

新世纪计算机基础教育丛书

丛书主编 谭浩强

实用数据结构

(第三版)

徐士良 马尔妮 编著



清华大学出版社

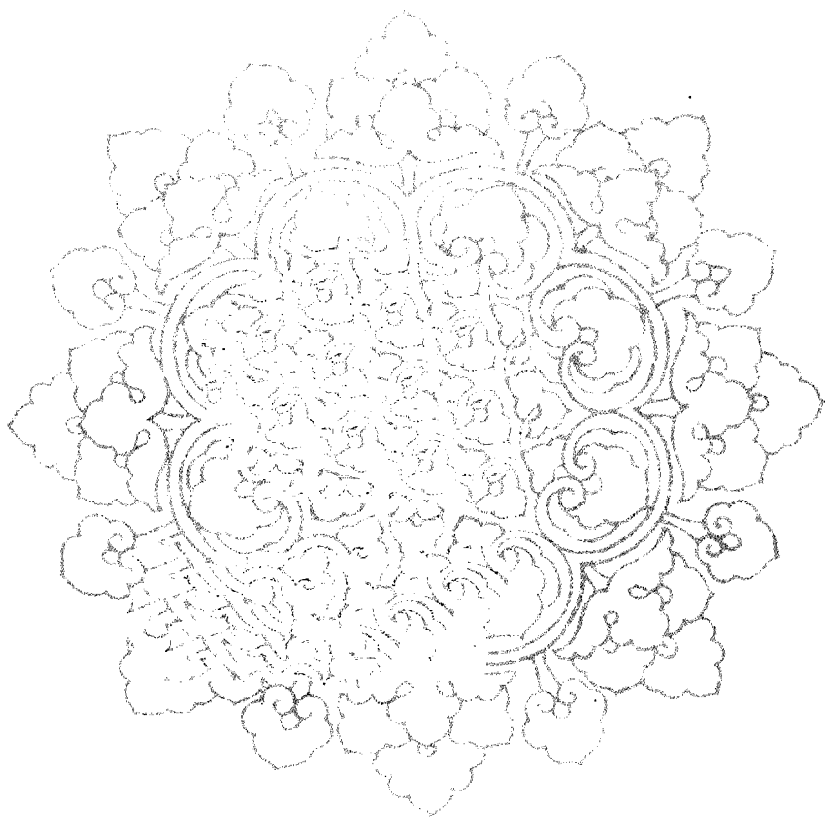
新世纪计算机基础教育丛书

丛书主编 谭浩强

实用数据结构

(第三版)

徐士良 马尔妮 编著



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是高等学校学生学习“数据结构”课程而编写的。书中介绍了数据处理领域中常用的数据结构及其主要的运算。主要内容包括：集合、算法以及数据结构的基本概念，线性表及其顺序存储结构，线性链表及其运算，索引存储结构，数组，树与二叉树，图，查找技术，Hash 表技术，排序技术。

本书通俗易懂，实例丰富。书中所有的算法均给出了 C/C++ 的描述。本书可作为学习数据结构课程的教材，也可作为自学教材或各类培训班的教材。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

实用数据结构 / 徐士良, 马尔妮编著. —3 版. —北京: 清华大学出版社, 2011.7

(新世纪计算机基础教育丛书)

ISBN 978-7-302-25402-7

I. ①实… II. ①徐… ②马… III. ①数据结构—高等学校—教材 IV. ①TP311.12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 071752 号

责任编辑: 焦 虹

封面设计: 李建庄

责任印制: 何 芊

出版发行: 清华大学出版社

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175

邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62795954, jsjic@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者: 北京季蜂印刷有限公司

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 185×260

印 张: 23

字 数: 569 千字

版 次: 2011 年 7 月第 3 版

印 次: 2011 年 7 月第 1 次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 35.00 元

产品编号: 039857-01

现代科学技术的飞速发展,改变了世界,也改变了人类的生活。

作为 21 世纪的大学生,应当站在时代发展的前列,掌握现代科学技术知识,调整自己的知识结构和能力结构,以适应社会发展的要求。新世纪需要具有丰富的现代科学知识,能够独立完成面临的任务,充满活力,有创新意识新型人才。

掌握计算机知识和应用,无疑是培养新型人才的一个重要环节。现在计算机技术已深入到人类生活的各个角落,与其他学科紧密结合,成为推动各学科飞速发展的有力的催化剂。无论什么专业的学生,都必须具备计算机的基础知识和应用能力。计算机既是现代科学技术的结晶,又是大众化的工具。学习计算机知识,不仅能够掌握有关知识,而且能培养人们的信息素养。这是高等学校全面素质教育中极为重要的一部分。

高校计算机基础教育应当遵循的理念是:面向应用需要;采用多种模式;启发自主学习;重视实践训练;加强创新意识;树立团队精神,培养信息素养。

计算机应用人才队伍由两部分人组成:一部分是计算机专业出身的计算机专业人才,他们是计算机应用人才队伍中的骨干力量;另一部分是各行各业中应用计算机的人员。这后一部分人一般并非计算机专业毕业,他们人数众多,既熟悉自己所从事的专业,又掌握计算机的应用知识,善于用计算机作为工具解决本领域中的任务。他们是计算机应用人才队伍中的基本力量。事实上,大部分应用软件都是由非计算机专业出身的计算机应用人员研制的。他们具有的这个优势是其他人难以代替的。从这个事实可以看到在非计算机专业中深入进行计算机教育的必要性。

非计算机专业中的计算机教育,无论目的、内容、教学体系、教材、教学方法等各方面都与计算机专业有很大的不同,绝不能照搬计算机专业的模式和做法。全国高等院校计算机基础教育研究会自 1984 年成立以来,始终不渝地探索高校计算机基础教育的特点和规律。2004 年,全国高等院校计算机基础教育研究会与清华大学出版社共同推出了《中国高等院校计算机基础教育课程体系 2004》(简称 CFC2004);2006 年、2008 年又共同推出了《中国高等院校计算机基础教育课程体系 2006》(简称 CFC2006)及《中国高等院校计算机基础教育课程体系 2008》(简称

CFC2008),由清华大学出版社正式出版发行。

1988年起,我们根据教学实际的需要,组织编写了《计算机基础教育丛书》,邀请有丰富教学经验的专家、学者先后编写了多种教材,由清华大学出版社出版。丛书出版后,迅速受到广大高校师生的欢迎,对高等学校的计算机基础教育起了积极的推动作用。广大读者反映这套教材定位准确,内容丰富,通俗易懂,符合大学生的特点。

1999年,根据21世纪的需要,在原有基础上组织出版了《新世纪计算机基础教育丛书》。由于内容符合需要,质量较高,被许多高校选为教材。丛书总发行量1000多万册,这在国内是罕见的。

最近,我们又对丛书作了进一步的修订,根据发展的需要,增加了新的书目和内容。本丛书有以下特点:

(1) 内容新颖。根据21世纪的需要,重新确定丛书的内容,以符合计算机科学技术的发展和教学改革的要求。本丛书除保留了原丛书中经过实践考验且深受群众欢迎的优秀教材外,还编写了许多新的教材。在这些教材中反映了近年来迅速得到推广应用的一些计算机新技术,以后还将根据发展不断补充新的内容。

(2) 适合不同学校组织教学的需要。本丛书采用模块形式,提供了各种课程的教材,内容覆盖了高校计算机基础教育的各个方面。丛书中既有理工类专业的教材,也有文科和经济类专业的教材;既有必修课的教材,也包括一些选修课的教材。各类学校都可以从中选择到合适的教材。

(3) 符合初学者的特点。本丛书针对初学者的特点,以应用为目的,以应用为出发点,强调实用性。本丛书的作者都是长期在第一线从事高校计算机基础教育的教师,对学生的基础、特点和认识规律有深入的研究,在教学实践中积累了丰富的经验。可以说,每一本教材都是他们长期教学经验的总结。在教材的写法上,既注意概念的严谨和清晰,又特别注意采用读者容易理解的方法阐明看似深奥难懂的问题,做到例题丰富,通俗易懂,便于自学。这一点是本丛书一个十分重要的特点。

(4) 采用多样化的形式。除了教材这一基本形式外,有些教材还配有习题解答和上机指导,并提供电子教案。

总之,本丛书的指导思想是内容新颖、概念清晰、实用性强、通俗易懂、教材配套。简单概括为:新颖、清晰、实用、通俗、配套。我们经过多年实践形成的这一套行之有效的创作风格,相信会受到广大读者的欢迎。

本丛书多年来得到了各方面人士的指导、支持和帮助,尤其是得到了全国高等院校计算机基础教育研究会的各位专家和各高校老师们的支持和帮助,我们在此表示由衷的感谢。

本丛书肯定有不足之处,希望得到广大读者的批评指正。

欢迎访问谭浩强网站: <http://www.tanhaoqiang.com>

丛书主编

全国高等院校计算机基础教育研究会会长

谭浩强

本次修订保持了第一、二版的特点,主要是在内容上作了如下几方面的调整:

(1) 在第1章中增加了集合方面的基本知识,对算法方面的基本知识内容作了适当的补充。

(2) 增加了线性表的索引存储结构一章。

(3) 根据读者的要求,所有的基本算法均采用C语言描述。考虑到学过C++语言的读者,最后用专门一小段附带给出算法的C++语言描述。

本书内容丰富,通俗易懂,实用性强。书中所有算法程序均在Visual C++ 6.0环境下调试通过。本书可作为高等学校的教材,也可作为从事计算机应用工作的科技人员的参考书。

由于作者水平有限,书中难免有错误或不妥之处,恳请读者批评指正。

作者

数据结构是一门学科,其内容是计算机软件技术的基础。随着计算机技术的发展,数据结构的内容也在不断更新。目前,数据结构的内容已经比较系统,基本反映了计算机软件技术中最基础的知识。

本书的书名为《实用数据结构》。作者认为,“实用”有两方面的含义:一是书中的内容要实用;二是内容的表现形式要实用。此次对本书的修订主要是后者。书中所有的算法均采用 C++ 描述。由于 C++ 语言既可用于面向过程的程序设计,又支持面向对象的程序设计,因此,作者在对算法进行描述时,尽量采用最合适的程序设计方法。例如,对于基本的数据结构(如顺序存储与链式存储的线性表、栈、队列等)采用面向对象的方法,将数据与运算封装成类,以便在其他应用程序中直接使用;而对于同一批数据进行同类操作的各种算法(如对线性表的各种排序方法)采用面向过程的方法,将各种不同的算法用普通函数来描述。这样,书中的所有算法就可以直接在实际应用中方便地使用了。

本书实例丰富,内容精练,叙述通俗易懂,每章后面都安排了大量的练习,适用于高等学校学生作为学习数据结构的教材,也可供学习数据结构的读者作为自学教材。

由于时间紧迫与水平有限,书中难免有错误或不妥之处,恳请读者批评指正。

作 者

关于数据结构的书已经很多。但是有一个问题始终没有解决,即学习数据结构应具备哪些预备知识?是否一定要学习 PASCAL 语言或 C 语言后才能学习数据结构?在学习数据结构前是否一定要有一些离散数学或集合方面的基本概念与知识?学习本书所介绍的数据结构,这些预备知识都可以不要。本书的起点很低,适用的读者面很广。书中对每一种常用的数据结构都没有从抽象的定义出发,也没有涉及基本理论与计算机的专业知识。本书在介绍一种数据结构时,总是从实例出发,通过对实例的分析、讲解,使读者总结出每一种数据结构的特点及其应用,掌握数据结构的基本概念。当然,为了更有效地学习数据结构,读者应已经初步学会了一种程序设计语言,但并不局限于 PASCAL 语言或 C 语言。在本书中,用一种最简单的描述语言来描述对数据结构的运算;但为了方便于学过 C 语言的读者,对每一个算法都给出了 C 语言描述。如果读者没有学过 C 语言,可以不看 C 语言的描述也可以通过阅读用 C 语言描述的算法顺便学习 C 语言。

本书强调实用。书中所有的算法都用 C 语言编程调试过。

全书共分 9 章。

第 1 章从两个实例着手,介绍了数据结构的基本概念以及算法方面的考虑,并给出了本书主要使用的一种算法描述语言。

第 2 章介绍了一般的线性表、栈、队列等最基本的数据结构,并讨论了这些在顺序存储结构下的主要运算,介绍了栈与队列的主要应用;最后还讨论了字符串匹配问题。

第 3 章介绍了线性表的链式存储结构及其运算,并主要讨论了线性链表在多项式运算中的应用。

第 4 章讨论了数组的顺序存储结构、规则矩阵的压缩,以及稀疏矩阵的三列二维数组表示与十字链表表示。

第 5 章介绍了树与二叉树的基本概念,并主要讨论了二叉树的性质、二叉树的存储结构及其二叉树的遍历;最后还介绍了穿线二叉树的概念、表达式线性化的过程、最优二叉树用于编码等问题。

第 6 章简要介绍了图的基本概念、图的存储方式、图的两种主要遍历方法,最后讨论了最短距离问题的求解。

第 7 章介绍了工程中常用的查找方法,包括顺序查找、对分查找、分块查找、二叉排序树查找以及多层索引树查找等。

第 8 章介绍了 Hash 表的基本概念,重点介绍了几种常用的 Hash 表。

第 9 章介绍了各种排序的方法,还求解了拓扑分类的问题。

由于时间紧迫与水平有限,书中难免有错误或不妥之处,恳请读者批评指正。

作 者

目 录



第 1 章 绪论

1.1 集合	1
1.1.1 集合及其基本运算	1
1.1.2 自然数集与数学归纳法	3
1.1.3 笛卡儿积	5
1.1.4 二元关系	5
1.2 算法	7
1.2.1 算法的基本概念	7
1.2.2 算法设计基本方法	8
1.2.3 算法的复杂度分析	13
1.3 数据结构的基本概念	16
1.3.1 两个例子	16
1.3.2 什么是数据结构	19
1.3.3 数据结构的图形表示	21
1.3.4 线性数据结构与非线性数据结构	23
习题	23



第 2 章 线性表及其顺序存储结构

2.1 线性表的基本概念	25
2.1.1 什么是线性表	25
2.1.2 线性表的顺序存储结构——顺序表	26
2.1.3 顺序表的基本运算——插入与删除	28
2.1.4 顺序表类	31
2.2 栈及其应用	35
2.2.1 什么是栈	35
2.2.2 栈的顺序存储及其运算	37

2.2.3	顺序栈类	39
2.2.4	表达式的计算	42
2.3	队列及其应用	51
2.3.1	什么是队列	51
2.3.2	循环队列及其运算	52
2.3.3	循环队列类	55
2.3.4	队列的应用	59
2.4	字符串	66
2.4.1	字符串的基本概念	66
2.4.2	字符串匹配	67
	习题	72



第3章 线性链表

3.1	线性链表的基本概念	74
3.1.1	线性表顺序存储的问题	74
3.1.2	线性链表的存储结构	75
3.2	线性链表的插入与删除	79
3.2.1	线性链表的插入	79
3.2.2	线性链表的删除	81
3.2.3	线性链表类	83
3.3	带链的栈	88
3.3.1	带链栈及其基本运算	88
3.3.2	带链栈类	89
3.4	带链的队列	92
3.4.1	带链队列及其基本运算	92
3.4.2	带链队列类	94
3.5	循环链表	97
3.5.1	循环链表及其基本运算	97
3.5.2	循环链表类	99
3.6	多项式的表示与运算	102
	习题	110



第4章 线性表的索引存储结构

4.1	索引存储的概念	111
-----	---------------	-----

4.2 “顺序-索引-顺序”存储方式	112
4.3 “顺序-索引-链接”存储方式	113
4.4 多重索引存储结构	114
习题	115



第 5 章 数组

5.1 数组的顺序存储结构	116
5.2 规则矩阵的压缩	117
5.3 三列二维数组	120
5.3.1 稀疏矩阵的三列二维数组表示及其运算	121
5.3.2 三列二维数组表示的稀疏矩阵类	133
5.4 三元组链表	140
5.4.1 稀疏矩阵的三元组链表表示及其运算	140
5.4.2 三元组链表表示的稀疏矩阵类	148
5.5 十字链表	154
5.5.1 稀疏矩阵的十字链表表示	154
5.5.2 十字链表表示的稀疏矩阵类	158
习题	162



第 6 章 树与二叉树

6.1 树	164
6.2 二叉树及其基本性质	167
6.2.1 什么是二叉树	167
6.2.2 二叉树的基本性质	167
6.2.3 满二叉树与完全二叉树	168
6.3 二叉树的存储结构	170
6.4 二叉树的遍历	173
6.5 二叉链表类	176
6.6 穿线二叉树	179
6.6.1 穿线二叉树的概念	179
6.6.2 中序穿线二叉树	180
6.6.3 前序穿线二叉树	187
6.6.4 后序穿线二叉树	192
6.7 表达式的线性化	199

6.7.1	有序树的二叉树表示	199
6.7.2	表达式的线性化	200
6.8	最优二叉树及其应用	201
6.8.1	什么是最优二叉树	201
6.8.2	最优二叉树的构造	203
6.8.3	最优二叉树类	208
6.8.4	霍夫曼编码	210
	习题	211



第 7 章 图

7.1	图的基本概念	213
7.2	图的存储结构	214
7.2.1	关联矩阵	214
7.2.2	求值矩阵	215
7.2.3	邻接表	216
7.2.4	邻接多重表	220
7.3	图的遍历	221
7.3.1	纵向优先搜索法	221
7.3.2	横向优先搜索法	222
7.4	最短距离问题	225
7.5	图的邻接表类	232
	习题	239



第 8 章 查找技术

8.1	顺序查找	240
8.2	顺序存储的有序表	240
8.2.1	顺序有序表的对分查找	240
8.2.2	顺序有序表类	241
8.3	分块查找	246
8.4	二叉排序树	247
8.4.1	二叉排序树的基本概念	247
8.4.2	二叉排序树的插入	248
8.4.3	二叉排序树的删除	250
8.4.4	二叉排序树的查找	252
8.4.5	二叉排序树类	256

8.5 多层索引树查找	259
8.5.1 B ⁻ 树	259
8.5.2 B ⁺ 树	277
习题	295



第 9 章 Hash 表技术

9.1 Hash 表的基本概念	296
9.1.1 直接查找技术	296
9.1.2 Hash 表	297
9.1.3 Hash 码的构造	298
9.2 几种常用的 Hash 表	299
9.2.1 线性 Hash 表	299
9.2.2 随机 Hash 表	305
9.2.3 溢出 Hash 表	310
9.2.4 拉链 Hash 表	317
9.2.5 指标 Hash 表	324
习题	324



第 10 章 排序技术

10.1 互换类排序	326
10.1.1 冒泡排序	326
10.1.2 快速排序	329
10.2 插入类排序	332
10.2.1 简单插入排序	332
10.2.2 希尔排序	334
10.3 选择类排序	336
10.3.1 简单选择排序	336
10.3.2 堆排序	338
10.4 拓扑分类	341
10.5 其他排序方法简介	344
10.5.1 归并排序	344
10.5.2 基数排序	347
习题	348

参考文献	349
------------	-----

第 1 章 绪 论

1.1 集 合

1.1.1 集合及其基本运算

1. 集合的基本概念

所谓集合,是指若干个或无穷多个具有相同属性的元(元素)的集体。通常,一个集合名称用大写字母表示,而集合中的某个元素用小写字母表示。

如果集合 M 由 $n(n \geq 0)$ 个元素 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 组成,则称集合 M 为有限集。例如,大于 1 而小于 100 的所有整数构成的集合 A 为有限集。如果一个集合中有无穷多个元素,则称此集合为无限集。例如,所有整数构成的集合 $\mathbf{Z}$,所有实数构成的集合 $\mathbf{R}$,大于 0 而小于 1 的所有实数构成的集合 B 等均为无限集。不包括任何元素的集合称为空集。例如,大于 1 而小于 2 的整数构成的集合为空集。空集通常用 $\emptyset$ 表示。

如果 M 是一个集合, a 是集合 M 中的一个元素,则记作 $a \in M$,称元素 a 属于集合 M ;如果 a 不是集合 M 中的元素,则记作 $a \notin M$,称元素 a 不属于集合 M 。

对于一个集合,通常用以下两种方法表示。

(1) 列举法

用列举法表示一个集合是将此集合中的元素全部列出来,或者列出若干项但能根据规律可知其所有的元素。例如,上述举出的几个集合的例子可以用如下列举法表示:

大于 1 而小于 100 的所有整数的集合 A 可以表示为

$$A = \{2, 3, 4, \dots, 99\}, \text{有限集}$$

所有整数构成的集合 $\mathbf{Z}$ 可以表示为

$$\mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}, \text{无限集}$$

空集表示为

$$\emptyset = \{\}, \text{空集}$$

(2) 性质叙述法

用性质叙述法表示一个集合是将集合中的元素所具有的属性描述出来。例如:大于 1 而小于 100 的所有整数的集合 A 可以表示为

$$A = \{a \mid 1 < a < 100 \text{ 的所有整数}\}$$

所有整数构成的集合 $\mathbf{Z}$ 可以表示为

$$\mathbf{Z} = \{z \mid z \text{ 为一切整数}\}$$

大于 0 而小于 1 的所有实数构成的集合 B 可以表示为

$$B = \{b \mid 0 < b < 1 \text{ 的所有实数}\}$$

所有实数构成的集合 $\mathbf{R}$ 可以表示为

$$\mathbf{R} = \{r \mid r \text{ 为一切实数}\}$$

设 M 与 N 为两个集合。如果集合 M 中的每一个元素也都为集合 N 的元素,则称集合 M 为 N 的子集,记作 $M \subseteq N$ 或 $N \supseteq M$ 。如果 $M \subseteq N$,且 N 中至少有一个元素 $a \notin M$,则称 M 是 N 的真子集,记作 $M \subset N$ 或 $N \supset M$ 。如果 $M \subseteq N$ 且 $N \subseteq M$,则称集合 M 和集合 N 相等,记作 $M = N$ 。

2. 集合的基本运算

(1) 两个集合的并(union)

设有两个集合 M 和 N ,它们的并集记作 $M \cup N$,其定义如下:

$$M \cup N = \{\alpha \mid \alpha \in M \text{ 或 } \alpha \in N\}$$

即两个集合 M 与 N 的并集是指 M 与 N 中所有元素(去掉重复的元素)组成的集合。

(2) 两个集合的交(intersection)

设有两个集合 M 和 N ,它们的交集记作 $M \cap N$,其定义如下:

$$M \cap N = \{\alpha \mid \alpha \in M \text{ 且 } \alpha \in N\}$$

即两个集合 M 与 N 的交集是指 M 与 N 中所有共同元素组成的集合。

两个集合 M 与 N 的并、交均满足交换律,即

$$M \cup N = N \cup M$$

$$M \cap N = N \cap M$$

(3) 两个集合的差(difference)

设有两个集合 M 和 N , M 和 N 的差集记作 $M - N$,其定义如下:

$$M - N = \{\alpha \mid \alpha \in M \text{ 但 } \alpha \notin N\}$$

两个集合的差不满足交换律,即

$$M - N \neq N - M$$

例 1.1 设集合

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

$$B = \{d, e, f, g, h\}$$

则

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$A \cap B = \{d, e\}$$

$$A - B = \{a, b, c\}$$

$$B - A = \{f, g, h\}$$

对于集合的并、交、差有以下几个基本性质:

(1) 结合律

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

(2) 分配律

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

(3)

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

(4)

$$B \cap (A - B) = \Phi$$

$$(A \cap B) \cup (A - B) = A$$

3. 映射

定义 1.1 设 A, B 是两个非空集。如果根据一定的法则 f , 对于每一个 $x \in A$, 在 B 中都有唯一确定的元素 y 与之对应, 则称 f 是定义在 A 上而在 B 中取值的映射, 记作 $f: A \rightarrow B$ 。并将 x 与 y 的关系记作 $y = f(x)$ 。 x 称为自变元, y 称为在 f 作用下 x 的像。

集合 A 称为 f 的定义域, $f(A) = \{f(x) | x \in A\}$ 称为 f 的值域。

定义 1.2 设给定映射 $f: A \rightarrow B$, 且 $B = f(A)$ (即 f 的像充满整个 B)。如果对于每个 $y \in B$, 仅有唯一的 $x \in A$ 使 $f(x) = y$, 则称 f 有逆映射 f^{-1} (它是定义在 $f(A)$ 上而取值于 A 的映射)。当映射 $f: A \rightarrow f(A)$ 有逆映射时, 则称 f 是一一映射。

定义 1.3 若 A, B 两集合有一一映射 f 存在, 使 $f(A) = B$, 则称 A 与 B 成一一对应。

如果集合 A 与 B 为一一对应, 则称它们互相对等, 并记作 $A \sim B$ 。当两个集合互相对等时, 称它们有相等的浓度 (或相等的元素个数)。

例 1.2 设两集合为

$$A = \{1, 2, \dots, 10\} = \{x | 1 \leq x \leq 10 \text{ 的整数}\}$$

$$B = \{1, 2, \dots, 20\} = \{y | 1 \leq y \leq 20 \text{ 的整数}\}$$

若映射 $f: A \rightarrow B$ 为

$$y = 2x$$

其中定义域为 A , 值域为

$$f(A) = \{2, 4, 6, \dots, 20\}$$

显然, 映射 f 不是一一映射。

例 1.3 设两集合为

$$A = \{x | 0 \leq x \leq 4 \text{ 的所有实数}\}$$

$$B = \{y | 0 \leq y \leq 2 \text{ 的所有实数}\}$$

考虑映射 $f: A \rightarrow B$

$$y = \sqrt{x}$$

其中定义域为 A , 值域为 $f(A) = B$ 。

显然, f 为一一映射, 集合 A 与 B 互相对等, 即 $A \sim B$ 。

集合的对等满足以下性质:

(1) 自反性。即 $A \sim A$ 。

(2) 对称性。即若 $A \sim B$, 则 $B \sim A$ 。

(3) 传递性。即若 $A \sim B$ 且 $B \sim C$, 则 $A \sim C$ 。

1.1.2 自然数集与数学归纳法

由所有自然数所组成的集合