

中考版 中考高分名师导航
全国唯一考试数字频道 《考试在线》总策划
全国顶级教师联袂主讲

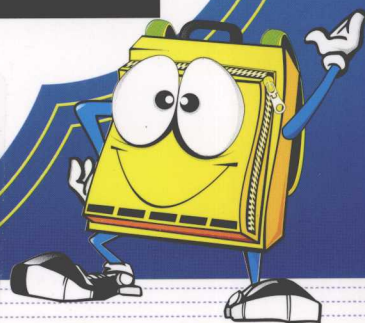
CHUZHONG JIAJIAO KETANG

初中 家教课堂

朱晓琳◎主讲



YZLI0890146436



请权威老师给孩子做家教
答疑 解惑 进步 提高

数

学

中国青年出版社

中考版 中考高分名师导航

CHUZHONG JIAJIAO KETANG

初中 家教课堂

朱晓琳◎主讲

数 学



YZLI0890146436

中国青年出版社

(京)新登字083号

图书在版编目 (CIP) 数据

初中家教课堂·数学/朱晓琳编著. —北京: 中国青年出版社, 2012.1

ISBN 978-7-5153-0386-4

I. ①初… II. ①朱… III. ①中学数学课-初中-教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字 (2011) 第237305号

出版发行: 中国青年出版社

社 址: 北京东四十二条21号

邮政编码: 100708

网 址: www.cyp.com.cn

策 划: 韩亚君

责任编辑: 宣逸玲

编辑电话: (010) 57350508

营 销: 北京中青人出版物发行有限公司

电 话: (010) 57350517 57350522 57350524

印 刷: 聚鑫印刷有限责任公司

经 销: 新华书店

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 9.25

字 数: 150千字

版 次: 2012年1月北京第1版 2012年1月第1次印刷

定 价: 20.00元

本图书如有印装质量问题, 请与出版部联系调换

联系电话: (010)57350526

编者的话

孩子进入初中以后,一系列学习上的困扰就会随之而来。随着初中学习科目的增加和学习难度的加大,老师和家长给的压力又很大,他们往往会感觉有些不适应。

孩子面临问题,家长们总是很着急,可是又没有头绪,不知道怎样做才能帮到孩子,他们希望最好能找专家给出参考意见或者给支个招,也可能出去找个家教或者报个补习班,可是结果往往很难称心如愿。

学习是个实实在在的活儿,同学们所学的内容繁复,科目多,知识量也很大,需要有科学的学习方法。孩子就是孩子,有时候不够努力,有时候不够专心,这些都是正常的,关键在于怎样引导,他们需要鼓励、指导、监督和帮助,需要勤奋、踏实、刻苦、认真。家有初中生,家长都想尽自己最大的能力帮助孩子取得进步。可每个孩子的学习基础、学习能力、学习态度、学习方法、学业水平都不一样,他的学习压力大不大?有什么困惑?有哪些困难?这些都要从实际出发,要因材施教,要对症下药。

《初中家教课堂》(数学、语文、英语,一套3种)是由全国唯一考试数字频道《考试在线》总策划,为您把权威老师请到家窗体顶端。这套书针对初中学生所要学的三门主科的学习内容、学习特点、在学习上容易犯的错误以及中考的实际要求,聘请优秀的有经验的一线初中教师,根据多年的教学经验,针对不同学习水平的同学提供行之有效的方法和技巧,给予考生和家长答题技法与应考策略的指导,既有系统性,又有针对性,有效地帮助同学和家长们答疑解惑,解决困扰孩子和家长的许多实际问题。

《初中家教课堂》请权威老师给您做家教,目的是为您答疑解惑,帮助孩子进步提高。

目 录

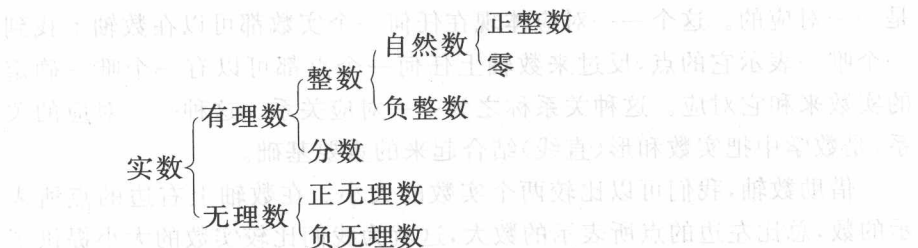
第 1 单元	实数	1
第 2 单元	代数式	9
第 3 单元	方程与方程组	16
第 4 单元	方程(组)的应用	23
第 5 单元	不等式(组)及其应用	30
第 6 单元	平面直角坐标系	36
第 7 单元	一次函数及反比例函数	42
第 8 单元	二次函数	49
第 9 单元	相交与平行	58
第 10 单元	三角形	66
第 11 单元	四边形	81
第 12 单元	相似	95
第 13 单元	圆	102
第 14 单元	解直角三角形	115
第 15 单元	综合题	121

第1单元 实数

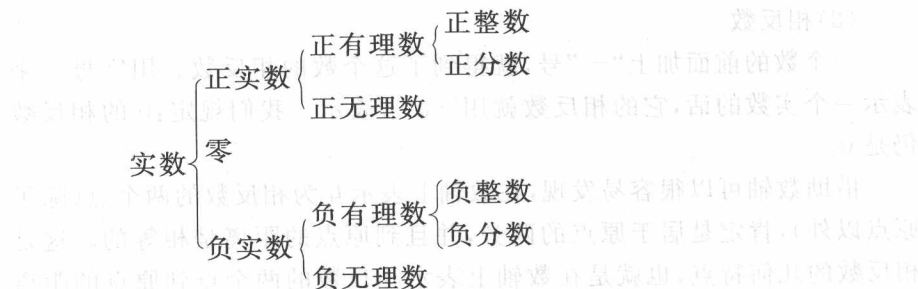
1. 实数的分类

初中数学在小学算术的基础上引入一些新的数,扩充对数的理解。相对于有理数,无理数一样分为正无理数和负无理数。

下面是按照有理数和无理数对实数进行的分类:



如果按照另外一种分类原则,可以把实数分为正实数、零和负实数:



在小学,同学们接触的整数无外乎 $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 等。

进入初中以后,同学们对整数的概念有了扩充,不仅有 $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 这样的整数,还有 $-1, -2, -3, -4, \dots$ 这样的数也称之为整数,也就是说在整数当中有正整数、零和负整数。整数还分为偶数和奇数,偶数除了 $0, 2, 4, 6, \dots$ 以外,很自然 $-2, -4, -6, \dots$ 这样的负整数也称为偶数,相对应于 $1, 3, 5, \dots$, 像 $-1, -3, -5, \dots$ 这样的负整数也可以称为奇数,偶数、奇数的概念也得到了扩充。

我们把扩充以后的整数和分数统称为有理数。

给有理数下一个定义:能够表示成两个整数的比(分母不能为零)的数称之为有理数。具体来说,有理数基本上都是能够化成有限小数或者无限循环小数,或者说所有的有限小数和无限循环小数都是有理数。相应的,任何一个有限小数或者无限循环小数都是能够用分数来表示的。

相对有理数的概念,所有的无限不循环小数就是无理数。

2. 实数的有关概念

(1) 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线称为数轴。

数轴的三要素:原点、正方向和单位长度。

引入数轴之后,就把实数和数轴之间建立了联系,实数和数轴上的点是一一对应的。这个一一对应体现在任何一个实数都可以在数轴上找到一个唯一表示它的点,反过来数轴上任何一个点都可以有一个唯一确定的实数来和它对应。这种关系称之为——对应关系。这种——对应的关系,是数学中把实数和形(直线)结合起来的重要基础。

借助数轴,我们可以比较两个实数的大小。在数轴上右边的点所表示的数,总比左边的点所表示的数大,这就为我们比较实数的大小提供了依据。

(2) 相反数

一个数的前面加上“ $-$ ”号,就得到了这个数的相反数。用字母 a 来表示一个实数的话,它的相反数就用 $-a$ 来表示。我们规定:0 的相反数仍是 0。

借助数轴可以很容易发现,在数轴上表示互为相反数的两个点(除了原点以外),肯定是居于原点的两旁,并且到原点的距离是相等的。这是相反数的几何特点,也就是在数轴上表示相反数的两个点到原点的距离

是相等的,并且在原点的两侧。

一个相反数的代数特征是互为相反数的两个数的和为零。

(3) 绝对值

绝对值也有几何概念和代数概念。

从几何概念是这样说的,一个实数的绝对值,就是数轴上表示这个实数的点到原点的距离。

请同学们注意,我们把数字概念绝对值和几何上的距离建立起了联系,这就是一种数形结合的意识。

绝对值的代数特征又可以具体地分为:整数的绝对值就是它的本身;0的绝对值是0;负数的绝对值是它的相反数。

用数学符号来表示绝对值的概念,是在一个数的两侧加上竖线来表示,用这样的符号 $|a|$ 来表示一个实数的绝对值。

请同学们注意,相反数和绝对值这两个概念都是针对我们扩充了数的概念之后引入的。在引入了负数之后,一个数就有这两方面的特征。因为我们在小学接触数的时候没有符号的概念,1就是1,2就是2。现在在一个实数除了有这样的数值,它现在还有名字了,叫绝对值。除了这个绝对值以外,还有它的符号,也就是说一个数有可能是正数,有可能是负数,当然也有可能是0。只有这两方面的特征结合起来,才能够确定一个实数到底是什么,这一点是同学们进入初中之后,必须先要了解的非常重要的知识点。

(4) 倒数

我们在小学还学过倒数的概念,现在倒数的概念也扩充了。

一个不是0的实数都有倒数。比如 a ,我们用 $\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$)来表示它的倒数。

负数也是有倒数的。互为倒数的两个数,它们的符号一定是一致的,也就是说正数的倒数仍然是正数,负数的倒数仍然是负数,这一点请同学们要注意。

两个互为倒数的乘积是1。

(5) 平方根、算术平方根、立方根

什么是一个数的平方根?如果一个数的平方等于 a ,这个数就叫做 a

的平方根或二次方根。

根据这个概念,我们就知道了,负数肯定是没有平方根的,因为一个数的平方是 a ,那这个 a 绝对不可能为一个负数,只有正数和零才有平方根。

正数的平方根应该是两个,比如 $2^2=4$, $(-2)^2=4$,这两个数应该是互为相反数。

算术平方根是在平方根的概念上给出的,一个数的算术平方根就是一个正数的正的平方根。刚才谈到了,一个正数是有两个平方根的,并且它们互为相反数,我们就把那个正的平方根叫做这个正数的算术平方根。

算术平方根的表示方法有别于平方根:平方根是用 $\pm\sqrt{a}$ 来表示,一个正数 a 的算术平方根,就用 $\sqrt{a}$ 来表示。我们还规定,零的算术平方根依然是0。

在这个基础上,同学们很容易类比出立方根的概念。刚才说了,一个数的平方等于 a ,那么这个数就是 a 的平方根。很自然的,如果一个数的立方等于 a ,这个数就叫做 a 的立方根或者三次方根,用 $\sqrt[3]{a}$ 来表示。

根据实数的概念很容易想到,在实数范围内,正数只有一个正的立方根,负数也只有一个负的立方根,0的立方根是0。

(6)非负数

非负数有别于小学里学过的正数,非负数包括0和正数。

非负数有一些特别有用的性质。其中我们用得非常多的是,任何一个实数的绝对值一定是非负数,任何一个实数的平方一定是非负数,任何一个非负数的算术平方根一定都是非负数,这三点非常好理解。

非负数的性质应用最多的是,如果知道几个非负数的之和是0,就可以肯定地说,每一个非负数一定是0。

(7)近似数和有效数字

什么是近似数呢?近似地表示某一个量准确值的数,就叫做那个量准确值的近似数。一个近似数,四舍五入到哪一位,就说这个近似数是精确到哪一位的。

从左边第一个不是0的数字起,到最后一个数为止,所有的数都叫做这个近似数的有效数字。

(8) 科学计数法

把一个绝对值较大的数表示成 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 是整数, 这样形式的数就叫做科学计数法。

典例解析

下面各项哪些是有理数? 哪些是无理数?

$$3.14, \sqrt{7}-1, (\sqrt{3}-2)^0, \frac{\pi}{2}, -\cos 30^\circ, \tan 45^\circ, \frac{22}{7}, 0.808008008\ldots,$$

$$5^{-1}, \sqrt{4}$$

3.14 很明显是一个有限小数, 它肯定是可以化为分数的, 所以 3.14 是有理数。

$\sqrt{7}-1$, 很明显 $\sqrt{7}$ 是开方开不尽的, 它是一个无限不循环小数, 再减去 1, 依然是一个无限不循环小数, 所以 $\sqrt{7}-1$ 是一个无理数。

$(\sqrt{3}-2)^0$, 根据负整数指数幂以及 0 指数幂的意义, 任何非 0 数的 0 次幂都是 1, 所以它的运算结果是 1, 这是一个有理数。

$\frac{\pi}{2}$, 我们知道 π 是一个无限不循环小数, 所以 $\frac{\pi}{2}$ 是无理数。

$$-\cos 30^\circ, \text{ 我们知道 } \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

所以 $-\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 这是一个无理数。

$\tan 45^\circ = 1$, 是有理数。

$\frac{22}{7}$ 是一个分数, 是有理数。

$0.808008008\ldots$, 数字 8 后面的 0 的个数逐次多一个, 它不是无限循环小数, 而是一个无限不循环小数, 所以这是一个无理数。

5^{-1} , 根据负整数指数幂的意义, $5^{-1} = \frac{1}{5}$, 是一个分数, 是有理数。

$\sqrt{4}$, 4 的算术平方根是 2, 所以是有理数。

$2a$ 是有理数, 下列说法对吗? 若不对, 应附加什么条件?

(1) $-a$ 是负数;

(2) $2a$ 是偶数;

(3) 是正数;

(4) $3a > 2a$

(5) $a+3 > a$

(6) $a+4 > 4$

进入初中阶段, 我们学会的第一件事情就是用字母表示数, 这是我们整个数学思维的提高。在小学, 我们所见过的数就是数, 但是到初中阶段又遇到了用字母表示数, 这是代数的灵魂。一个 a , 有可能是整数, 也有可能是分数, 有可能是正数, 也有可能是负数, 还有可能是 0。所以不要简简单单地老是把 a 当成一个正数去处理, 这是同学们最容易犯的错误。

(1) $-a$ 是负数, 对吗? 如果你把 a 仅仅当成是一个正数的话, 自然而然地认为 $-a$ 就是负数, 可是根据刚才的分析, a 有可能是整数、有可能是分数, 也有可能是正数、有可能是负数。比如 $a = -5$, -5 的相反数就是 $+5$, $+5$ 怎么能是负数, 这个说法肯定是错的。

(2) $2a$ 是偶数。有同学一看, $2a$ 能被 2 整除, 是偶数。又错了, a 的可能性是很多的, a 有可能是分数, 如果是 $a = \frac{1}{2}$, 那么 $2a = 1$, 它就不是偶数。

(3) a 的绝对值是正数。 a 有可能是 0, 0 的绝对值还是 0, 0 不是正数, 所以这个说法也是错的。

(4) $3a > 2a$, 这是同学们最容易错的。小学就学过了, 3 比 2 大, 可是这里的 a 有可能是负数, 假如 $a = -1$, 那么 $3a = -3$, $2a = -2$ 。我们知道在数轴上 -3 所表示的点在 -2 所表示的点左边, 这时候 $3a$ 就比 $2a$ 小了, 这个说法是错的。

(5) $a+3 > a$ 。这个没有问题, 不论 a 是什么数, $a+3$ 以后自然是比 a 大的。

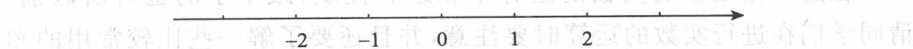
(6) $a+4 > 4$ 。这就有问题了, 如果 a 是正数, $a+4 > 4$, 当然没问题, 如果是 a 是 0 或者是负数, 比如 $a = 0$, $a+4 = 4$, $4 = 4$, 这个命题就是错误的。

借助这个例题, 这里要特别强调一下, 用字母表示数的时候, 这个字母所表示的数是有很多种可能的, 你要考虑到所有可能的情况。

求绝对值小于2的整数。

绝对值的概念,我们可借助数轴去进行处理。

绝对值小于2的整数,也就是说在数轴上到原点的距离比2小的这些点所表示的整数,就是我们要求的结果。



我们可以画一条数轴,很容易发现在数轴上到原点的距离比2小的点,一共应该有3个,所表示的数应该是+1、-1,还有0。这时我们就知道了,绝对值小于2的整数一共有3个,即:+1、-1和0。

利用这样一道题,我们可以简单地体会一下什么叫数形结合。表面上看是纯数字的一道题,但是我们是借助画数轴来解决的。

下面的近似数各含有几个有效数字,它们分别精确到哪一位?

2.2万, 5.60×10^4

2.2万,第一个不是0的数字是2,最后一个数字也是2,所以它含有两个有效数字。它的表示方法是2.2万,2在万位上,小数点后面这个2在千位上,所以它是精确到千位。

5.60×10^4 是用科学计数法来表示的,我们来看一下这个科学计数法表示的数,左边第一个不是0的数字是5,精确到最后一个数字是0,其中的5、6、0都是有数字,所以这个近似数含有3个有效数字。那么它精确到哪一位呢?注意, 10^4 应该是万位,那6就在千位上,0在百位上,0是最后一个数字,所以这个数字应该是精确到百位。

将2005490保留四个有效数字,求其近似值并回答该近似值精确到哪一位。

这个数字的绝对值是很大的,如果保留四个有效数字,要求从左边第一个不是0的数字起,应该是从2起,要保留4个数,就是数到5,后面全部不要,那样就比原数小了很多,所以要想把这个近似值表示出来,我们必须用科学计数法。

用科学计数法表示这个数,就应该是 2.005490×10^6 。

保留四个有效数字,就是 2.005×10^6 ,这就是它的近似值。

5 很明显是在千位上,所以这个近似数精确到千位。

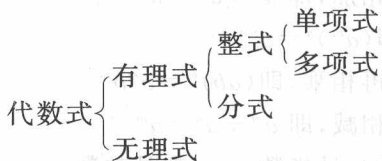
这一单元主要是对实数的知识点进行梳理,请同学们注意,现在的数区别于小学所学过的数,它有两方面的特征:第一,绝对值;第二,符号。

在这个基础上的实数的运算率和运算性质,跟小学的也有所区别。请同学们在实数的运算时要注意,并且还要了解一些比较常用的知识点,例如科学计数法、有效数字、近似值等等。

第2单元 代数式

1. 代数式

用运算符号加、减、乘、除、乘方、开方,把数或者表示数的字母连接而成的式子,就叫代数式。



由数字和字母的积组成的代数式,叫做单项式。没有加减运算符号连接的单独的一个数或单独的字母也叫做单项式。

单项式数字因数叫做单项式的系数,它所有的字母指数之和叫做单项式的次数。

几个单项式的和叫做多项式。在多项式中的每个单项式叫做多项式的项,其中不含字母的项叫做常数项。多项式里次数最高的项的次数叫做多项式的次数,通常是用几次几项式来刻画一个多项式的。

两个所含字母相同,并且相同字母的指数也完全相同的项,叫做同类项。同类项是可以合并的,也就是可以把系数相加减,字母和字母的指数不变,这就叫做合并同类项。

什么叫做分式呢? 分数是表示成两个整数的比,那分式就表示成两个整式的比,其中的分母一定是含有字母的整式,这样的代数式就叫做

分式。

相对于有理式,还有无理式。在初中阶段,无理式中主要是研究二次根式。我们把形如 $\sqrt{a}$,其中 $a \geq 0$,这样的代数式叫做二次根式。

2. 代数式的运算

(1) 整式的加减

整式的加减主要进行的就是合并同类项。把能合并的同类项都合并了,就叫做这个整式的加减。

在整式的运算当中还经常会碰到添(去)括号,与实数运算时添(去)括号一样有添括号法则和去括号法则。如果括号前面是“+”号,括号里的各项在去括号的时候都不变符号。如果括号前面是“-”号,在添(去)括号的时候,括号里面的各项都要改变符号。

几个整式相加减,通常是用括号把每一个整式括起来,再用加减号连接,然后去括号、合并同类项就可以了。

(2) 整式的乘除

整式的乘除主要是进行幂的计算。整数指数幂的运算性质有:

同底数的幂相乘:底数不变,指数相加,即 $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ 。

幂的乘方:底数不变,指数相乘,即 $(a^m)^n = a^{mn}$ 。

积的乘方:因式分别乘方,所得积再相乘,即 $(ab)^m = a^m b^m$ 。

同底数的幂相除:底数不变,指数相减,即 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 。

前提条件是: $a \neq 0$,且指数 m, n 都是整数。

整式的乘法分为单项式乘以单项式、单项式乘以多项式、多项式乘以多项式,都有相应的运算率。

单项式乘单项式,可以把它的系数、相同字母分别相乘,单项式里含的字母连同它的指数作为积的一个因式。

单项式乘多项式,就可以用分配率,把单项式去乘多项式的每一项,再把所得的积相加就可以了。

多项式乘多项式,先用多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项,再把所得的积相加。

在多项式乘多项式中,可以把以下一些特殊的多项式乘多项式总结为乘法公式:

平方差公式:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

完全平方和公式:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

完全平方差公式:

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

整式的除法,分成单项式除以单项式、多项式除以单项式。

单项式除以单项式,就是把系数和同底数数的幂分别相除,把在被除式里含有的字母连同指数也作为商的一个因式。

多项式除以单项式,就是把多项式的每一项去除以单项式,并且把所得的商相加就可以得到最后的结果。

(3) 因式分解

对整式进行恒等变形,我们称之为因式分解。

因式分解是整式运算的逆变形,把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做多项式的因式分解。

要牢固掌握这个概念,一定是化成几个整式的积的形式。经常有一些同学在转化的时候,或者出现了分式,或者没有把它表示成积的形式,这都不符合因式分解的概念。

在因式分解时要注意:

第一,要分解完全,在指定的数范围内,一般是有理数范围内,一定要分解到不能再分解为止。

第二,相同的因式要写成幂的形式,同时因式要是最简形式,且首项不包含负号。

第三,多项式的因式分解是多项式乘法的逆变形。

因式分解的方法具体分为:

①提取公因式法,其实是对分配律的逆使用。

②运用公式法,也就是平方差公式和完全平方公式的逆变形。

③十字相乘法,这个是课下需要同学们自己自学的一种比较好的对二次三项式进行因式分解的方法。

因式分解的步骤:

①有公因式的一定要先提,否则可能会造成后面观察不出来含有公因式,出现没有分完的结果。

②考虑所给的多项式是否能用乘法公式来分解,对于所给的二次三项式,一定要尝试一下是不是可以用十字相乘去进行因式分解。

③分完了之后,检查因式是否分解彻底,是否符合要求。

(3)分式

分式通常会有这样几个问题:分式有意义的条件自然是分母不为零;分母为零时这个分式无意义;分子为零,但同时分母不为零,分式值是零;分子分母同号时,分式的值是正数;分子分母异号时,分式的值为负数。

(4)二次根式

二次根式形如 $\sqrt{a}$, $a \geq 0$

$$\sqrt{a^2} = |a| \begin{cases} \text{当 } a > 0 \text{ 时, 为 } a \\ \text{当 } a = 0 \text{ 时, 为 } 0 \\ \text{当 } a < 0 \text{ 时, 为 } -a \end{cases}$$

积的算术平方根: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, ($a \geq 0, b \geq 0$)

商的算术平方根: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, ($a \geq 0, b > 0$)

最简二次根式,其实就是两条:第一,被开方数不含分母。第二,被开方数不含能开得尽方的因数或因式。

进行二次根式加减时,先要把每一个二次根式化成最简二次根式,之后将被开方数相同的二次根式进行合并。

二次根式的乘除运算,就相当于是被开方数相乘除,而根指数不变。

二次根式还常常见到分母有理化的问题。在分式当中,一般分母中是不能含有根号的,要把分母中的根号化去,而这个分式值不变,就叫做分母有理化。

常见的分母有理化的方法:

①如果分母为 $\sqrt{a}$,则分子、分母同时乘以 $\sqrt{a}$

②如果分母为 $\sqrt{a}+b$,则分子、分母同时乘以 $\sqrt{a}-b$,得到 $a-b^2$

③如果分母为 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$,则分子、分母同时乘以 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$,得到 $a-b$