浙大优学

# 初中课外拓展训练

◎ 孙青儿 主编

# 变式提优

变式训练

提优训练

综合创新

# 数学

典型例题精讲评注，提优习题拓展训练，
多角度理解数学方法，促进学生向“智力型”发展

七年级下

SHUXUE

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

# 初中课外拓展训练
# 变式提优

## 数学（七年级下）

主　编　孙青儿

编　委　屠丹军　卢华伟　邵火强
叶伟亮　孙　科　钟建军
何勇明　史习舟　李雪松
孙亚明　汪　黎　华燕儿

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

初中课外拓展训练：变式提优. 数学. 七年级. 下/孙青儿主编.
—杭州：浙江大学出版社，2011.10

ISBN 978-7-308-09108-4

Ⅰ.①初… Ⅱ.①孙… Ⅲ.①中学数学课—初中—教
学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 187526 号

**初中课外拓展训练：变式提优　数学(七年级下)**

孙青儿　主编

**责任编辑**　夏晓冬
**封面设计**　刘依群
**出版发行**　浙江大学出版社
（杭州市天目山路 148 号　邮政编码 310007）
（网址：http://www.zjupress.com）
**排　　版**　杭州大漠照排印刷有限公司
**印　　刷**　德清县第二印刷厂
**开　　本**　787mm×1092mm　1/16
**印　　张**　10.75
**字　　数**　275 千字
**版 印 次**　2011 年 10 月第 1 版　2011 年 10 月第 1 次印刷
**书　　号**　ISBN 978-7-308-09108-4
**定　　价**　18.00 元



浙江大学出版社发行部邮购电话（0571）88925591

# 编写说明

全面减轻学生过重的课业负担，让学生从题海战术中走出来，提高学习效率，是当前中小学教育急需解决的重大课题。数学课堂教学不仅仅是为了让学生获取知识，还应该让学生有全面的发展。在课堂教学中，学生应有自己的思维活动的时间和空间，能够在学习知识、掌握技能的过程中将自己的体验与课本结合起来。

《初中课外拓展训练 变式提优》丛书，通过典型例题精讲评注，提优创新习题拓展训练，帮助学生多角度地理解数学方法、归纳数学方法，使学生从"知识型"向"智力型"转换；遵循针对性原则、可行性原则、参与性原则；源于课本、高于课本、循序渐进、有的放矢、纵向联系、温故知新，以激发学生的学习兴趣，提高创新能力。

本书强调以数学新课程标准为准则，切合教学实际编写，在内容的设置上根据学生的认知水平注重学生的思维过程，让学生切实掌握知识，形成能力。

丛书由我社邀请省内各地名师编写，分七年级上、下，八年级上、下，九年级全一册共五册。每册内容与现行浙教版教材同步，按章节具体分为以下三大块栏目：

变式训练：例题紧扣教材，具有典型性，代表性。变式习题即变换问题中的条件、形式、内容或图形的位置，而问题的实质不变；善于抓住问题的本质，且根据知识间的内在联系，把问题的可能范围向纵横方向引伸和扩充。这不但有利于巩固知识，而且还能增强学生的应变创新能力。

提优训练：经过反复琢磨、认真筛选、精心设计，提优训练习题设计丰富多样，内容鲜活，紧贴生活实际，由易到难，层层递进，让学生夯实基础，深入理解教材各个知识点，为进一步提升应用和应变能力打下扎实的基础。

综合创新：题目新颖、纵深拓展、优化整合，具有一定的综合性、灵活性、开阔性、实践性，既拓展了学生的视野又发展了学生创新思维，从而提高学生的学习效率和数学素养。

本丛书的出版为学生提供了一个很好的能力提高方法，通过扎实训练，学习肯定事半功倍。当然，在出版过程中难免出现一些不足之处，欢迎广大老师和学生批评指正。

浙江大学出版社

2011.6

# Contents 目 录

# 第一章　认识三角形

## (一) 变式训练

### 专题一　三角形的三边关系

**例 1**　判断下列长度的线段能否组成一个三角形,并说明理由:

(1) $a=3$ cm, $b=6$ cm, $c=9$ cm;

(2) $e=8$ cm, $f=8$ cm, $g=17$ cm;

(3) $m=3$ cm, $n=4$ cm, $h=5$ cm;

**分析:** 要判断三条线段能否组成一个三角形,则需要看较短的两条线段的长度和是否大于第三条线段的长,如果大于,则可以构成三角形,否则,不能构成三角形.

**解**　(1) ∵ 最长的线段为 $c=9$, $a+b=3+6=9$, ∴ $a+b=c$,

∴ $a$, $b$, $c$ 三条线段不能组成一个三角形.

(2) ∵ 最长的线段为 $g=17$, $e+f=16$, ∴ $e+f<g$,

∴ $e$, $f$, $g$ 三条线段不能组成一个三角形.

(3) ∵ 最长的线段为 $h=5$, $m+n=7$, ∴ $m+n>h$,

∴ $m$, $n$, $h$ 三条线段能组成一个三角形.

**点评:** 正确理解三角形的性质:"三角形任何两边之和大于第三边,任何两边之差小于第三边"是解本题的关键.

**【变式训练 1】**

有长度为 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm 的四根木棒,用其中的三根为边,能搭成哪几个三角形?

**例 2**　已知三角形的两边长分别为 3cm, 8cm, 若第三边长为偶数, 求此三角形的周长.

**分析:** 要求三角形的周长, 必须确定第三边的长度, 设第三边长为 $x$, 根据三角形的三边关系可得 $5<x<11$, 再由第三边为偶数, 便可确定 $x$ 的值.

**解**　设第三边长为 $x$, 根据三角形的三边关系可得 $5<x<11$,

∵ 第三边为偶数, ∴ $x=6$, 8, 10, ∴ 三角形的周长为 17 cm, 或 19 cm 或 21 cm.

**点评:** 已知三角形的两边长求三角形的周长, 本题的关键是根据三角形的三边关系确定第三边的长度.

**【变式训练 2】**

已知一个三角形中,其中两边长分别为 3 和 7,

(1) 如果第三边长为 $x$,则 $x$ 的取值范围为________________,

(2) 若第三边长为奇数,则三角形的周长为________________.

**【变式训练 3】**

若$\triangle ABC$的三边长均为整数,若其中只有一边长为 5,且它不是最短边,写出所有满足条件的三角形.

## 专题二 判断三角形的形状

**例 3** 已知$\triangle ABC$,$\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$,判断三角形的形状.

**分析:** 由题意,要确定三角形的形状,则必须知道三个角的度数.题中已知三个角之比,可根据三内角和定理,建立方程来解.

**解** $\because \angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$,$\therefore$ 设$\angle A=x$,则$\angle B=2x$,$\angle C=3x$,

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$,$\therefore 6x=180^\circ$,$\therefore x=30^\circ$.

$\therefore \angle A=30^\circ,\angle B=60^\circ,\angle C=90^\circ$.

$\therefore \triangle ABC$是直角三角形.

**点评:** 判断一个三角形是什么三角形,首先要正确理解直角三角形、锐角三角形、钝角三角形的概念.

**【变式训练 4】**

根据所给的条件确定下列三角形的形状:

(1) $\triangle ABC$中,$\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$;

(2) $\triangle ABC$中,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$的外角度数之比为 $4:5:6$;

(3) $\triangle ABC$中,$\angle A:\angle B:\angle C=2:5:8$.

## 专题三　三角形的不等边关系

**例4**　如图 1-1，已知从 $A$ 经 $B$ 到 $C$ 是一条柏油马路，由 $A$ 经 $D$ 到 $C$ 是一条小路，人们从 $A$ 步行到 $C$，为什么不走柏油路，而喜欢走小路？请你用学过的知识解释一下原因.

**分析**：由题意，要知步行人为什么不走柏油路，而喜欢走小路的原因，也就是要说明 $AB+BC>AD+DC$，可延长 $AD$ 交 $BC$ 于点 $E$，再根据三角形三边关系来求解.

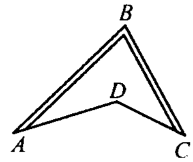


图 1-1

**解**　延长 $AD$ 交 $BC$ 于点 $E$，$\triangle BAE$ 中，由三边关系得，$AB+BE>AE=AD+DE$ ①，同理在 $\triangle CED$ 中，$DE+EC>DC$ ②，由①+②得，$AB+BE+DE+EC>AD+DE+DC$，所以 $AB+BC>AD+DC$.

**点评**：本题以人们生活中的一个实际问题为载体，主要考查学生根据题意灵活运用三角形的三边关系来解决问题. 应根据解题的需要还应学会如何添加辅助线来帮助解题.

**【变式训练 5】**

如图 1-2，点 $D$ 是 $\triangle ABC$ 的边 $BC$ 上任意一点，那么 $AB+BC+AC>2AD$？请说明理由.

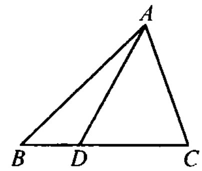


图 1-2

## 专题四　三角形的中线，高线，角平分线

**例5**　如图 1-3，$AE$，$AD$ 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线，且 $\angle B=36°$，$\angle C=76°$，求 $\angle DAE$ 的度数.

**分析**：已知 $\angle B=36°$，$\angle C=76°$，根据三角形内角和可求得 $\angle A$ 的度数，要求 $\angle DAE$ 的度数，则必须知道 $\angle CAD$ 和 $\angle EAC$ 度数. 这可以由 $AE$，$AD$ 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线来确定.

**解**　$\because$ $\angle BAC+\angle B+\angle C=180°$，$\angle B=36°$，$\angle C=76°$，$\therefore$ $\angle BAC=68°$.

$\because$ $AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，$\therefore$ $\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC=34°$.

$\because$ $AE$ 是 $\triangle ABC$ 的高，$\therefore$ $\angle AEC=90°$.

又 $\because$ $\angle AEC+\angle C+\angle EAC=180°$，$\therefore$ $\angle EAC=14°$.

$\therefore$ $\angle DAE=\angle CAD-\angle EAC=20°$.

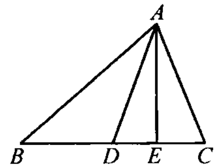


图 1-3

**点评**：本题给出较多的已知条件，在理不清头绪的情况下，应根据已知条件结合图形学会分析思考，找到解决问题的突破口.

【变式训练 6】

如图 1－3，已知 $AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，$CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高，$\angle BAC=62°$，$\angle BCE=40°$，求 $\angle ADB$ 的度数.

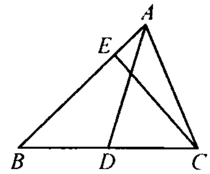



图 1－3

【变式训练 7】

如图 1－4，已知 $AD\perp BC$ 于 $D$，$AE$ 平分 $\angle BAC$，$\angle B=35°$，$\angle ACD=70°$，求 $\angle EAC$ 的度数.

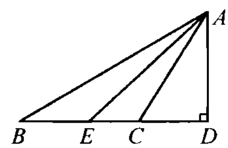



图 1－4

**例 6** 如图 1－5，有一块三角形的地，现要平分给四个农户种植(即四等分三角形的面积)，请你在图上作出分法.(要求：不写作法，保留作图痕迹)

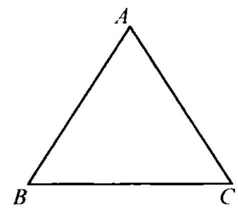



图 1－5

**分析**：将图形四等分，只要利用中线先将一个三角形分成面积相等的两部分，然后再将每个三角形分成面积相等的两部分.

**解** 如图 1－6.

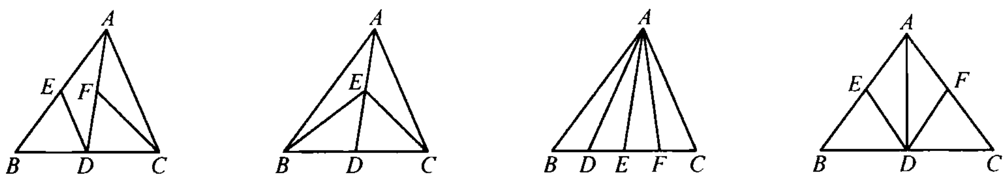



图 1－6

**点评**：由于等底同高的两个三角形的面积相等，故三角形的中线所分成的两个三角形的面积相等.

【变式训练 8】

如图 1－7，$AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，$DF$ 是 $AC$ 上的中线，$EF$ 是 $DC$ 上的中线，$\triangle FEC$ 的面积为 5，求 $\triangle ABC$ 的面积.

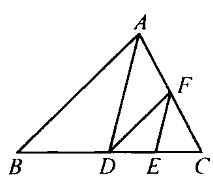



图 1－7

【变式训练 9】

如图 1－8,已知△$ABC$ 中,$D$,$E$ 分别是 $AB$,$AC$ 的中点,$BE=6$,$CD=4$,求△$ABC$ 的面积.

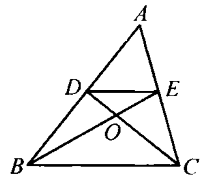



图 1－8

**例 7** 已知 $AD$ 是△$ABC$ 的边 $BC$ 上的中线,$AB=BC$,且 $AD$ 把△$ABC$ 的周长分成 3 和 4 两部分,求 $AC$ 边的长.

**分析**:本题分两种情况,可能 $AB+BD=3$,$AC+CD=4$,也可能 $AB+BD=4$,$AC+CD=3$.

**解** ∵ $AD$ 是△$ABC$ 的边 $BC$ 上的中线,∴ 可设 $BD=CD=x$.

∵ $AB=BC$,∴ $AB=BC=2x$.

当 $AB+BD=3$,$AC+CD=4$ 时,由 $AB+BD=3$,得 $2x+x=3$,∴ $x=1$.

∴ $CD=1$,$AC=4-CD=3$.

当 $AB+BD=4$,$AC+CD=3$ 时,由 $AB+BD=4$,得$2x+x=4$,∴ $x=\frac{4}{3}$.

∴ $CD=\frac{4}{3}$,$AC=3-CD=\frac{5}{3}$.

**点评**:本题运用了分类讨论.它是初中数学思想之一.遇到这类题目时我们应予以重视。

【变式训练 10】

如图 1－9,已知△$ABC$ 中,$AB=AC$,一腰上的中线 $BD$ 把△$ABD$ 分成周长之差为 3 的两个三角形,如果△$ABC$ 的周长为 21 cm,求△$ABC$ 的各边的长.

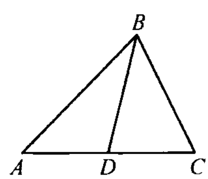



图 1－9

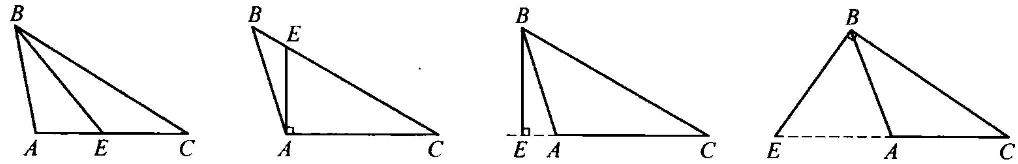
## (二) 提优训练

1. 在下列长度的四根木棒中,能与 4 厘米,9 厘米长的两根木棒首尾相接钉成一个三角形的是 ( )

A. 4 厘米　　B. 5 厘米

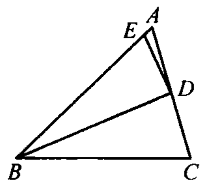
C. 9 厘米　　D. 13 厘米

2. 在下图中,正确画出 $AC$ 边上高正确的是 （　　）




A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

3. 如图,一张三角形纸片 $ABC$,$BD$ 是它的一条角平分线.现将纸片沿 $BD$ 折叠,点 $C$ 落在 $AB$ 边上的 $E$ 处.已知 $\angle ABC=40°$, $\angle C=80°$,则 $\angle ADE$ 的度数为 （　　）




A. $10°$　　B. $15°$

C. $20°$　　D. $25°$

4. 由下列长度的三条线段不能组成三角形的是 （　　）

A. 10 cm,12 cm,21 cm

B. 5 cm,5 cm,10 cm

C. 5.4 cm,7.2 cm,11 cm

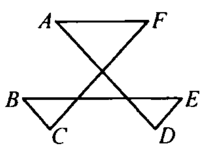
D. $(k+1)$cm,$(k+2)$cm,$(2k+2)$cm

5. 若三角形三个内角的度数之比为 2∶2∶5,那么这个三角形三个内角的度数分别是 （　　）

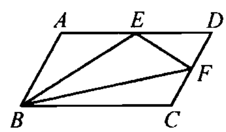
A. $20°,20°,140°$ B. $30°,30°,120°$　C. $40°,40°,100°$　D. $50°,50°,80°$

6. 如图,$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=$________.

7. 已知平行四边形 $ABCD$ 中,$E$, $F$ 分别为 $AD$, $CD$ 的中点,设平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $S$, 则$\triangle EBF$ 的面积为________.

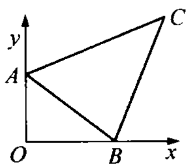



第 6 题图

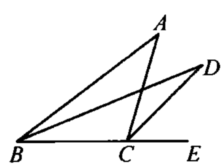



第 7 题图

8. 如图,已知射线 $Ox$ 与射线 $Oy$ 互相垂直,$B$,$A$ 分别为 $Ox$、$Oy$ 上一动点,$\angle ABx$、$\angle BAy$ 的平分线交于 $C$.问:$B$、$A$ 在 $Ox$、$Oy$ 上运动过程中,$\angle C=$________________.




第 8 题图




第 9 题图

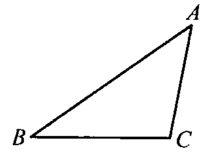
9. 如图,已知$\triangle ABC$ 中,$\angle A=60°$,$\angle ABC$ 的平分线与$\angle ACB$ 的外角平分线交于点 $D$,则 $\angle D$ ________.

**10.** 如图，在$\triangle ABC$中，

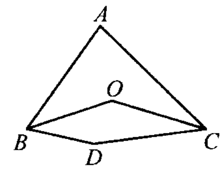
(1) 画出$\angle ABC$的角平分线$CD$；

(2) 画出$BC$边上的中线$AM$；

(3) 画$\triangle ACM$的边$MC$上的高.

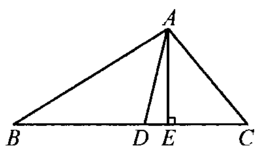



**11.** 如图，在四边形$ABCD$中，$OB$，$OC$分别是$\angle ABD$，$\angle ACD$的平分线，若$\angle A=80°$，$\angle D=160°$，求$\angle BOC$的度数.

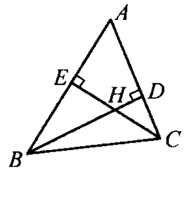



**12.** 等腰三角形一腰上的中线分三角形周长为12和15两部分，求底边的长.

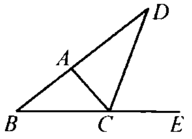
**13.** 如图，$AD$是$\triangle ABC$的角平分线，$AE$是$BC$边上的高，$\angle B=20°$，$\angle C=40°$，求$\angle DAE$的度数.



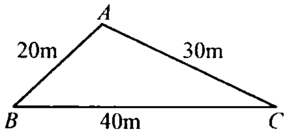

**14.** 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A:\angle ABC:\angle ACB=3:4:5$，$BD$，$CE$分别为边$AC$，$AB$上的高，$BD$、$CE$相交于$H$，求$\angle BHC$的度数.



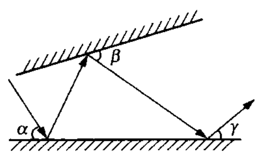
**15.** 如图,已知 $CD$ 是$\angle ACE$ 的外角平分线,试说明$\angle BAC>\angle B$.



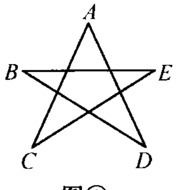

**16.** 如图所示,有一块三角形的空地,其三边长分别为 20 m、30 m、40 m,现在要把它分成面积比为 2∶3∶4 的三部分,分别种植不同的花.请你设计出一个方案,并说明你的理由.



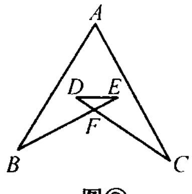

**17.** 光线以如图所示的角度 $\alpha$ 照射到平面镜上,然后在平面镜之间来回反射,已知$\angle\alpha=60^\circ$,$\angle\beta=50^\circ$,求$\angle\gamma$ 的度数.



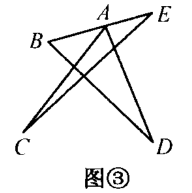

**18.** 如图,根据所给的图形求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$ 的度数.



图①

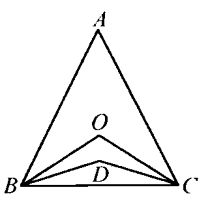


图②

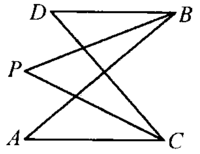


图③

**19.** 如图,如果 $OB$, $DB$ 分别是$\angle ABC$ 的三等分线,$DC$, $OC$ 分别是$\angle BCA$ 的三等分线,$\angle A=60^\circ$, 求$\angle O$ 的度数.



**20.** 已知$\angle ABD$与$\angle ACD$的平分线交于点$P$，试说明$\angle P=\frac{1}{2}(\angle D+\angle C)$.

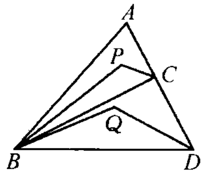



## (三) 综合创新

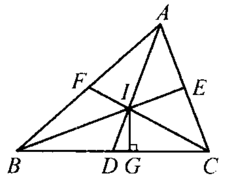
**1.** 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB$和$\angle ABC$的平分线相交于点$P$，$D$是$AC$延长线上一点，$\angle ABD$和$\angle ADB$的平分线相交于点$Q$，则$\angle Q$和$\angle P$的大小关系是 （　　）

A. $\angle Q>\angle P$　　B. $\angle Q<\angle P$

C. $\angle Q=\angle P$　　D. 无法确定



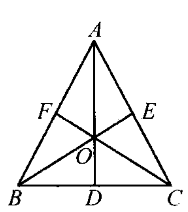

**2.** 如图，$I$是$\triangle ABC$的三条角平分线的交点，$IG\perp BC$于$G$，试说明$\angle DIB=\angle GIC$.




**3.** 如图，$\triangle ABC$的三条中线交于点$O$，

(1) 试说明$AB-OA<BD+OD$；

(2) 试比较$\triangle ABC$周长的一半与三条中线长的和的大小关系，并说明理由.

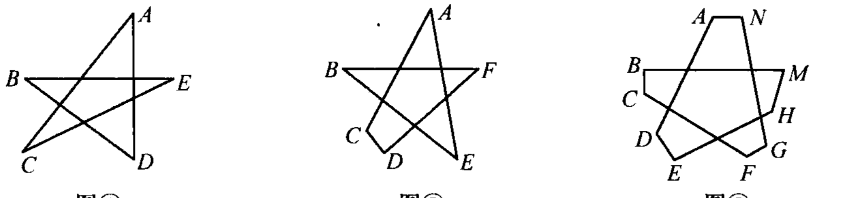



**4.** “转化”是数学中的一种重要思想，即把陌生的问题转化成熟悉的问题，把复杂的问题转化为简单的问题，把抽象的问题转化为具体的问题.

(1) 根据已经学过的知识我们知道星形(图①)中$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180°$，若对图①中星形截去一个角，如图②，请你求出$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$的度数.(需要写出解题过程)

(2) 若再对图②中的角进一步截去，你能由题(1)中所得的方法或规律，猜想出图③中的

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H+\angle M+\angle N$ 的度数吗?(只要写出结论,不需要写出解题过程)



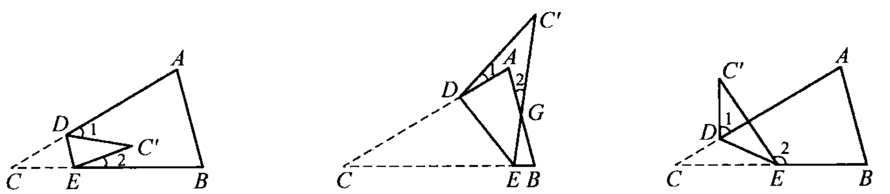

图① 图② 图③

**5.** 在$\triangle ABC$中,已知$\angle A=80^\circ$,$\angle C=30^\circ$,现把$\triangle CDE$沿$DE$进行不同的折叠得$\triangle C'DE$,对折叠后产生的夹角进行探究:

(1) 如图①把$\triangle CDE$沿$DE$折叠在四边形$ADEB$内,则求$\angle 1$与$\angle 2$的和;

(2) 如图②把$\triangle CDE$沿$DE$折叠覆盖$\angle A$,则求$\angle 1$与$\angle 2$的和;

(3) 如图③把$\triangle CDE$沿$DE$斜向上折叠,探求$\angle 1$,$\angle 2$,$\angle C$的关系.




图① 图② 图③

# 第二章　全等三角形

## （一）变式训练

### 专题一　全等三角形的对应元素

**例 1**　如图 2－1，已知$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，试找出对应边、对应角.

**分析：**连结 $AO$，此图中，将$\triangle ABC$ 沿 $AO$ 翻折 180°即可得到$\triangle ADE$，对应元素易找.

**解**　对应角：$\angle A=\angle A$，$\angle B=\angle D$，$\angle ACB=\angle AED$

对应边：$AB=AD$，$BC=DE$，$AC=AE$

**点评：**全等三角形中利用“运动法”来找对应元素的方法，除了翻折法还有旋转法和平移法.

旋转法：两个三角形绕某一定点旋转一定角度能够重合时，易于找到对应元素；

平移法：将两个三角形沿某一直线平移能重合时也可找到对应元素.

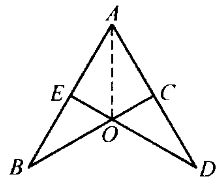


图 2－1

**【变式训练 1】**

如图 2－2，$\triangle ABC\cong\triangle AED$，$AD$ 与 $AC$ 是对应边，$\angle B$ 和$\angle E$ 是对应角，则与$\angle DAC$ 相等的角是__________，与 $BC$ 相等的边是________.

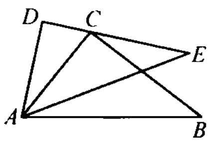


图 2－2

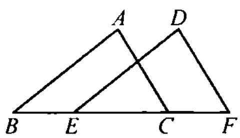


图 2－3

**【变式训练 2】**

如图 2－3，已知$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，点 $E$ 在线段 $BF$ 上，$AB=DE$，$\angle ACB=\angle F$，则与 $BC$ 相等的边是________，与$\angle BAC$ 相等的角是________.

### 专题二　全等三角形的判定

**例 2**　如图 2－4，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=CB$，$AD=CD$. 求证：$\angle C=\angle A$.

**分析：**在$\triangle ABD$ 与$\triangle CBD$ 中，已经给出了两边相等：$AB=CB$，$AD=CD$，要证三角形全等还缺少一个条件. 已知两边相等，我们通常考虑应用 SAS 或 SSS，找 $BA$ 与 $DA$ 的夹角