



志鸿优化系列丛书

丛书主编:任志鸿

数理化

高手

互动教辅 家教专家

SHULIHUA
GAOSHOU



方成老师教我学数学

一天掌握一个题型

三个月轻松晋级 NO.1



高中数学
题型训练

知识出版社

数理化

SHU LI HUA GAO SHOU



高手

高中 数学

题型训练

丛书主编 任志鸿
本册 李兆岩
副主编 薛双莉 苏伟华

知识出版社

图书在版编目(CIP)数据

数理化高手. 高中数学题型训练/任志鸿主编. —北京:知识出版社, 2009. 6
(2010. 5 重印)

ISBN 978-7-5015-5751-6

I. 数… II. 任… III. 数学课—高中—习题 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 094300 号

责任编辑:崔小荷

知识出版社出版

<http://www.ecph.com.cn>

北京阜成门北大街 17 号 电话 010-88390797

新华书店经销

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

山东鸿杰印务集团有限公司印刷

*

开本 890×1240 毫米 1/32 印张 11 字数 290 千字

2009 年 7 月第 1 版 2010 年 5 月修订 2010 年 5 月第 2 次印刷

ISBN 978-7-5015-5751-6

定价:19.80 元

C 目录

CONTENTS



专题一 集合与简易逻辑

题型 1 集合——元素的性质	1
题型 2 集合的运算——取值范围	4
题型 3 集合——新定义题	6
题型 4 命题——否命题与非命题	9
题型 5 简单的逻辑联结词——全称量词与存在量词	12
题型 6 充要条件——充分性与必要性	14

专题二 基本初等函数

题型 1 复合函数—— $y=f[g(x)]$ 的定义域	17
题型 2 反函数——三个性质的运用	19
题型 3 二次函数——根的分布	22
题型 4 函数的图象—— $y=f(x)$, $y= f(x) $ 图象辨析	25
题型 5 函数的奇偶性——求参数	28
题型 6 函数的单调性——定义法	31
题型 7 二次函数——最值的求法	34
题型 8 函数的性质——抽象函数	37
题型 9 函数——分段函数	41
题型 10 函数的应用——生活中的优化问题	44

专题三 三角函数

题型 1 角的概念——象限角	48
题型 2 度量单位——角度制与弧度制	50
题型 3 三角变换——公式的变形与逆用	53
题型 4 三角变换——“1”的妙用	56
题型 5 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ ——辅助角的应用	58

题型 6	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ——解析式的求法	61
题型 7	图象变换——平移与伸缩	64
题型 8	三角函数的性质——单调性	68
题型 9	三角函数的性质——对称性	71
题型 10	三角函数的性质——周期性	74
题型 11	三角函数的性质——最值	77
题型 12	解斜三角形——正、余弦定理的应用	80
专题四 数列		
题型 1	数列的通项——递推公式	84
题型 2	数列—— a_n 与 S_n 的关系	87
题型 3	等差与等比数列——性质及应用	91
题型 4	数列求和——裂项法	94
题型 5	数列求和——错位相减法	98
题型 6	综合应用——数列与函数	102
题型 7	综合应用——数列与不等式	105
题型 8	应用问题——分期付款	111
专题五 平面向量		
题型 1	向量的运算——数乘与数量积	114
题型 2	线性表示——平面向量基本定理	118
题型 3	综合应用——向量与解三角形	121
专题六 不等式		
题型 1	不等式的性质——取值范围	124
题型 2	不等式——含绝对值的不等式的解法	127
题型 3	一元二次不等式——含参数的不等式的解法	129
题型 4	最值——基本不等式	132





题型 5 线性规划——最优解 136

题型 6 恒成立问题——求参数 139

专题七 平面解析几何

题型 1 直线的概念——倾斜角与斜率 143

题型 2 两条直线的位置关系——平行与垂直 ... 146

题型 3 直线与直线——对称问题 148

题型 4 直线与圆——切线求法 151

题型 5 圆锥曲线——与定义有关的问题 153

题型 6 双曲线——渐近线 155

题型 7 圆锥曲线——离心率 158

题型 8 圆锥曲线——定值与最值 161

题型 9 直线与圆锥曲线——中点弦问题 165

题型 10 曲线与方程——轨迹方程的求法 168

专题八 空间向量与立体几何

题型 1 空间几何体的结构——三视图和直观图
..... 173

题型 2 空间几何体——表面积与体积 176

题型 3 直线与平面的位置关系——平行问题 ... 179

题型 4 直线与平面的位置关系——垂直问题 ... 182

题型 5 空间几何体——距离的求法 186

题型 6 直线与直线——异面直线所成的角 190

题型 7 直线与平面——线面角的求法 193

题型 8 平面与平面——二面角 195

题型 9 空间几何体——球 199

专题九 推理与证明、算法与复数

题型 1 推理——合情推理与演绎推理 201

题型 2 证明——直接证明、间接证明与数学归纳法	204
题型 3 算法初步——算法与程序框图	207
题型 4 数系的扩充——复数	211
专题十 排列、组合与概率统计	
题型 1 两个基本原理——分类与分步	214
题型 2 排列与组合——相邻与不相邻问题	217
题型 3 排列与组合——着色问题	219
题型 4 二项式定理——展开式的通项	222
题型 5 二项展开式——系数与二项式系数	225
题型 6 概率——互斥事件与独立事件	227
题型 7 随机事件的概率——古典概型与几何概型	231
题型 8 统计——三种抽样方法	234
题型 9 离散型随机变量——期望与方差	237
题型 10 正态分布——正态曲线与分布	243
答案解析	246





要

连

第

PAGE

思维流程图

切入点: 将由0,1,2构成的点的坐标代入不等式组检验

解题过程

由实数0,1,2构成的点的坐标有 $A_3^3=6$ 个,分别将各点的坐标代入检验知 N 中元素为(0,0)、(1,0)、(1,1)和(2,1)

结果
C

小小心得

能读懂和理解集合语言所描述的对象,是解决集合类问题的关键,如有的集合表示数集、有的表示点集、有的表示定义域、有的表示值域、有的表示方程或不等式的解集等等;而读懂和理解集合,需要能够对自然语言、图形语言、符号语言熟练的转化。

互动答疑

(老师:阿聪,学习这个题型时碰到什么疑难问题了吗?抓紧找我解决,不要留下隐患)

阿聪 老师,今天我遇到了这样一道题:

设集合 $A=\{(x,y)|y\geq|x+2|\}$, $B=\{(x,y)|(x+2)^2+(y-b)^2=2\}$, 若 $B\subseteq A$, 则实数 b 的取值集合为_____.

我做错了,很郁闷的.

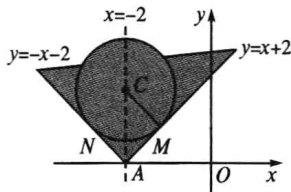
老师 你是怎么做的啊?

阿聪 我用的是数形结合的办法. 如图,集合 A 表示图中阴影部分(包括边界)的点构成的点集,集合 B 表示圆 C 上的点构成的点集,由 $B\subseteq A$ 只需圆与直线 $y=x+2$ 和 $y=-x-2$ 相切或相离即可,故

$$\begin{cases} \frac{|-2-b+2|}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{2}, \\ \frac{|-2+b+2|}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{2}, \end{cases}$$

解得 $b \leq -2$ 或 $b \geq 2$.

老师 我看出来了,你是将圆与直线 AM 和 AN 都相切及圆与射线 AM 和 AN 都相切等同起来了,从而使问题错解了.





阿聪 哦,我明白了,依据图形可知, $b \geq |AC|$,这样就找到了实数 b 的几何意义,由圆的切线的性质知 $|AC|=2$,故应填 $b \geq 2$.

老师 用数形结合的思想方法解决集合问题时,要特别注意将题目中的条件转化到图形中去,即保证条件和结论都要找到其几何意义,不能只是对条件或结论中的一个或部分转化为图形,这一点一定要牢记.

强化训练

(阿聪:题型虽小,也要多调一些相关练习题进行密集轰炸,力争一举攻克)

- 1 设集合 $M=\{-1,0,1\}$, $N=\{a,a^2\}$,则使 $M \cup N=M$ 成立的实数 a 的值是 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. -1 或 1
- 2 若集合 $M=\{a,b,c\}$ 中的元素是 $\triangle ABC$ 的三条边长,则 $\triangle ABC$ 一定不是 ... ()
A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形
- 3 设集合 $A=\{(x,y) \mid 4x+y=6\}$, $B=\{(x,y) \mid 3x+2y=7\}$,则满足 $C \subseteq (A \cap B)$ 的集合 C 的个数是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 4 若集合 $A=\{x \mid x \leq 2\}$, $B=\{x \mid x \geq a\}$ 满足 $A \cap B = \{2\}$,则实数 $a =$ _____.
- 5 若集合 $A=\{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 + 3x + 1 = 0\}$ 中有且仅有一个元素,则 a 的取值集合是 _____.
- 6 已知集合 $A=\{x \mid 10+3x-x^2 \geq 0\}$, $B=\{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$,且 $A \cap B = \emptyset$,求实数 m 的取值范围.
- 7 已知 $A=\{(x,y) \mid x=n, y=an+b, n \in \mathbf{Z}\}$, $B=\{(x,y) \mid x=m, y=3m^2+15, m \in \mathbf{Z}\}$, $C=\{(x,y) \mid x^2+y^2 \leq 144\}$,问是否存在实数 a, b ,使得 ① $A \cap B \neq \emptyset$, ② $(a,b) \in C$ 同时成立?

题型2 集合的运算——取值范围

要点回顾

(阿聪:做题之前清点解题方法与技巧,就如同上战场之前清点武器一样重要)

解决这类问题时应该注意将条件转化为关于参数的不等式或不等式组,通过解不等式(组)得参数的取值范围;也可以利用集合语言与图形语言的转化,数形结合求解.

连线高考

(阿聪:高考题是引导学习最精确的指南针,要随时用它校正自己前进的方向)

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 2x > 0\}$, 则 $\complement_U A$ 等于 ()

A. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

B. $\{x | 0 < x < 2\}$

C. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

D. $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$

解析: $\because A = \{x | x^2 - 2x > 0\} = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < 0\}$,

$\therefore \complement_U A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$.

答案: A

2. 设集合 $S = \{x | |x - 2| > 3\}$, $T = \{x | a < x < a + 8\}$, $S \cup T = \mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是 ()

A. $-3 < a < -1$

B. $-3 \leq a \leq -1$

C. $a \leq -3 \text{ 或 } a \geq -1$

D. $a < -3 \text{ 或 } a > -1$

第一感觉

→ 考查集合的运算,需用上绝对值不等式的解法和数形结合思想.

思维流程图

切入点: 先解出 $|x - 2| > 3$,
再在数轴上探讨 a 的范围

结果

A

解题过程

因为 $S = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$, $S \cup T = \mathbf{R}$

所以 $\begin{cases} a < -1 \\ a + 8 > 5 \end{cases} \Rightarrow -3 < a < -1$



强化训练

(阿聪:题型虽小,也要多调一些相关练习题进行密集轰炸,力争一举攻克)

- 1 设集合 $M = \{m \in \mathbf{Z} \mid -3 < m < 2\}$, $N = \{n \in \mathbf{Z} \mid -1 \leq n \leq 3\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
 A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
- 2 已知集合 $A = \{x \mid x < a\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 2\}$, 且 $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a \leq 2$ B. $a < 1$ C. $a \geq 2$ D. $a > 2$
- 3 设集合 $M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(x, y) \mid y = x, x \in \mathbf{R}\}$, 则集合 $M \cap N$ 等于 ()
 A. $\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\}$ B. $\{(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})\}$
 C. $\emptyset$ D. $\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$
- 4 已知集合 $A = \{(x, y) \mid y = \lg(x+1) - 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x = m\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的值是 _____.
- 5 已知集合 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2\}$, 其中 a_1, a_2, a_3, a_4 均为正整数, 且 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$, $A \cap B = \{a_1, a_4\}$, $a_1 + a_4 = 10$, $A \cup B$ 的所有元素之和为 124, 求集合 A 和 B .
- 6 设 $A = \{(x, y) \mid y^2 - x - 1 = 0\}$, $B = \{(x, y) \mid 4x^2 + 2x - 2y + 5 = 0\}$, $C = \{(x, y) \mid y = kx + b\}$, 是否存在 $k, b \in \mathbf{N}$, 使得 $(A \cup B) \cap C = \emptyset$, 证明此结论.



题型 3 集合——新定义题

要点回顾

(阿聪:做题之前清点解题方法与技巧,就如同上战场之前清点武器一样重要)

解决这类问题时应该注意通过阅读题目中的条件能将符号语言、文字语言、图形语言相互转化,从而理解题目中有关新定义的含义,将新定义问题转化为常见题目,或直接利用新定义解决问题.

连线高考

(阿聪:高考题是引导学习最精确的指南针,要随时用它校正自己前进的方向)

1. 对于正实数 α , 记 M_α 为满足下述条件的函数 $f(x)$ 构成的集合: $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 且 $x_2 > x_1$, 有 $-\alpha(x_2 - x_1) < f(x_2) - f(x_1) < \alpha(x_2 - x_1)$. 下列结论中正确的是 ... ()

A. 若 $f(x) \in M_{\alpha_1}, g(x) \in M_{\alpha_2}$, 则 $f(x) \cdot g(x) \in M_{\alpha_1 \cdot \alpha_2}$

B. 若 $f(x) \in M_{\alpha_1}, g(x) \in M_{\alpha_2}$ 且 $g(x) \neq 0$, 则 $\frac{f(x)}{g(x)} \in M_{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$

C. 若 $f(x) \in M_{\alpha_1}, g(x) \in M_{\alpha_2}$, 则 $f(x) + g(x) \in M_{\alpha_1 + \alpha_2}$

D. 若 $f(x) \in M_{\alpha_1}, g(x) \in M_{\alpha_2}$, 且 $\alpha_1 > \alpha_2$, 则 $f(x) - g(x) \in M_{\alpha_1 \cdot \alpha_2}$

解析: 由 $f(x) \in M_{\alpha_1}$, 则 $-\alpha_1(x_2 - x_1) < f(x_2) - f(x_1) < \alpha_1(x_2 - x_1)$, $g(x) \in M_{\alpha_2}$,

则 $-\alpha_2(x_2 - x_1) < g(x_2) - g(x_1) < \alpha_2(x_2 - x_1)$,

$\therefore -(\alpha_1 + \alpha_2)(x_2 - x_1) < f(x_2) + g(x_2) - [f(x_1) + g(x_1)] < (\alpha_1 + \alpha_2)(x_2 - x_1)$,

即 $f(x) + g(x) \in M_{\alpha_1 + \alpha_2}$, 故选 C.

另: 由 $-\alpha < (x_2 - x_1) < f(x_2) - f(x_1) < \alpha(x_2 - x_1)$,

可有 $-\alpha < f'(x) < \alpha$, 再从函数和、差、积、商的求导运算法则亦可知 C 正确.

答案: C

2. 设 P 是一个数集, 且至少含有两个数, 若对任意 $a, b \in P$, 都有 $a+b, a-b, ab$,

$\frac{a}{b} \in P$ (除数 $b \neq 0$), 则称 P 是一个数域, 例如有理数集 Q 是数域, 有下列命题: ①数域必含有 0, 1 两个数; ②整数集是数域; ③若有理数集 $Q \subseteq M$, 则数集 M 必为数域; ④数域必为无限集. 其中正确的命题的序号是 _____. (把你认为正确的命题的序号都填上)

第一感觉

表面上像是考查加、减、乘、除的运算, 感觉实质上考查的是数域的定义和命题真假的判断方法.



思维流程图

切入点：正确理解数域的定义

结果

①④

解题过程

①数集 P 有两个元素 a, b , 则一定有 $a-a=0, \frac{a}{a}=1$ (设 $a \neq 0$), 正确;

②整数集不是数域, $1 \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z}$, 但是 $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$;

③令数集 $M = \mathbb{Q} \cup \{\sqrt{2}\}$, 则 $1 + \sqrt{2} \notin M$

④数域有 1, 一定有 $1+1=2, 1+2=3, \dots$

小心得

能读懂和理解与集合有关的新定义, 是解决新定义类型的题目的关键; 而读懂和理解集合, 需要对自然语言、图形语言、符号语言之间能够熟练的转化. 另外, 在对新定义难以理解时, 可以通过列举一些具体的例子, 加深对新定义的理解.

互动答疑

(老师: 阿聪, 学习这个题型时碰到什么疑难问题了吗? 抓紧找我解决, 不要留下隐患)

阿聪 老师, 今天我遇到了这样一道题:

设 $f(x) = x^2 + px + q, A = \{x | x = f(x)\}, B = \{x | f[f(x)] = x\}$.

(1) 求证: $A \subseteq B$; (2) 如果 $A = \{-1, 3\}$, 求 B .

我感到难以入手, 很郁闷的.

老师 呵呵, 看来你没把题目理解透彻, 你来看:

集合 A, B 都是数集, 要证 $A \subseteq B$ 需要利用定义, 即只需证明集合 A 中的每一个元素都在集合 B 中, 所以设 x_0 是集合 A 中的任一元素, 即有 $x_0 \in A$.

阿聪 $\because A = \{x | x = f(x)\},$

$\therefore x_0 = f(x_0)$. 即有 $f[f(x_0)] = f(x_0) = x_0,$

$\therefore x_0 \in B$, 故 $A \subseteq B$.

要求集合 B , 显然求出 p, q 的值即可,

$\therefore A = \{-1, 3\} = \{x | x^2 + px + q = x\},$

$\therefore$ 方程 $x^2 + (p-1)x + q = 0$ 有两根 -1 和 3 , 应用韦达定理, 得

$$\begin{cases} -1+3=-(p-1) \\ (-1) \times 3 = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=-1, \\ q=-3. \end{cases} \therefore f(x) = x^2 - x - 3.$$

于是集合 B 的元素是方程 $f[f(x)] = x$, 也即 $(x^2 - x - 3)^2 - (x^2 - x - 3) - 3 =$

$x(*)$ 的根.

将方程 $(*)$ 变形, 得 $(x^2 - x - 3)^2 - x^2 = 0$, 解得 $x = 1, 3, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$. 故 $B = \{-\sqrt{3}, -1, \sqrt{3}, 3\}$.

老师 将集合间包含关系的定义用符号语言来表示, 是解决本题中(1)的关键. 因此, 能否利用定义解决问题要看对定义的理解程度.

强化训练

(阿聪: 题型虽小, 也要多调一些相关练习题进行密集轰炸, 力争一举攻克)

1 设 A, B 为两个非空子集, 定义: $A+B = \{a+b | a \in A, b \in B\}$, 若 $A = \{0, 2, 5\}$, $B = \{1, 2, 6\}$, 则 $A+B$ 子集的个数是 ()

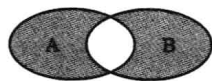
A. 2^9

B. 2^8

C. 2^7

D. 2^6

2 如图所示的韦恩图中, A, B 是非空集合, 定义集合 $A \# B$ 为阴影部分表示的集合, 若 $x, y \in \mathbf{R}$, $A = \{x | y = \sqrt{2x - x^2}\}$, $B = \{y | y = 3^x, x > 0\}$, 则 $A \# B$ 为 ()



A. $\{x | 0 < x < 2\}$

B. $\{x | 0 < x \leq 2\}$

C. $\{x | 0 \leq x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$

D. $\{x | 0 \leq x \leq 1 \text{ 或 } x > 2\}$

3 已知集合 $P = \{4, 5, 6\}$, $Q = \{1, 2, 3\}$, 定义 $P \oplus Q = \{x | x = p - q, p \in P, q \in Q\}$, 则集合 $P \oplus Q$ 的所有真子集的个数为 ()

A. 32

B. 31

C. 30

D. 以上都不对

4 集合 $P = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n-1, \dots\} (n \in \mathbf{N}^*)$, 若 $a \in P, b \in P$, 则 $a \oplus b \in P$, 那么运算 $\oplus$ 可能是 ()

A. 加法

B. 减法

C. 乘法

D. 除法

5 设集合 $S = \{A_0, A_1, A_2, A_3\}$, 在 S 上定义运算为: $A_i \oplus A_j = A_k$, 其中 k 为 $i+j$ 被 4 除的余数, $i, j = 0, 1, 2, 3$. 满足关系式: $(x \oplus x) \oplus A_2 = A_0$ 的 $x (x \in S)$ 的个数为 ()

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

6 设 P 和 Q 是两个集合, 定义集合 $P - Q = \{x | x \in P, \text{ 且 } x \notin Q\}$, 如果 $P = \{x | \log_2 x < 1\}$, $Q = \{x | |x-2| < 1\}$, 那么 $P - Q$ 等于 ()

A. $\{x | 0 < x < 1\}$

B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$

C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$

D. $\{x | 2 \leq x < 3\}$



7 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, d 为公差且不为 0, a_1 和 d 均为实数, 它的前 n 项和记作 S_n ,

设集合 $A = \{(a_n, \frac{S_n}{n}) | n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{(x, y) | \frac{1}{4}x^2 - y^2 = 1, x, y \in \mathbf{R}\}$. 试问下列结论

是否正确, 如果正确, 请给予证明; 如果不正确, 请举例说明.

(1) 若以集合 A 中的元素作为点的坐标, 则这些点都在同一条直线上;

(2) $A \cap B$ 至多有一个元素;

(3) 当 $a_1 \neq 0$ 时, 一定有 $A \cap B \neq \emptyset$.

题型 4 命题——否命题与非命题

要点回顾 (阿聪: 做题之前清点解题方法与技巧, 就如同上战场之前清点武器一样重要)

解决这类问题时应该注意否命题与非命题不是一回事, 否命题是对条件和结论全盘否定, 非命题只对逻辑联结词和命题的结论否定, 因此要对关键词的否定熟练掌握, 在不很确定的情况下, 可以运用补集思想解决. 另外, 与命题有关的题目, 往往有一定的综合性, 所以需要全面掌握所学知识, 并能灵活运用.

连线高考 (阿聪: 高考题是引导学习最精确的指南针, 要随时用它校正自己前进的方向)

1. 已知命题 p : 所有有理数都是实数, 命题 q : 正数的对数都是负数, 则下列命题中为真命题的是 ()

A. $(\neg p) \vee q$

B. $p \wedge q$

C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

D. $(\neg p) \vee (\neg q)$

第一感觉

先判断简单命题的真假, 然后利用复合命题真值表对各个选项逐一判断真假.



思维流程图

切入点: 含有逻辑联结词的命题的判断

结果

D

解题过程

不难判断命题 p 为真命题, 命题 q 为假命题, 从而上述叙述中只有 $(\neg p) \vee (\neg q)$

2. 对于函数① $f(x) = \lg(|x-2|+1)$; ② $f(x) = (x-2)^2$; ③ $f(x) = \cos(x+2)$, 判断如下三个命题的真假: 命题甲: $f(x+2)$ 是偶函数; 命题乙: $f(x)$ 在 $(-\infty, 2)$ 上是减函数, 在 $(2, +\infty)$ 上是增函数; 命题丙: $f(x+2) - f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数. 能使命题甲、乙、丙均为真的所有函数的序号是 ()

A. ①②

B. ①③

C. ③

D. ②

第一感觉

表面上像是考查命题真假的判断, 实质上考查的是函数的图象及性质.

思维流程图

切入点: 基本初等函数的图象及性质、奇偶性和单调性的判定方法

结果

D

解题过程

③不能使命题甲为真, 因为 $\cos(x+4)$ 不是偶函数, ①不能使命题丙为真, 而②则能满足甲、乙全为真, 对于丙, $f(x+2) - f(x) = x^2 - (x-2)^2 = 4x - 4$ 在 $\mathbb{R}$ 上是增函数

小心得

命题真假的判断, 需要有很强的综合能力, 当判断命题为真时, 需要推理论证, 但判断命题为假时, 只需举出一个反例即可. 因此解决这类题目时, 不要盲目推理论证, 而应该灵活掌握.