新课标

高考数学题型全归纳

（上册）

张永辉　主编

- 精选典型例题分析讲解
- 突出复习重点与难点
- 注重传授解题思路与技巧
- 深度把握各类题型的变化

清华大学出版社

新课标

高考数学题型全归纳

（上册）

张永辉　主编

清华大学出版社
北　京

内容简介

本书是为快速提高考生的解题水平和技巧而编写的高考第一轮复习用书.本书从历年高考真题和国内外的书刊资料中筛选出204个重要题型,归纳总结了各种题型的解题方法和技巧,旨在开拓考生的视野,提高考生的解题速度.

本书是一本可以让学生“看了就懂,懂了就会,会了就对”的高考备考指南,同时又是一本可以让老师备课变得轻松,又倍感亲切的教学参考工具书,适合参加高考的理科学生和程度较好的文科学生使用.

图书在版编目(CIP)数据

新课标高考数学题型全归纳(上册)/张永辉主编.—北京:清华大学出版社,2011.9

ISBN 978-7-302-26423-1

Ⅰ.①新… Ⅱ.①张… Ⅲ.①中学数学课-高中-题解-升学参考资料 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第164602号

责任编辑: 陈仕云
封面设计: 张　岩
版式设计: 文森时代
责任校对: 张兴旺
责任印制: 李红英

出版发行: 清华大学出版社　　**地　址:** 北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编:** 100084
社 总 机: 010-62770175　　**邮　购:** 010-62786544
投稿与读者服务: 010-62776969,c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈: 010-62772015,zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 北京鑫海金澳胶印有限公司
经　销: 全国新华书店
开　本: 185×260　**印　张:** 27　**字　数:** 624千字
版　次: 2011年9月第1版　**印　次:** 2011年9月第1次印刷
印　数: 1~5000
定　价: 45.00元

产品编号:041299-01

前　言

高考数学复习应该抓什么？众所周知首先应该抓基础，包括基本理论、基本概念和基本运算；其次应该抓解题方法和技巧．后者如何抓？许多人主张多做题，“熟读唐诗三百首，不会作诗也能吟”．诚然，多做题不失为一种方法，但不是捷径．经过多年教学实践，我们认为最有效的方法应该是抓题型．本书作者从历年的高考真题和国内外的书刊资料中通过认真分析，筛选出204个(其中：上册104个，下册100个)重要题型，然后归纳总结出各种题型的解题方法和技巧，旨在帮助广大考生在复习时起到事半功倍、举一反三、触类旁通的效果．

本书是一本为快速提高考生的解题水平和技巧而编写的应试图书，具有如下特点．

(1)遴选题型恰当，具有典型性、代表性、穿透性．所选题型有一定的难度与广度，同时注意与高考大纲(或复习说明)紧密结合．

(2)针对题型精选的例题所做的详尽分析和解答对考生很有启发性．尤其是“评注”部分，寥寥数语的点睛之笔，起到了拨云见日、开阔视野的作用．例题后呈现的变式题，循序渐进，符合学生的认知规律，并注重纵横联系，前呼后应，可以发现共同的本质特征．通过数学思想方法的高度提炼，研究并挖掘出重要解题模型，“秒杀”高考题，达到口述试题的从容境界．

(3)总结了一些全新的解题方法和技巧，可以大大提高学生的解题速度，拓宽解题思路．

本书是一本可以让学生“看了就懂，懂了就会，会了就对”的高考备考指南，同时又是一本可以让老师备课变得轻松，又倍感亲切的教学参考工具书，适合参加高考的理科学生和程度较好的文科学生在第一轮复习时研读使用．

本书从题型整理到编写再到多次校对和出版，其间经历了两年多时间．书中倾注了许多专家和一线教师的心血和创造性的工作，具体编写分工如下：张永辉老师，负责编写集合与常用逻辑用语、函数、导数与定积分、三角函数、平面向量、数列、不等式、立体几何、直线与圆的方程、圆锥曲线方程、算法初步、计数原理、概率与统计等章，并负责全书的校对工作；张尚仁老师，负责编写三角函数、计数原理、概率与统计、推理与证明、数系的扩充与复数的引入、选讲等内容，同时参与全书校对工作；徐宣庆老师，负责函数部分的编写和全书校对工作；徐贵冬老师，负责编写立体几何的三视图和几何模型、圆锥曲线中的定点、定值、最值和定直线的常见结论及模型，同时参与全书的校对工作；张宏卫老师，负责编写简易逻辑、导数与定积分、数列的通项公式与求和、双曲线和抛物线，以及相应章节的校对工作；王晓明老师，负责校对全书，并提出了许多宝贵的修改建议；张喜金老师，负责校对全书，尤其是对全书的考纲解读和命题趋势与探究部分进行逐字逐句分析和修订；何亚飞老师，负责校对全书各章节所涉及的解题方法和规律的提炼，在此表示感谢！

编者们虽倾心倾力，但限于能力和水平，难免有疏漏不妥之处，敬请广大读者和数学同行指正．

愿本书伴随着莘莘学子步入理想的大学！

张永辉
2011年7月

目　录

第三章 导数与定积分

第四章 三角函数

第七章 不等式

附录 变式题参考答案

第一章　集合与常用逻辑用语

第一节　集　　合

考纲解读

1. 了解集合的含义、元素与集合的属于关系;能用自然语言、图形语言和集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.
2. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集;在具体的情境中,了解全集与空集的含义.
3. 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.
4. 理解在给定集合中一个子集的含义,会求给定子集的补集;能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算.

命题趋势探究

有关集合的高考试题,考查重点是集合与集合之间的关系与运算,考试形式多以一道选择题为主,分值5分.近年来的试题加强了对集合的计算化简的考查,并向无限集发展,考查学生的抽象思维能力,在解决这些问题时,要注意运用韦恩图和特殊值法解题,加强集合表示方法的转化和化简的训练.

预测2012年高考,将继续体现本章知识的工具性作用,多以小题形式出现,也有可能会渗透在解答题的表达之中,相对独立.具体估计为:

(1)以选择题或填空题形式出现;

(2)热点是集合的基本概念、集合的基本运算、韦恩图的使用和集合语言的工具的作用.

知识点精讲

一、集合的有关概念

1. 集合的定义

某些指定对象的部分或全体构成一个集合.构成集合的元素除了常见的数、式、点等

心得体会

数学对象外,还可以是其他对象.

2. 集合元素的特征

(1)确定性:集合的元素必须是确定的,任何一个对象都能明确判断出它是否为该集合的元素.

(2)互异性:集合中任何两个元素都是互不相同的,即同一个元素在同一个集合中不能重复出现.

(3)无序性:集合与其组成元素的顺序无关.如$\{a,b,c\}=\{a,c,b\}$.

3. 集合的常用表示法

集合的常用表示法有:列举法、描述法、图示法(韦恩图)和区间法.

4. 常用数集的表示

$\mathbf{R}$—实数集　$\mathbf{Q}$—有理数集　$\mathbf{Z}$—整数集　$\mathbf{N}$—自然数集　$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$—正整数集

二、集合与集合的关系

1. 元素与集合之间的关系

元素与集合之间的关系包括属于(记作 $a\in A$)和不属于(记作 $a\notin A$)两种.

空集:不含有任何元素的集合,记作$\varnothing$.

2. 集合与集合之间的关系

(1)包含关系.

子集:如果对任意 $a\in A\Rightarrow a\in B$,则集合 A 是集合 B 的子集,记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$,显然 $A\subseteq A$.规定,$\varnothing\subseteq A$.

(2)相等关系.

对于两个集合 A 与 B,如果 $A\subseteq B$,同时 $B\subseteq A$,那么集合 A 与 B 相等,记作 $A=B$.

(3)真子集关系

对于两个集合 A 与 B,若 $A\subseteq B$,存在 $b\in B$,但 $b\notin A$,则集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A\subsetneqq B$.

三、集合的基本运算

集合的基本运算包括集合的交集、并集和补集,如表 1-1 所示.

1. 交集

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$,即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$.

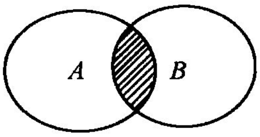
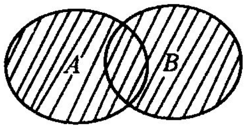
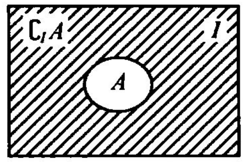
2. 并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B$,即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.

3. 补集

已知全集 I,集合 $A\subseteq I$,由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做集合 A 相对于集合 I 的补集,记作 $\complement_I A$,即 $\complement_I A=\{x\mid x\in I$ 且 $x\notin A\}$.

表 1-1

交集	并集	补集
$\cap$	$\cup$	$\complement_I A$
$A\cap B=\{x\mid x\in A,且\ x\in B\}$	$A\cup B=\{x\mid x\in A,或\ x\in B\}$	$\complement_I A=\{x\mid x\in I,且\ x\notin A\}$
		

四、集合运算中常用的结论

1. 集合中的逻辑关系

(1)交集的运算性质.

$$A\cap B=B\cap A,A\cap B\subseteq A,A\cap B\subseteq B,A\cap I=A,A\cap A=A,A\cap\varnothing=\varnothing$$

(2)并集的运算性质.

$$A\cup B=B\cup A,A\cup B\supseteq A,A\cup B\supseteq B,A\cup I=I,A\cup A=A,A\cup\varnothing=A$$

(3)补集的运算性质.

$$\complement_I(\complement_I A)=A,\ \complement_I\varnothing=I,\ \complement_I I=\varnothing,(\complement_I A)\cap A=\varnothing,A\cup(\complement_I A)=I$$

补充性质:$A\cap B=A\Leftrightarrow A\cup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B\Leftrightarrow \complement_I B\subseteq \complement_I A\Leftrightarrow A\cap \complement_I B=\varnothing$

(4)结合律与分配律.

结合律:$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C,A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

分配律:$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C),A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

(5)反演律(德摩根定律).

$$\complement_I(A\cap B)=(\complement_I A)\cup(\complement_I B),\ \complement_I(A\cup B)=(\complement_I A)\cap(\complement_I B)$$

即　　　　“交的补=补的并”,“并的补=补的交”

(6)容斥原理.

记集合 A 中的元素个数为 $card(A)$,则有

$$card(A\cup B)=card(A)+card(B)-card(A\cap B).$$

$$card(A\cup B\cup C)=card(A)+card(B)+card(C)-card(A\cap B)-card(B\cap C)-card(A\cap C)+card(A\cap B\cap C).$$

2. 由 n 个元素组成的集合 A 的子集个数

A 的子集有 2^n 个,非空子集有 2^n-1 个,真子集有 2^n-1 个,非空真子集有 2^n-2 $(n\in\mathbf{N}^*)$个.

五、求解集合问题的思路

(1)对于集合问题,首先要确定属于哪一类集合(数集、点集等),然后再确定处理此类问题的方法.

(2)关于集合的运算,应把各参与运算的集合化简,然后进行运算.

(3)空集是一个特殊的集合,是任何集合的子集,也是任何非空集合的真子集,在解

心得体会

题中应注意不要忽略空集的情况.

(4)要建立数形结合的思想,尤其注意韦恩图的应用,韦恩图在解决元素属于哪一区域的问题时非常直观有效.

题型归纳及思路提示

题型1 集合的基本概念

【例 1.1】 (2007·全国Ⅰ理)设 $a,b\in\mathbf{R}$,集合 $\{1,a+b,a\}=\left\{0,\dfrac{b}{a},b\right\}$,则 $b-a=$( ).

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

【解析】 由题意知,$0\in\{1,a+b,a\}$,又 $a\neq0$,故 $a+b=0$,$\dfrac{b}{a}=-1$,可得 $a=-1$,$b=1$,$b-a=2$.故选 C.

【变式 1】 若 $A=\{1,3,x\}$,$B=\{x^2,1\}$,且 $A\cup B=\{1,3,x\}$,则这样的 x 的不同取值有( ).

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

【变式 2】 已知全集 $S=\{1,3,x^3-x^2-2x\}$,$A=\{1,|2x-1|\}$,若 $\complement_S A=\{0\}$,则这样的实数 x 是否存在?若存在,求出 x;若不存在,说明理由.

题型2 集合间的基本关系

思路提示:(1)判断两集合的关系常用两种方法:一是逻辑分析法,即先化简集合,再从表达式中寻找两集合的关系;二是用列举法表示各集合,从元素中寻找关系,这体现了合情推理的思维方法.

(2)已知两集合间的关系求参数时,关键是将两集合间的关系转化为元素的关系,进而转化为参数满足的关系,解决这类问题常利用数轴和韦恩图帮助分析.

一、集合关系判断问题

【例 1.2】 已知集合 $M=\{x|x=1+a^2,a\in\mathbf{N}^*\}$,$P=\{y|y=a^2-4a+5,a\in\mathbf{N}^*\}$,试判断 M 与 P 的关系.

【解析】 取 $a=1,2,3,4,\cdots,n$ 可得 $M=\{2,5,10,17,\cdots,1+n^2,\cdots\}$,$n\in\mathbf{N}^*$,$P=\{y|y=(a-2)^2+1,a\in\mathbf{N}^*\}=\{1,2,5,10,17,\cdots,n^2-4n+5,\cdots\}$,$n\in\mathbf{N}^*$,可见集合 M 中的元素都是集合 P 中的元素,但集合 P 中的元素 1 不在集合 M 中,所以$M\subsetneqq P$.

【评注】 列举法是解决本类题目的常用方法.

【变式 1】 若 $A=\{x|x=4n+1,n\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x|x=4n-3,n\in\mathbf{Z}\}$,$C=\{x|x=8n+1,n\in\mathbf{Z}\}$,则 A,B,C 之间的关系为( ).

A. $C\subsetneqq B\subsetneqq A$　　B. $A\subsetneqq B\subseteq C$　　C. $C\subsetneqq A=B$　　D. $A=B=C$

【变式 2】 设集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k}{2}+\dfrac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$N=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,则( ).

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$　　C. $M\supsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

【例 1.3】 设 $A=\{x|x^2-8x+15=0\}$，$B=\{x|ax-1=0\}$.

(1)若 $a=\dfrac{1}{5}$，试判断集合 A 与 B 的关系；

(2)若 $B\subseteq A$，求实数 a 组成的集合 C.

【分析】 (1)先求集合 A，由 $a=\dfrac{1}{5}$再求集合 B，确定 A 与 B 的关系.

(2)解方程 $ax-1=0$，建立 a 的关系式求 a，从而确定集合 C.

【解析】 (1)由 $x^2-8x+15=0$，得 $x=3$ 或 $x=5$，所以 $A=\{3,5\}$.

若 $a=\dfrac{1}{5}$，由 $ax-1=0$，得$\dfrac{1}{5}x-1=0$，即 $x=5$，所以 $B=\{5\}$，故 $B\subsetneqq A$.

(2)因为 $A=\{3,5\}$，又 $B\subseteq A$.

①当 $B=\varnothing$ 时，则方程 $ax-1=0$ 无解，则 $a=0$；

②当 $B\neq\varnothing$ 时，则 $a\neq 0$，由 $ax-1=0$，得 $x=\dfrac{1}{a}$，所以$\dfrac{1}{a}=3$ 或$\dfrac{1}{a}=5$，

即 $a=\dfrac{1}{3}$或 $a=\dfrac{1}{5}$，故集合 $C=\left\{0,\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{5}\right\}$.

【评注】 (1)研究集合的子集问题时应时刻想到$\varnothing$，因为空集是任何集合的子集.

(2)含参数的一元一次方程 $ax=b$ 解的确定：

当 $a\neq 0$ 时，方程有唯一实数解 $x=\dfrac{b}{a}$；

当 $a=b=0$ 时，方程有无数多个解，可以为任意实数；

当 $a=0$ 且 $b\neq 0$ 时，方程无解.

二、已知集合间的关系，求参数的取值范围

【例 1.4】 已知集合 $A=\{x|-3<x<6\}$，$B=\{x|x\leqslant a,a\in\mathbf{R}\}$，若 $A\subseteq B$，则 a 的取值范围是____________.

【解析】 由 $A\subseteq B$，如图 1-1 所示得 $a\geqslant 6$.

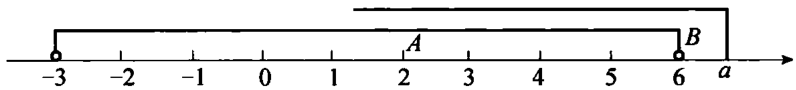


图　1-1

【变式 1】 (2009・上海理，2)已知集合 $A=\{x|x\leqslant 1\}$，$B=\{x|x\geqslant a\}$，且 $A\cup B=\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是__________.

【变式 2】 (2011・北京理，1)已知集合 $P=\{x|x^2\leqslant 1\}$，$M=\{a\}$，若 $P\cup M=P$，则 a 的取值范围是(　　).

A. $(-\infty,-1]$　　B. $[1,+\infty)$

C. $[-1,1]$　　D. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

【例 1.5】 已知集合 $A=\{x|x^2-3x-10\leqslant 0\}$，集合 $B=\{x|p+1\leqslant x\leqslant 2p-1\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 p 的取值范围.

【解析】 由 $A=\{x|x^2-3x-10\leqslant 0\}$，得$-2\leqslant x\leqslant 5$，欲使 $B\subseteq A$，应有

(1)当 $B=\varnothing$，即 $p+1>2p-1$ 时，解得 $p<2$.

(2)当 $B\neq\varnothing$时，如图 1-2 所示，

心得体会

$p+1\leqslant 2p-1\Rightarrow p\geqslant 2$.

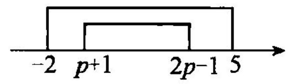


图 1-2

由 $B\subseteq A$，得 $\begin{cases}-2\leqslant p+1\\2p-1\leqslant 5\end{cases}\Rightarrow -3\leqslant p\leqslant 3$，所以 $2\leqslant p\leqslant 3$.

综上所述，p 的取值范围是 $p\leqslant 3$.

【评注】 由 $B\subseteq A$，勿忘 $B=\varnothing$（空集是任何集合的子集）.

三、集合子集个数问题

【例 1.6】 已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5,x\in\mathbf{Z}\}$，则集合 A 的子集个数为________.

【分析】 本题应首先确定集合 A 中元素的个数，再求其子集的个数.

【解析】 集合 $A=\{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$，共 8 个元素，则集合 A 的子集的个数为 $2^8=256$ 个.

【例 1.7】 已知集合 M 满足 $\{1,2\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3,4\}$，求集合 M 及其个数.

【解析】 由 $\{1,2\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3,4\}$，可知集合 M 是集合 $\{1,2\}$ 与集合 $\{3,4\}$ 任一子集的并集，即求集合 $\{3,4\}$ 的子集的个数 $2^2=4$.

【变式 1】 已知集合 M 满足 $\{1,2\}\subsetneqq M\subseteq\{x\mid x\leqslant 10,x\in\mathbf{N}^*\}$，求集合 M 的个数.

题型 3　集合的运算

思路提示：凡是遇到集合的运算（并、交、补）问题，应注意对集合元素属性的理解，数轴和韦恩图是进行交、并、补运算的有力工具，数形结合是解集合问题的常用思想. 解题时，要先把集合中各种形式的元素化简，使之明确化，并尽可能地借助数轴、直角坐标系或韦恩图等工具，将抽象的代数问题具体化、直观化，然后运用数形结合的思想解决.

一、集合元素属性的理解

【例 1.8】 已知集合 $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,y=\sqrt{9-x^2}\right\}$，则 $M\cap N=$（　　）.

A. $\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$　　B. $\{x\mid 1\leqslant x<3\}$

C. $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$　　D. $\{x\mid 1<x<4\}$

【分析】 在进行集合运算之前，首先要识别集合，即认清集合中元素的特征，判断 M、N 是数集还是点集，是数集要化简集合，是点集要解方程组，从而使集合的特征明确. 在本题中，集合 M 是函数的值域；集合 N 是函数的定义域.

【解析】 $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}=\{y\mid y\geqslant 1\}$，

$N=\left\{x\mid y=\sqrt{9-x^2}\right\}=\{x\mid 9-x^2\geqslant 0\}=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 3\}$，

所以 $M\cap N=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，故选 C.

【评注】 凡是遇到集合的运算（并、交、补）问题，应注意对集合元素属性的理解，如集合 $\{y\mid y=f(x),x\in A\}$ 是函数的值域，是数集，可通过求函数值域化简集合；集合 $\{(x,y)\mid y=f(x),x\in A\}$ 是点集，表示函数 $y=f(x)$ 图像上的所有点的集合. 再如集合 $M=\{y\mid x^2+y^2=1,x,y\in\mathbf{R}\}$，可以理解为单位圆上点的纵坐标的取值范围 $\{y\mid -1\leqslant y\leqslant 1\}$，表示的是数集 $[-1,1]$；$N=\{(x,y)\mid x^2-y=0,x,y\in\mathbf{R}\}$ 表示的是曲线 $x^2-y=0$，即抛物线 $y=x^2$ 上的所有点构成的集合，它表

心得体会

示的是点集，故有 $M\cap N=\varnothing$. 另如 $M=\{(x,y)|x^2+y^2=4\}$，$N=\{y|y=x\}$，则有 $M\cap N=\varnothing$，而易错为 $M\cap N=\{(-\sqrt{2},-\sqrt{2}),(\sqrt{2},\sqrt{2})\}$.

【变式 1】 设全集 $I=\{(x,y)|x,y\in\mathbf{R}\}$，集合 $M=\left\{(x,y)|\frac{y-3}{x-2}=1\right\}$，$N=\{(x,y)|y\neq x+1\}$，那么 $(\complement_I M)\cap(\complement_I N)=($　　$)$.

A. $\varnothing$　　B. $\{(2,3)\}$

C. $(2,3)$　　D. $\{(x,y)|y=x+1\}$

【变式 2】 (2010・北京理，1)集合 $P=\{x\in\mathbf{Z}|0\leqslant x<3\}$，$M=\{x\in\mathbf{R}|x^2\leqslant 9\}$，则 $P\cap M=($　　$)$.

A. $\{1,2\}$　　B. $\{0,1,2\}$

C. $\{x|0\leqslant x<3\}$　　D. $\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$

【变式 3】 (2009・山东济宁)已知 $M=\{x|y=x^2-1\}$，$N=\{y|y=x^2-1\}$，那么 $M\cap N=($　　$)$.

A. $\varnothing$　　B. M　　C. N　　D. $\mathbf{R}$

【变式 4】 已知集合 $A=\{(x,y)|x^2+mx-y+2=0,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)|x-y+1=0,0\leqslant x\leqslant 2\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，求实数 m 的取值范围.

二、利用数轴法求解集合运算问题

【例 1.9】 (2008・天津理，6)设集合 $S=\{x||x-2|>3\}$，$T=\{x|a<x<a+8\}$，$S\cup T=\mathbf{R}$，则 a 的取值范围是(　　).

A. $-3<a<-1$　　B. $-3\leqslant a\leqslant -1$

C. $a\leqslant -3$ 或 $a\geqslant -1$　　D. $a<-3$ 或 $a>-1$

【分析】 借助数轴表示集合 S 和集合 T，求解参数的取值范围.

【解析】 因为 $S=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$，$T=\{x|a<x<a+8\}$，集合 S、T 在数轴上的表示如图 1-3 所示，因为 $S\cup T=\mathbf{R}$，所以 $\begin{cases}a<-1\\a+8>5\end{cases}$，可得 $-3<a<-1$，故选 A.

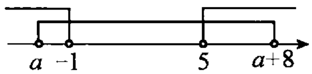


图　1-3

【变式 1】 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x|x<-1$ 或 $x>4\}$，那么集合 $A\cap(\complement_U B)=($　　$)$.

A. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 4\}$　　B. $\{x|x\leqslant 3$ 或 $x\geqslant 4\}$

C. $\{x|-2\leqslant x\leqslant -1\}$　　D. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$

【变式 2】 已知集合 $M=\left\{x|\frac{x+3}{x-1}<0\right\}$，$N=\{x|x\leqslant -3\}$，则集合 $\{x|x\geqslant 1\}=($　　$)$.

A. $M\cap N$　　B. $M\cup N$

C. $\complement_{\mathbf{R}}(M\cap N)$　　D. $\complement_{\mathbf{R}}(M\cup N)$

心得体会

三、韦恩图在集合运算中的应用

【例 1.10】 设U为全集，M、P是两个非空集合，定义M与P的差集$M-P=\{x|x\in M且x\notin P\}$，则$M-(M-P)=$（　　）.

A. P　　B. $M\cap P$

C. $M\cup P$　　D. M

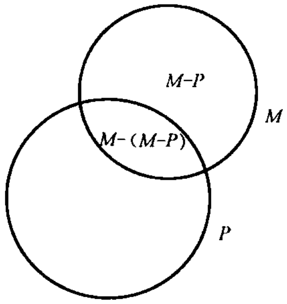


图 1-4

【分析】 本题可利用题中所给定义$M-P$表示从集合M中去掉属于集合P的元素解题.

【解析】 ①当$M\cap P\neq\varnothing$时，根据题意作韦恩图解题，如图 1-4 所示，$M-(M-P)=M\cap \complement_U(M\cap \complement_U P)=M\cap P$.

②当$M\cap P=\varnothing$时，$M-(M-P)=M-M=\varnothing=M\cap P$.

综上，$M-(M-P)=M\cap P$，故选 B.

【评注】 利用并、交、补的概念，凡是遇到抽象的集合运算题都可利用韦恩图求解.

【变式 1】 (2011·湖南文，1)设全集$U=M\cup N=\{1,2,3,4,5\}$，$M\cap \complement_U N=\{2,4\}$，则$N=$（　　）.

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1,3,5\}$　　C. $\{1,4,5\}$　　D. $\{2,3,4\}$

【变式 2】 某班级共有 30 人，其中 15 人喜爱篮球，8 人喜爱足球，两项都不喜爱的有 8 人，则喜爱篮球但不喜爱足球的有__________人.

【例 1.11】 如图 1-5 所示，I是全集，A、B、C是它的子集，则阴影部分所表示的集合是（　　）.

A. $(A\cap B)\cap C$

B. $(A\cap \complement_I B)\cap C$

C. $(A\cap B)\cap \complement_I C$

D. $(\complement_I B\cup A)\cap C$

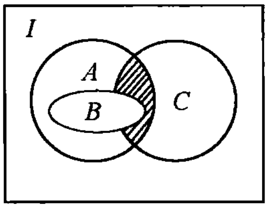


图 1-5

【分析】 本题考查利用韦恩图表述集合关系的理解.

【解析】 图 1-5 中阴影部分为A与C的公共部分，即$A\cap C$中去掉属于B的那部分元素后剩余元素组成的集合，即$(A\cap C)\cap(\complement_I B)=(A\cap \complement_I B)\cap C$，故选 B.

【评注】 对于韦恩图表述的集合应做如下理解：阴影涉及到谁，就是交谁；涉及不到谁，就交谁的补集.

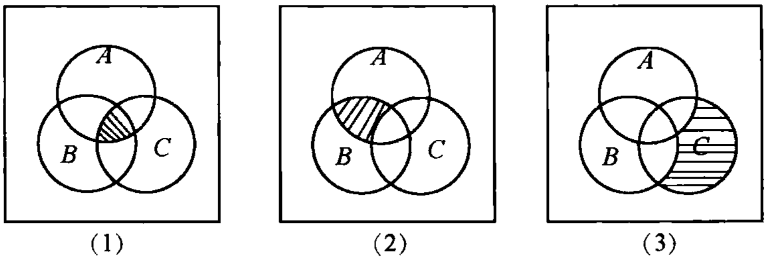


图 1-6

如图 1-6 所示分别表示：(1)$A\cap B\cap C$；(2)$A\cap B\cap(\complement_I C)$；(3)$(\complement_I A)\cap(\complement_I B)\cap C$或$\complement_I(A\cup B)\cap C$.

心得体会

【变式 1】（2011·江西文,2）若全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$M=\{2,3\}$，$N=\{1,4\}$，则集合 $\{5,6\}$ 等于（　　）.

A. $M\cup N$　　B. $M\cap N$

C. $(\complement_U M)\cup(\complement_U N)$　　D. $(\complement_U M)\cap(\complement_U N)$

【变式 2】（2011·辽宁理,2）已知 M,N 为集合 I 的非空子集，且 M,N 不相等，若 $N\cap\complement_I M=\varnothing$，则 $M\cup N=$（　　）.

A. M　　B. N　　C. I　　D. $\varnothing$

四、以集合为载体的创新题

【例 1.12】（2009·北京文,14）设 A 是整数集的一个非空子集，对于 $k\in A$，如果 $k-1\notin A$ 且 $k+1\notin A$，那么称 k 是 A 的一个孤立元，给定 $S=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，由 S 的 3 个元素组成的所有集合中，不含孤立元的集合共有________个.

【解析】由孤立元的定义，若 t 不是 A 的孤立元，t 应满足 $t-1\in A$ 或 $t+1\in A$，故满足 S 的 3 个元素构成的不含孤立元的集合分别为 $\{1,2,3\}$、$\{2,3,4\}$、$\{3,4,5\}$、$\{4,5,6\}$、$\{5,6,7\}$ 和 $\{6,7,8\}$，共 6 个.

【变式 1】（2010·北京文,20）已知集合 $S_n=\{X|X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$x_i\in\{0,1\},i=1,2,\cdots,n\}(n\geqslant 2)$，对于 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)\in S_n$，定义 A 与 B 的差为：

$A-B=(|a_1-b_1|,|a_2-b_2|,\cdots,|a_n-b_n|)$，

A 与 B 之间的距离为 $d(A,B)=\sum\limits_{i=1}^{n}|a_i-b_i|$.

(1)当 $n=5$ 时，设 $A=(0,1,0,0,1)$，$B=(1,1,1,0,0)$，求 $A-B$ 和 $d(A,B)$；

(2)证明：$\forall A,B,C\in S_n$，有 $A-B\in S_n$，且 $d(A-C,B-C)=d(A,B)$.

【变式 2】（2007·北京理,20）已知集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_k\}(k\geqslant 2)$，其中 $a_i\in\mathbf{Z}$ $(i=1,2,\cdots,k)$，由 A 中的元素构成两个相应的集合：$S=\{(a,b)|a\in A,b\in A,a+b\in A\}$，$T=\{(a,b)|a\in A,b\in A,a-b\in A\}$，其中 (a,b) 是有序数对，集合 S 和 T 中的元素个数分别为 m 和 n. 若对于任意的 $a\in A$，总有 $-a\notin A$，则称集合 A 具有性质 P.

(1)检验集合 $\{0,1,2,3\}$ 与 $\{-1,2,3\}$ 是否具有性质 P，并对具有性质 P 的集合，写出相应的集合 S 和 T；

(2)对任何具有性质 P 的集合 A，证明：$n\leqslant\dfrac{k(k-1)}{2}$.