\sin 2\theta=\frac{gX}{v_0^2}=\frac{9.81\times72}{35^2}=0.58$$

解得 $$\theta_1=17.6°,\quad \theta_2=72.4°$$

球在空中的飞行时间为 $$t=2v_0\sin\theta/g$$

当 $\theta_1=17.6°$时,球的飞行时间为

$$t_1=2v_0\sin\theta_1/g=2.16(\mathrm{s})$$

接球所用的时间为 2.16-0.5=1.66s,球员如果能够接住球,他跑步速度的最小值为

$$v_{\min}=(98-72)/1.66=15.7(\mathrm{m/s})$$

这个数值大于短跑的世界纪录成绩,他不可能跑这么快,因此他接不着球。

当 $\theta_2=72.4°$时,球的飞行时间为

$$t_2 = 2v_0\sin\theta_2/g = 6.80(\mathrm{s})$$

接球所用的时间为 $6.8-0.5=6.3(\mathrm{s})$,球员要接住球,他跑步速度的最小值为

$$v'_{\min} = (98-72)/6.3 = 4.13(\mathrm{m/s})$$

球员跑步速度可以达到此值,他可以接到球。

1-8 一斜坡与水平面成 α 角,在其上某点 P 以速率 v_0 向坡上投掷物,如图 1-5 所示。要想将物体投得最远,那么物体被投出时其速度与斜坡所成的角度 φ 应为多大(忽略空气阻力)?

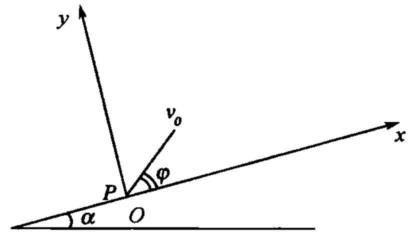


图 1-5 习题 1-8 用图

解 建立如图 1-5 所示坐标系,物体的加速度分量为

$$g_x = -g\sin\alpha$$
$$g_y = -g\cos\alpha$$

物体的初速度的分量为

$$v_{0x} = v_0\cos\varphi, v_{0y} = v_0\sin\varphi$$

物体的运动方程为

$$x = v_0\cos\varphi t - \frac{1}{2}g\sin\alpha t^2$$

$$y = v_0\sin\varphi t - \frac{1}{2}g\cos\alpha t^2$$

物体落在斜坡上,则 $y=0$。解得物体的飞行时间为

$$t = \frac{2v_0\sin\varphi}{g\cos\alpha}$$

将之代入 x 轴的运动方程,得

$$x = \frac{v_0^2}{g\cos^2\alpha}[\sin(\alpha+2\varphi) - \sin\alpha]$$

x 随 φ 变化。由此式可以看出,$\alpha + 2\varphi_0 = \pi/2$ 时,x 最大。因此,所求角度为

$$\varphi_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

1-9 三个质点 A、B、C 分别沿各自的圆周轨道运动,且轨道半径均为 5m。计时开始时,三者均在逆时针运动,此时它们加速度的大小及方向分别由图 1-6(a)、(b)、(c)给出。设三个质点的切向加速度保持不变,求 $t=2\mathrm{s}$ 时刻三个质点的速度。

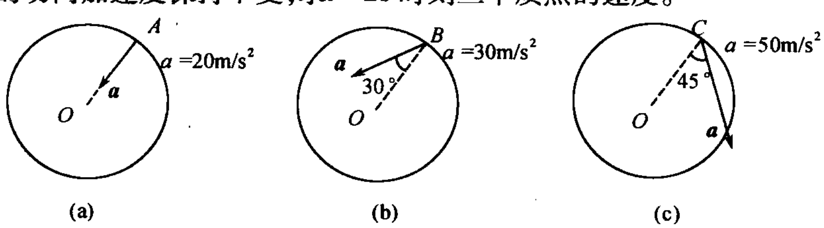


图 1-6 习题 1-9 用图

解 (1)图(a)中质点A加速度方向沿半径指向圆心,它做逆时针方向的匀速圆周运动,其速度大小为

$$v_a = \sqrt{a_n r} = \sqrt{20\times5} = 10(\mathrm{m/s}) \quad (逆时针运动)$$

(2) 将图(b)中质点B的加速度沿法向和切向分解得到

切向加速度大小 $a_t = a\sin30° = 30\times0.5 = 15(\mathrm{m/s^2})$

法向加速度大小 $a_n = a\cos30° = 30\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}(\mathrm{m/s^2})$

质点的运动初速度值为$v_0 = \sqrt{a_n r} = \sqrt{15\times\sqrt{3}\times5} = 11.4(\mathrm{m/s})$

$t=2\mathrm{s}$时,质点的运动速度值为

$$v_b = v_0 + a_t t = 11.4 + 15\times2.0 = 41.4(\mathrm{m/s}) \quad (仍然逆时针运动)$$

(3) 由图(c)得到质点C的法向和切向加速度分别为

$$a_t = a\sin45° = 50\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2}(\mathrm{m/s^2})$$

$$a_n = a\cos45° = 50\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2}(\mathrm{m/s^2})$$

质点的运动初速度值为$v_0 = \sqrt{a_n r} = \sqrt{25\times\sqrt{2}\times5} = 13.3(\mathrm{m/s})$

$t=2\mathrm{s}$时,质点的运动速度值为

$$v_c = v_0 - a_t t = -57.4(\mathrm{m/s}) \quad (顺时针运动)$$

1-10 质点做半径为2m的圆周运动,位置角与时间t的函数关系为$\theta(t)=60t-9t^2$(SI),求:(1) 物体圆周运动的角加速度;(2) $t=3\mathrm{s}$时物体加速度的大小;(3) 该质点多长时间后速率为零。

解 (1) 将$\theta(t)$对时间求导,得质点运动的角速度为

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 60 - 18t$$

将角速度对时间求导得角加速度为 $\beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = -18(\mathrm{rad/s^2})$

(2) 将$t=3\mathrm{s}$代入角速度的表达式,解得此时角速度

$$\omega = 60 - 18\times3 = 6(\mathrm{rad/s})$$

因此向心加速度和切向加速度分别为

$$a_n = r\omega^2 = 2\times6^2 = 72(\mathrm{m/s^2})$$

$$a_t = r\beta = 2\times(-18) = -36(\mathrm{m/s^2})$$

加速度的大小为 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{72^2 + (-36)^2} = 80.5(\mathrm{m/s^2})$

(3) 质点速率为零时,其角速度大小也为零。令(1)问求得的角速度表达中$\omega=0$,

$$60 - 18t = 0$$

解得

$$t = 3.33(\mathrm{s})$$

1-11 一均匀细棒 AB 长为 $2L$，质量为 M。在细棒 AB 的垂直平分线上距 AB 距离为 h 处有一个质量为 m 的质点 P，如图 1-7(a) 所示。求细棒与质点 P 间万有引力的大小。

解 设细棒的线密度为 λ，在细棒上取长度为 $\mathrm{d}l$ 的质元，它距棒中点 C 的长度为 l，如图 1-7(b) 所示。质点 P 和这个质元间的万有引力大小为

$$\mathrm{d}f = G\frac{m\lambda \mathrm{d}l}{r^2}$$

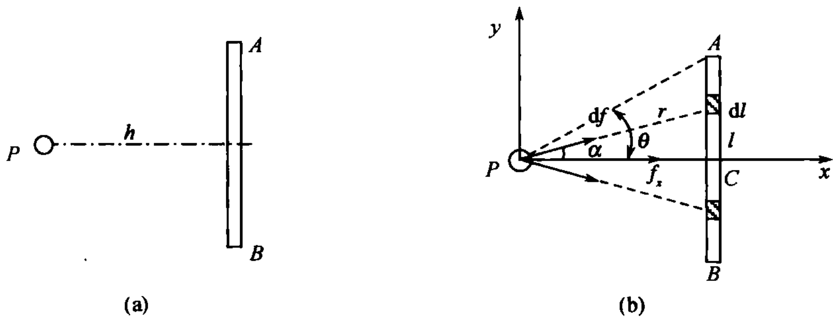


图 1-7 习题 1-11 用图

它在 x、y 轴上的分量为 $\mathrm{d}f_x = G\frac{m\lambda \mathrm{d}l}{r^2}\cos\alpha$，$\mathrm{d}f_y = G\frac{m\lambda \mathrm{d}l}{r^2}\sin\alpha$

式中 $r = \frac{h}{\cos\alpha}$，$l = h\tan\alpha$，$\mathrm{d}l = \frac{h}{\cos^2\alpha}\mathrm{d}\alpha$

化简得到 x 轴上的分量 $\mathrm{d}f_x = G\frac{m\lambda}{h}\cos\alpha\mathrm{d}\alpha$

根据对称性可知 $f_y = 0$。

设 PA 和 PC 间的夹角为 θ，通过积分，得到所求的引力大小为

$$f = f_x = 2\int_0^\theta G\frac{m\lambda}{h}\cos\alpha\mathrm{d}\alpha = 2G\frac{m\lambda}{h}\sin\theta = 2G\frac{m}{h}\frac{M}{2L}\frac{L}{\sqrt{h^2+L^2}} = \frac{GMm}{h\sqrt{h^2+L^2}}$$

1-12 置于水平面上质量为 20kg 的物块 A 通过滑轮组与质量为 5kg 的物块 B 相连，如图 1-8(a) 所示。忽略所有摩擦，求两个物块的加速度及绳中的张力。

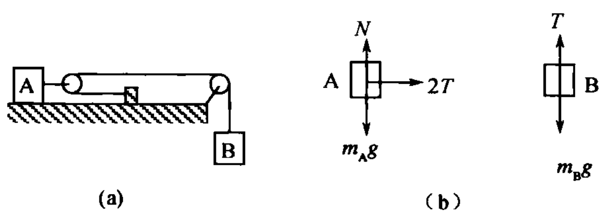


图 1-8 习题 1-12 用图

解 物体 A、B 受力分析如图 1-8(b) 所示。由牛顿第二定律，对于物体 A、B 可以列出方程

$$\mathrm{A}: 2T = m_A a_A$$
$$\mathrm{B}: m_B g - T = m_B a_B$$

两个物体加速度大小间的关系为　　$a_B = 2a_A$

联立上面三个方程解得两物体的加速度及绳中的张力分别为

$$a_A = \frac{2m_B g}{4m_B + m_A}$$

$$a_B = \frac{4m_B g}{4m_B + m_A}$$

$$T = \frac{m_A m_B g}{4m_B + m_A}$$

将题中已知数据代入,经计算得到所求加速度和张力的大小为

$$a_A = 2.45\text{m/s}^2,\quad a_B = 4.91\text{m/s}^2,\quad T = 24.5\text{N}$$

1-13　物体A质量为m,位于光滑的水平面上,通过轻绳绕过轻滑轮与下端固定、弹性系数为k的轻弹簧相连,如图1-9(a)所示。当弹簧处于原长时,以水平向右的恒力F由静止开始向右拉动物体,使之在水平面上向右滑动。求当物体移动的距离为l时,获得的速率为多大(弹簧的伸长在弹性限度内)?

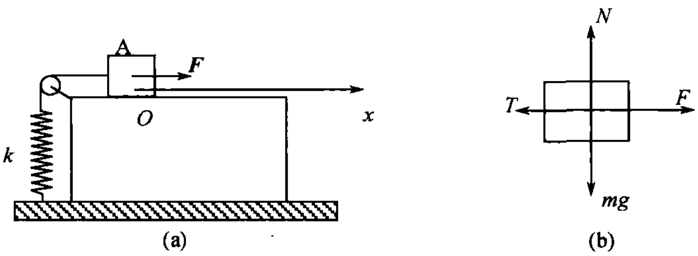


图1-9　习题1-13用图

解　以物体A为研究对象,受力分析如图1-9(b)所示。以水平向右为x轴的正向,取原点O位于物体A的起始位置处。由于弹簧、滑轮以及绳子的质量均可被忽略,且开始时,弹簧无伸长,故当物体A的坐标为x时,绳子对A的拉力为

$$T = kx$$

对物体A应用牛顿第二定律得到

$$F - kx = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = mv\frac{dv}{dx}$$

由初始条件可知,物体初速度为零,初始坐标为零。对上式积分

$$\int_0^l (F - kx)dx = \int_0^v mv dv$$

$$Fl - \frac{1}{2}kl^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2Fl - kl^2}{m}}$$

注:物体的速率应该为非负的实数,由求得的速率值有$2Fl - kl^2 \geq 0$,解得$F \geq \frac{kl}{2}$,题设条件下力F的最小值为$F_{\min} = \frac{kl}{2}$。

总结　利用牛顿定律解题的一般步骤为

（1）根据已知条件，分析各个物体的受力情况和运动状态。

对于问题涉及到的每个物体，画出它们的受力分析图，图中要清晰地画出物体受到的所有力的方向，并用符号标示所有的力。完成这一步后，要仔细分析物体的运动状态，包括物体运动的轨迹，速度、加速度的方向等。对于多体问题，特别要注意分析各个物体的位置之间、速度之间以及加速度之间的联系。

（2）选择方便的坐标系和研究对象，利用牛顿运动定律列方程。

坐标系的选择是非常重要的。这里有两点必须明确：第一，牛顿第二定律只适用于惯性系。第二，要选择较方便的坐标系，使得列出的方程尽量简单，便于求解。要在物体受力图上明确地标出坐标轴及其正方向。

选定物体列方程时，要记住牛顿第二定律是个矢量式，利用它列方程时，我们常常需要将之沿着所选定的各个坐标轴投影，列出牛顿第二定律的分量式，这时一定要注意将加速度和所有外力沿各个坐标轴投影后再写出沿各个方向的方程。

（3）解方程，求未知量。

（4）对所得结果进行分析，看它是否合理，在一些极限情况下是否与已知结论相符。

1-14　手持一均匀柔软的绳子，使其下垂，下端刚好与地面接触，如图1-10所示。现松开绳子的上端，使其下落，设绳子的线密度为λ，求绳子上端落下l的距离后，整根绳子对地面的压力。

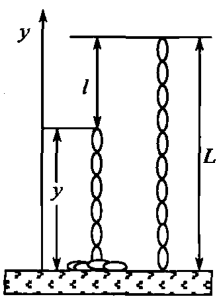


图1-10　习题1-14用图

解　设绳子的长度为L。取整根绳子为研究对象，它受到两个力的作用，一个是地面对绳子的作用力N，方向竖直向上；另外一个是地球对它的重力$mg=\lambda gL$，方向竖直向下。由牛顿第二定律

$$N-\lambda gL=\frac{\mathrm{d}(mv)}{\mathrm{d}t}=\frac{\lambda\mathrm{d}(yv)}{\mathrm{d}t}=\frac{\lambda\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}v+\frac{\lambda\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}y$$
$$=\lambda v^2-\lambda gy=\lambda 2gl-\lambda g(L-l)$$

解得
$$N=3\lambda gl$$

根据牛顿第三定律，整根绳子对地面的压力与地面对绳子的作用力大小相等，为$3\lambda gl$。

1-15　一个物体在圆筒底部边缘紧贴住筒侧面做圆周运动，如图1-11所示。已知圆筒底部光滑，半径为R；圆筒侧面与物体间的滑动摩擦系数为μ_k。若$t=0$时刻物体的速率为v_0。求：（1）t秒后物体运动的速率；（2）t秒内物体走过的路程。

解　（1）物体做圆周运动，其受力如图1-11所示，由牛顿定律得到沿运动轨道法向的方程

$$N=m\frac{v^2}{R} \qquad ①$$

沿运动轨道切向得到方程
$$-f=-\mu_k N=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \qquad ②$$

将式①代入式②，得到 $-\frac{\mu_k}{R}\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}v}{v^2}$

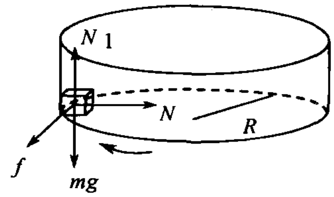


图1-11　习题1-15用图