

彈性力學

徐 芝 倫 譯
吳 永 祺

龍門聯合書局印行

國庫券
 額面 31,000
 発行 昭和 37,500

彈 性 力 學

S. Timoshenko 原著

徐 芝 綸 譯
吳 永 禎

龍 門 聯 合 書 局 印 行



数据加载失败，请稍后重试！

弁 言

1. 原書名“Theory of Elasticity”，應譯為“彈性學”或“彈性論”。但國內各大學中，關於這一學科的課程，向稱“彈性力學”，且常用這本書為教本或主要參考書；書中所講述的，又全是應用彈性學之數學理論以解決工程力學的問題，而不是研究物質的“彈性”。因此，譯為“彈性力學”較為恰當。

2. 本書內容精簡，敘述詳明，所用的數學也並不太高深，且極注重工程上的應用，因此，不但適於作大學教本，給工程師們參考也極為適合。

3. 原書於1934年出版後，迄未再版，公式和符號很多訛誤，甚至有整個公式被遺漏的，本書中都已更正或補列。錯誤較大之處，並加以註明，一般的筆誤則只予以更正而沒有特別指出。

4. 本書所用譯名，除極少數外，都是遵用前國立編譯館所編訂的“物理名詞”“數學名詞”和“機械工程名詞”。土木工程名詞則採用一般教本中所通用者。書末附有漢英索引，可供參考。

5. 腳註中的參考論文、書籍、和著者姓名都保留原文。因為，譯成中文，不但無用，而且對於打算參考該項文獻的讀者反多不便。

6. 原書之標題索引及著者索引所佔篇幅太多，本書略加刪簡，與“漢英名詞對照”合併而成“漢英索引”，按中文筆畫次序排列，附於書末。凡人名之譯名後緊接有腳註者，都不再列入索引中。

7. 譯者拙於文詞，每不能暢達原意，而且屬稿倉促，難免疏漏，尚望讀者時加指正！

譯 者

一九五一年五月於上海交通大學

原 序

近年來，彈性力學已被廣泛地應用以解決工程問題。在許多情形下，材料力學中的初等方法不能充分顯示工程結構中的應力分佈，於是必須借重彈性力學中更強有力的方法。關於梁之荷載及支點附近的局部應力，初等理論就不能給人以足夠的資料；用以考察各維同階的物體中的應力分佈，也告失效。圓滾和軸承珠中的應力，只有用彈性力學中的方法才能求得。梁或軸之截面如有劇烈的變化，則變化處的應力也無法用初等理論來研究。如所周知，在凹角處有高度的應力集中，因而裂痕就會從該處開始，結構受有反覆應力時更是如此。機件在工作時的斷裂，也大都是此種裂痕所致。

近年來，對於解決這種實用上極為重要的問題已大有進展。有些問題雖還沒有嚴格的解答，但已有近似法可用。在另一些情形下，解答可由實驗方法得來，如用以解答二維彈性力學問題的偏光彈性法就是一例，許多大學和工業研究試驗室現在都已有了偏光彈性設備。實驗證明，對於截面之劇烈變化處及凹角之尖銳內圓角處的應力集中，用偏光彈性法來研究，特別有效。毫無疑義，這些結果已經大大地影響了近代的機械設計，並在許多情形下幫助改進了製造方法，以消除可能發生裂痕的弱點。

另一個用實驗方法解決彈性力學問題而告成功的實例，就是用皂泡法確定柱形桿在扭轉或彎曲時的應力。於此，“在指定的邊界條件下解答偏微分方程”的難題，即成為量度“適當地被伸張及受荷載的皂泡”之撓度及斜度。實驗證明，這樣不但可以看到應力分佈的輪廓，而且可以得到關於應力數量的必需資料，而此項資料對於實際應用也足夠準確。

此外，電喻法可用以研究變直徑的軸中靠近內圓角或直槽處的扭應力；鈹之彎曲的問題與二維彈性力學問題兩者之間的相似性，亦被用以解答重要的工程問題而告成功。

編著本書的目的，在將彈性力學之必需的基本知識，以簡單的方式，貢獻給工程師們。此處還搜集一些實用上很重要的問題之解答，並敘述一些求解彈性力學問題的近似法和實驗方法。

爲了注意彈性力學之實際應用，那些只有理論價值而目前工程上尙無直接應用的材料都被略去，以便多討論一些特殊問題。只有仔細地研究這些問題，並將準確研究的結果與初等材料力學中的近似解答相比較，設計者才能對工程結構中的應力分佈有透澈的了解，並學會應用這些分析應力的嚴格方法。

在討論特殊問題時，多半採用直接確定應力的方法而應用表以應力成分的相容方程。這一方法，就通常僅對應力數量感興趣的工程師們來講，是較爲熟悉的。適當地引用應力函數，則這一方法也常較那應用“表以位移成分的平衡方程”者爲簡單。

在許多情形下，也用了解答彈性力學問題的能量法。這樣，研究某些積分之極小條件就代替了求解偏微分方程。應用雷次法，則這一變分學的問題又簡化爲求某一函數之極小值的簡單問題。這樣就可得到許多重要實用問題之近似解答。

爲了便於講述，本書從二維問題之討論開始；稍後，在讀者對於求解彈性力學問題的各種方法業已熟習之後，再討論三維問題。書中某些部份，在實用上雖屬重要，但在第一次閱讀時可以省略者，即用小字排印。讀者可在讀完本書中最重要部份之後再研究此類問題。

數學推演都用極淺近的形式，一般並不需要比工程學校中所講授的數學知識爲多。對於某些較爲複雜的問題，所有必需的解釋及中間的演算都全部列出，使讀者可以毫無困難地讀完全部推演。只有在極少數的情形下是僅列舉最後結果而沒有全部演算，但也指出了可以找到該項演算的必需參考文獻。

關於彈性力學的參考論文和書籍，凡是可能有實用的重要性者，都在腳註內列出。這些參考資料，對於打算更仔細地研究某些特殊問題的工程師們，可能是有用的。同時，這些參考資料描繪出彈性力學之近代發展輪廓，對於打算從事於此項工作的研究生也可能有些用處。

編著本書時，曾大量地引用另一本先出書籍⁽¹⁾的內容；該書代表俄國某些工程學校中所採用的彈性力學教材。

提摩盛科(S.Timoshenko)

密歇根大學(University of Michigan)

一九三三年十二月

(1) "Theory of Elasticity," vol. I, St. Petersburg, Russia, 1914.

記 號

- x, y, z 直角座標。
 r, θ 極座標。
 R, ψ, θ 球面座標。
 N 物體表面之向外法線。
 l, m, n 向外法線之方向餘弦。
 A 截面積。
 I_x, I_y 截面對於 x 軸及 y 軸的慣矩。
 I_p 截面之極慣矩。
 g 重力加速度。
 ρ 密度。
 q 連續分佈荷載之強度。
 p 壓力。
 X, Y, Z 每單位體積內的體力成分。
 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ 每單位體積上的面力成分。
 M 彎矩。
 M_t 轉矩。
 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 平行於 x, y , 及 z 軸的正應力成分。
 σ_n 平行於 n 的正應力成分。
 σ_r, σ_θ 極座標中的沿徑及切線正應力。
 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ 柱座標中的正應力成分。
 $\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z$ 。
 τ 剪應力。
 $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ 直角座標中的剪應力成分。

$\tau_{r\theta}$ 極座標中的剪應力成分。

$\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}, \tau_{rz}$ 柱座標中的剪應力成分。

S 某一平面上的總應力。

u, v, w 位移成分。

ϵ 單位伸長。

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 在 x, y , 及 z 方向的單位伸長。

$\epsilon_r, \epsilon_\theta$ 極座標中的沿徑及切線單位伸長。

$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$ 體積膨脹。

γ 剪應變。

$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ 直角座標中的剪應變成分。

$\gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}, \gamma_{rz}$ 柱座標中的剪應變成分。

E 張彈性模數或壓彈性模數。

G 剪彈性模數。剛性模數。

ν 泊松比。

$\mu = G, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ 拉密常數。

ϕ 應力函數。

C 扭轉剛性。

θ 每單位長度的扭轉角。

$F = 2G\theta$ 用於扭轉問題。

V 應變能。

V_0 每單位體積中的應變能。

t 時間。

T 一段時間。溫度。

漢 英 索 引

二 畫 至 三 畫

- 二次曲面, surface of second degree, 174
二維問題, two-dimensional problem, 20, 25, 49, 154
三角形截面, triangular section, 222, 236, 279
三維問題, three-dimensional problem, 172
三維彈性力學, theory of elasticity in three dimensions, 203
子午截面, meridional cross section, 334
子午線, meridian, 261

四 畫

- 中和面, neutral surface, 38
中和軸, neutral axis, 39, 209
中間平面, middle plane, 295
內插, interpolation, 322
內圓角, fillet, 125, 243, 263
分佈荷載, distributed load, 39, 42
反射, reflection, 358
反演變換, inversion, 168
反撓面, anticlastic surface, 211
孔, hole, 53, 64, 72, 167
勻佈荷載, uniformly distributed load, 35

五 畫

- 主向, principal direction, 15
主面, principal plane, 174, 182

- 主軸, principal axes, 174, 181
主應力, principal stress, 15, 173
主應變, principal strain, 182
平面形變, plane deformation, 11, 154
平面波, plane waves, 368
平面諧函數, plane harmonic function, 155
平面應力, plane stress, 11, 155, 175
平衡方程, equations of equilibrium, 18, 50, 154, 183, 188, 195, 259, 287
布希涅斯克, J. Boussinesq, 93
正交曲線座標, curvilinear orthogonal coordinates, 160

- 正應力, normal stress, 3
卡門, Th. v. Kármán, 94
卡斯提安諾定理, Castigliano's Theorem, 188, 141

- 失效, failure, 130
半反演法, semi-inverse method, 215, 259, 266
半無限大物體, semi-infinite body, 305, 309
半無限大板, semi-infinite plate, 78, 84, 159

六 畫

- 圬工壩, masonry dam, 40
地震儀, seismograph, 370
各向同性體, isotropic body, 1, 6
有效寬度, effective width, 148
凹角, reentrant corner, 128, 243, 284

共軛諧函數, conjugate harmonic functions, 157
 多值, many-valued, 62, 109, 110
 多連體, multiply-connected body, 62, 111, 191
 多項式, polynomial, 25, 290
 成分, components
 位移 $\sim\sim$,—of displacement, 5, 158
 振動 $\sim\sim$,—of vibration, 117
 應力 $\sim\sim$,—of stress, 3, 49
 應變 $\sim\sim$,—of strain, 5, 59, 163
 曲率, curvature, 39, 97, 280, 284
 曲桿, curved bar, 54, 66
 曲線矩形, curvilinear rectangle, 169, 171
 曲線座標, curvilinear coordinates, 160
 艾雷應力函數, Airy stress function, 23

七 畫

位移, displacement, 5, 29, 59, 69, 82, 87, 157, 187, 219, 308
 冷卻, cooling, 191
 冷軋銅, cold-rolled copper, 1
 皂泡法, soap-film method, 245, 281
 均勻伸長, uniform extension, 12
 均勻形變, homogeneous deformation, 178
 均勻應力, uniform stress, 17, 25, 203
 均勻體, homogeneous body, 1
 局部化, localized, 74
 局部應力, local stress, 94, 302 (見應力集中)
 形變, deformation, 1, 5
 平面 $\sim\sim$, plane—, 11
 均勻 $\sim\sim$, homogeneous—, 178
 無旋 $\sim\sim$, irrotational—, 867
 軸對稱 $\sim\sim$, axially symmetrical—, 326

塑性 $\sim\sim$, plastic—, 80, 200, 228
 $\sim\sim$ 勢能, potential energy of—, 128

赤道, equator, 304
 扭心, center of twist, 219, 280
 扭轉, torsion (twist), 207, 215
 扭轉角, angle of twist, 207, 219
 扭轉剛性, torsional rigidity, 221
 初應力, initial stress, 62, 111, 200
 貝塞爾函數, Bessel's function, 327

八 畫

波, waves
 平面 $\sim$, plane—, 368
 表面 $\sim$, surface—, 370
 無旋 $\sim$, irrotational—, 367
 畸變 $\sim$,—of distortion, 367
 膨脹 $\sim$,—of dilatation, 367
 橫 $\sim$, transverse—, 368
 縱 $\sim$, longitudinal—, 368
 $\sim$ 之反射, reflection of—, 358
 $\sim$ 之能量, energy of—, 356, 370
 $\sim$ 之傳播, propagation of—, 353, 370
 $\sim$ 之疊加, superposition of—, 357
 弦, string, 133, 228
 空心軸, hollow shaft, 249
 屈伏, yielding, 80, 130, 201, 227
 附加曲率, additional curvature, 97
 泊松比, Poisson's ratio, 7, 211
 尼科爾稜晶, Nicol prism, 117
 沿徑分佈, radial distribution, 78
 沿徑位移, radial displacement, 59
 沿徑應力, radial stress, 49
 沿徑應變, radial strain, 59
 法線方向, normal direction, 14
 拉密, G. Lamé, 62
 拉普拉斯方程, Laplace equation, 155
 拉普拉斯算子, Laplace operator, 288

非各向同性, anisotrop-, 1
表面波, surface waves, 370
表面能, surface energy, 137
直角座標, rectangular coordinates, 25
虎克定律, Hooke's law, 6

九 畫

面力, surface force, 3
面素, element of surface, elemental area, 2
柯克爾, E. G. Coker, 117, 120
柱形桿, prismatical bar,
~~~之扭轉, torsion of—, 215  
~~~之伸長, stretching of—, 204  
~~~之彎曲, bending of—, 208, 266  
柱座標, cylindrical coordinates, 258, 287  
相差, phase difference, 118  
相容方程, compatibility equations, 20, 289  
相容條件, compatibility conditions, 21, 184  
英格利斯, C. E. Inglis, 77, 146, 168

## 十 畫

倫介, C. Runge, 241, 263  
剛性模數, modulus of rigidity, 9, 207  
剛體, rigid body, 30, 188  
庫倫, C. A. Coulomb, 215  
座標, coordinates  
正交曲線~~, orthogonal curvilinear—, 160  
直角~~, rectangular—, 25  
柱~~, cylindrical—, 258, 287  
球面~~, spherical—, 290  
極~~, polar—, 49

橢圓~~, elliptic—, 163  
流函數, stream function, 247  
流體動力學比擬, hydrodynamic analogy, 247  
海爾次, H. Herz, 321, 366  
差分方程, difference equation, 241  
射線, trajectory, 120  
迴轉體, body of revolution, 287  
扇形, sector of a circle, 235  
格烈斐斯, A. A. Griffith, 246  
矩形桿, rectangular bar, 228, 256, 272,  
矩形板, rectangular plate, 20, 25, 30  
疲乏破裂, fatigue cracks, 75  
破裂論, theory of rupture, 136  
約束條件, condition of constraint, 33, 61, 188, 208  
純剪, pure shear, 8, 17, 87  
純彎曲, pure bending, 26  
曲桿之~~~, —of curved bars, 54  
柱形桿之~~~, —of prismatical bars, 208  
板之~~~, —of plates, 212  
納維埃, Navier, 215  
起偏鏡, polarizer, 118

## 十一 畫

偏光彈性法, photo-elastic method, 116  
偏極化光, polarized light, 22, 117  
動能, kinetic energy, 370  
勒讓特方程, Legendre's equation, 291  
剪力影響, effect of shear, 35, 38  
剪彈性模數, modulus of elasticity in shear, 9  
剪應力, shearing stress, 3, 176  
剪應力線, lines of shearing stress, 228, 249  
剪應變, shearing strain, 6, 181



唯一性, uniqueness, 189

常扭轉角線, line of constant angle of twist, 264

強度, intensity, 2

張彈性模數, modulus of elasticity in tension, 6

接觸面, surface of contact, 316

接觸體, bodies in contact, 315, 320

梁之曲率, curvature of beams, 39, 77, 263

梁之彎曲, bending of beams:

狹矩形截面, narrow rectangular section, 30, 35, 39, 91

矩形截面, rectangular section, 272

圓截面, circular section, 269

橢圓截面, elliptic section, 271

其他截面, other cross section, 278, 279

梁之撓度, deflection of beam, 33, 38, 97, 284

梁中的剪應力, shearing stresses in beam, 31, 36, 40, 46, 97, 270, 271, 274, 283

梁腹, web of beam, 148, 246

梁翼, flange of beam, 148, 246

梁截面之翹曲, warping of cross sections of beam, 34, 284

旋轉圓盤, rotating disk, 63, 266

球形洞, spherical cavity, 303

球形容器, spherical container, 300

球面座標, spherical coordinates, 260

球體, sphere, 315, 325, 348

莫爾圓, Mohr's circle, 15, 87

泰勒, G. I. Taylor, 246

通用方程, general equations, 49, 287

通用定理, general theorem, 183

通式, general expression, 8

通解, general solution, 108, 113

連續荷載, continuous load, 39, 42

眼桿, eyebar, 114

符拉芒, Flamant, 78, 93

酚塑膠, phenolite, 119

## 十 二 章

傅立葉級數, Fourier series, 41, 135, 273

單色光, monochromatic light, 117, 215

單位伸長, unit elongation, 5

單值, single-valued, 62, 109, 111

單連體, simply connected body, 144, 191

軋化, annealing, 201

渦度, vorticity, 247

集中(見應力集中)

集中力, concentrated force, 46, 78, 89, 91, 103, 159, 298, 305

極小, minimum, 133, 143

極大, maximum, 133

極限應力, limiting stress, 130

極座標, polar coordinates, 49

極慣矩, polar moment of inertia, 215, 222

森維南原理, principle of Saint-Venant, 29

虛功原理, principle of virtual work, 131, 237

虛位移, virtual displacement, 131

普朗都, L. Prandtl, 225

最小功原理, principle of least work, 142

斯多克斯, G. G. Stokes, 91

斐冷, L. N. G. Filon, 94, 122, 329

無限大物體, infinite body, 298, 309

無限大板, infinite plate, 74, 103, 159

無旋波, irrotational waves, 367

無旋形變, irrotational deformation, 367



等高線, contour lines, 226, 246, 283  
 等傾線, isoclinic lines, 120  
 裂縫, cracks, 78, 136, 248  
 軸對稱形變, axially symmetrical deformation, 326  
 軸對稱應力分佈, axially symmetrical stress distribution, 52, 287  
 板, plate, 11  
 半無限大~, simi-infinite—, 78, 84, 159  
 矩形~, rectangular—, 20, 25  
 無限大~, infinite—, 74, 103, 159  
 ~之彎曲, bending of—, 212, 293  
 ~中的熱應力, thermal stress in—, 195

### 十三 畫

勢, potential, 23  
 勢能, potential energy, 128, 370  
 圓孔, circular hole, 64, 72, 248  
 圓柱體, circular cylinder, 324, 326, 339  
 圓筒, hollow circular cylinder, 53, 343  
 圓軸, circular shaft, 207, 258  
 圓板, circular plate, 293  
 圓環, circular ring, 109, 111  
 圓環段, circular ring sector, 330, 334  
 圓盤, circular disk, 63, 99, 206, 337  
 塑性形變, plastic deformation, 80, 200, 228  
 楔, wedge, 89, 115, 171  
 感應面積, influence area, 84  
 感應線, influence line, 84  
 碰撞, impact,  
 桿之縱向~~ longitudinal—of bars, 358  
 球體之~~, —of spheres, 325  
 ~~期間, duration of—, 326, 364  
 畸變, distortion, 130

畸變波, waves of distortion, 367  
 雷次, W. Ritz, 240  
 電喻, electrical analogy, 263  
 電勢梯度, voltage gradient, 264  
 解佛雷, G. B. Jeffery, 54

### 十四 畫

滾輥, rolling, 1, 191  
 滯流, viscous flow, 247  
 慣矩, moment of inertia, 31  
 歌西-雷曼方程, Cauchy-Riemann equations, 156  
 複變數, complex variable, 155  
 複變數函數, functions of a complex variable, 155, 222  
 維, dimensions  
 線~, linear—, 4  
 體~, —of a body, 4  
 疊加, superposition, 7, 191, 357  
 靜不定, statically indeterminate, 20, 143, 184  
 靜水壓, hydrostatic pressure, 10, 39  
 靜可能, statically possible, 138  
 靜等值, statically equivalent, 29, 92, 250  
 靜獨立, statically independent, 141

### 十五 畫

彈性, elasticity, 1  
 彈性弦, elastic string, 133  
 彈性常數, elastic constants, 9, 22  
 彈性體, elastic body, 1  
 寬梁翼, wide beam flange, 148  
 撓曲面, deflection surface, 123, 226  
 撓度, deflection  
 曲桿之~~, —of curved bars, 70  
 梁之~~, —of beams, 8, 34, 38, 135, 284

薄膜之~~, —of membrane, 225  
 ~~曲線, —curve, 33, 35, 98, 133, 210  
 槽, groove, 126, 225, 248  
 熱脹係數, coefficient of thermal expansion, 192  
 熱應力, thermal stress, 192, 337, 339, 348  
 熱應變, thermal strain, 192  
 膜喻法, method of membrane analogy, 123, 225  
 整環, complete ring, 62, 111  
 線性函數, linear function, 8, 187, 192, 203  
 線素, element of line, 33  
 諧函數, harmonic functions, 155, 157  
 鄧哈陶, J. P. Den Hartog, 123

## 十 六 畫

橢圓孔, elliptic hole, 77, 167, 248  
 橢圓座標, elliptic coordinates, 162, 166  
 橢圓積分, elliptic integral, 310  
 橢圓截面, elliptic section, 220, 271  
 膨脹波, waves of dilatation, 367  
 盤, disk, (見圓盤)  
 錐形軸, conical shaft, 262

## 十 七 畫

壓力, pressure, 53, 300, 315, 320,  
 壓力核心, center of compression, 301  
 應力, stress, 2, 172  
 平面~~, plane—, 11  
 正~~, normal—, 3  
 剪~~, shearing—, 3  
 ~~成分, components of—, 4  
 ~~函數, —function, 23, 50, 108, 216, 222, 267, 287  
 ~~集中, —concentration, 65, 74,

78, 123, 244, 303  
 ~~準面, stress-director surface, 174  
 ~~橢面, —ellipsoid, 174  
 應變, strain, 5, 179  
 ~~主軸, principal axes of—, 182  
 ~~主面, principal plane of—, 182  
 ~~成分, components of—, 5, 59, 163  
 ~~能, —energy, 128  
 ~~能法, strain-energy method, 128, 236

塞瓦德, F. Seewald, 94  
 賽璐珞, nitrocellulose (xylonite), 22, 111, 117

檢偏鏡, analyzer, 118  
 薄管, thin tube, 252  
 薄壁桿, thin-walled bar, 280  
 縱波, longitudinal waves, 368  
 螺旋彈簧, helical spring, 330  
 贅餘約束, redundant constraint, 141  
 鍵槽, keyway, 248, 292

## 十 八 畫

穩定熱流, steady heat flow, 199, 344  
 彎曲, warping, 34, 215, 219, 256, 284  
 簡沿徑分佈, simple radial distribution, 78  
 轉矩, torque, 219, 227, 261  
 轉動, rotation, 154, 165  
 軋製桿, rolled section, 242  
 邊界條件, boundary condition, 20, 184, 195, 217, 267

## 十九畫至二十五畫

懸臂梁, cantilever beam, 30, 206, 284  
 彎曲, bending (見梁之彎曲)  
 曲桿之~~, —of curved bars, 54,

66

柱形桿之~~, — of prismatical  
bars, 208, 266

板之~~ — of plates, 212, 293

懸臂梁之~~, — of cantilever, 30,  
266 284

彎曲中心, flexural center, 280

彎曲剛性, flexural rigidity, 213

體力, body force, 3, 50, 183

體素, element of body, 1, 3, 49, 172

體積膨脹, volume expansion, 10, 154,  
165, 182

體積膨脹模數, modulus of volume  
expansion, 10

壩, dam, 40

鐵邊, bead, 75