

初中数学

经典题精解题库

主 编 马云龙 黄秀旺



CHUZHONGSHUXUE



主 编 马云龙 黄秀旺

初中数学

经典题精解题库



CHUZHONGSHUXUE



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学经典题精解题库 / 马云龙, 黄秀旺主编

· 一 南京: 南京大学出版社, 2011. 6

ISBN 978-7-305-08486-7

I. ①初… II. ①马… ②黄… III. ①中学数学课—
初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 106680 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://www.NjupCo.com>
出 版 人 左 健
书 名 初中数学经典题精解题库
主 编 马云龙 黄秀旺
责任编辑 孟庆生 沈 洁 编辑热线 025-83686722
照 排 南京南琳图文制作有限公司
印 刷 南京京新印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 21.5 字数 497 千
版 次 2011 年 6 月第 1 版 2011 年 6 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-08486-7
定 价 40.00 元
发行热线 025-83594756 83686452
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有, 侵权必究

* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

声明: 本社正版图书已贴有数码防伪标志, 欢迎拨打免费电话查询。

如未贴防伪标志均系盗版图书, 欢迎举报!

编委会

主任 马云龙 黄秀旺 荣天 王牧 雨麓

委员 刘世忠 夏明玲 邓宇航 吕俊 吴琨 徐艳

冯帅 蔡荣庆 吴佳 罗琳 沈艳 朱虹

刘涌 马军 沈海燕 谭冠男 李训 赵慧娟

包殿珍 赵瑞 黄芳琳 胡少希 胡柄根 乔杉

孟振洲 陈晓建 张富谦 王乃森 孙宁军 董海

孙进全

本册主编 马云龙 黄秀旺

本册编者 刘世忠 夏明玲 邓宇航 吕俊 吴琨 徐艳

冯帅 马云龙 黄秀旺

前言

本题库是根据现行的初中数学新课程标准,以主流版本教材为纲,以近几年的中考试题、数学竞赛试题为素材编写而成.题库覆盖了初中数学课程标准所涉及的全部知识点,包含现在流行的几个版本中的经典知识点,部分内容既源于课程标准,又略高于课程标准,通过对试题的精讲精析,给初中生在数学各类重大考试或参加各种竞赛或平时的学习中提供帮助,发挥指导作用和解题示范作用.题库设以下五大栏目:

【概念精要】简明概括专题知识要点,条理清晰,重点突出.

【经典题精解】精选近三年各项重大考试中的经典题、难题,如各省市中考题、各级竞赛题,从解题思路和方法等方面精析,并给出答案.所选题目具有典型性、代表性、多样性、新颖性.

【技巧揭秘】将专题中所选试题按解题方法进行分类,同一类题目后设有“技巧揭秘”,以进一步揭示这一类题目解题过程中的通性通法,以便学生举一反三.

【经典题练习】每个专题精选 10 题左右经典题,让学生及时演练,掌握解题方法,领会解题思想,提高解题能力.

【答案详解】在各经典题练习题后附解题过程和答案,让学生能及时检查、反馈自己的学习情况.

愿本题库能给考生带来帮助,让考生在学习数学的过程中找到自信与快乐,更让考生带着自信的情绪进入考场,在学业上取得辉煌的成绩!

目 录

专题一 数与代数	1
第一节 实 数	1
第二节 整 式	8
第三节 分 式	18
第四节 二次根式	27
专题二 方程与不等式	35
第一节 一次方程组	35
第二节 分式方程	47
第三节 一元二次方程	57
第四节 不等式与不等式组	66
专题三 函数	80
第一节 函 数	80
第二节 一次函数	92
第三节 反比例函数	106
第四节 二次函数	124
专题四 图形的认识	142
第一节 相交线与平行线	142
第二节 三角形	150
第三节 四边形	160

第四节 圆	174
第五节 视图与投影	187
专题五 图形与变换	198
第一节 图形的轴对称	198
第二节 图形的平移	209
第三节 图形的旋转	217
第四节 图形的相似	228
专题六 图形与坐标	241
专题七 图形与证明	252
专题八 统计	267
专题九 概 率	280
专题十 课题学习	292
专题十一 综合题选讲	319

专题一 数与代数

第一节 实数

概念精要

实数这一部分的主要学习内容:有理数、相反数、绝对值的意义,算术平方根、平方根、立方根、无理数、实数、有效数字的概念,科学记数法,有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算.

1. 整数与分数统称为有理数;无限不循环小数是无理数,无理数与有理数统称为实数,实数与数轴上的点一一对应.

2. 只有符号不同的两个数互为相反数;在数轴上,一个数所对应的点到原点的距离叫做该数的绝对值.

3. 若 $x^2=a$, 则 x 是 a 的平方根, 记作 $\pm\sqrt{a}$, 其中 $a\geq 0$; $\sqrt{a}$ 是 a 的算术平方根. 若 $x^3=a$, 则 x 是 a 的立方根, 记作 $\sqrt[3]{a}$.

4. 对于一个近似数, 从左边第一个不为 0 的数字起, 到精确的数位止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字. 把一个数记成 $a\times 10^n$ 的形式, 其中 $0\leq a<1$, n 为整数, 这种记数的方法叫做科学记数法.

5. 有理数的加、减、乘、除、乘方运算, 要注意考虑运算结果的符号与绝对值这两部分. 有理数的混合运算要注意运算的顺序, 并恰当地运用运算律, 可使运算更加简便.

经典题精解

例 1 (2010 年四川乐山中考) 把温度计显示的零上 5°C 用 $+5^{\circ}\text{C}$ 表示, 那么零下 2°C 应表示为 $\underline{\hspace{2cm}}^{\circ}\text{C}$.

● **解析** “零上”和“零下”是一对相反意义的量, 因为“零上”用“正数”表示, 所以“零下”就用“负数”表示.

● **答案** -2

技巧揭秘

正数和负数可以表示一对相反意义的量, 如果其中一个量用正数表示, 那么另一个量就用负数表示.

例 2 (2010 年四川巴中中考) 下列各数: $\frac{\pi}{2}$, 0 , $\sqrt{9}$, $0.2\dot{3}$, $\cos 60^{\circ}$, $\frac{22}{7}$, $0.303003\cdots$, $1-\sqrt{2}$ 中无理数个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

● 解析 $\frac{\pi}{2}$, $0.303003\cdots$, $1-\sqrt{2}$ 是无理数, 其他都是有理数.

● 答案 B

技巧揭秘

解决此类问题的关键是准确把握有理数、无理数及实数的概念, 不能片面地从形式上来判断, 不能认为写成分数形式的数是有理数, 如 $\frac{\pi}{2}$, 也不能认为带根号的数是无理数, 如 $\sqrt{9}$, 主要是根据化简的结果, 而不是形式.

例 3 (2010 年云南红河州中考) 红河州初中毕业生参加今年中考的学生数约是 36600 人, 这个数用科学记数法可表示为_____.

● 解析 $36600 = 3.66 \times 10000 = 3.66 \times 10^4$.

● 答案 3.66×10^4

例 4 (2010 年山东潍坊中考) 将 5.62×10^{-8} 用小数表述为 ()

A. 0.00000000562

B. 0.0000000562

C. 0.000000562

D. 0.000000000562

● 解析 5.62×10^{-8} 可表示为 5.62×0.00000001 , $0.00000001 = 10^{-8}$, 因此 $5.62 \times 10^{-8} = 0.0000000562$.

● 答案 B

技巧揭秘

例 3, 例 4 是考查科学记数法的题. 科学记数法是每年中考试卷中的必考题目, 把一个数写成 $a \times 10^n$ 的形式 (其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 这种计数法称为科学记数法), 其方法: 首先确定 a , a 是只有一位整数的数; 然后确定 n ; 当原数的绝对值大于或等于 10 时, n 为正整数, n 等于原数的整数位数减 1; 当原数的绝对值小于 1 时, n 为负整数, n 的绝对值等于原数中左起第一个非零数前零的个数 (含整数位数上的零).

例 5 (2010 年浙江嘉兴中考) 据统计, 2009 年嘉兴市人均 GDP 约为 4.49×10^4 元, 比上年增长 7.7%, 其中, 近似数 4.49×10^4 有_____个有效数字.

● 解析 对于一个近似数, 从左边第一个不是 0 的数字开始, 到最后一位数字为止, 都是这个近似数的有效数字. 4.49×10^4 是用科学记数法表示一个近似值, 在科学记数法中, 10^n 不算在有效数字之内, 所以 4.49×10^4 的有效数字从左边第一个不是 0 的数字开始只有 4, 4, 9 这三个, 所以它有 3 个有效数字.

● 答案 3

例 6 (2010 年浙江宁波中考)实数 4 的算术平方根是_____.

● **解析** 2 的平方是 4, 所以 2 是 4 的算术平方根.

● **答案** 2

技巧揭秘

一个正数的正的平方根叫做这个数的算术平方根. 0 的算术平方根是 0, 负数没有平方根, 当然就没有算术平方根.

例 7 (2010 年福建福州中考)实数 a, b 在数轴上对应点的位置如图 1-1-1 所示, 则 a _____ b (填“>”、“<”或“=”).

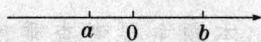


图 1-1-1

● **解析** 根据数轴上的两个数右边的数总比左边的数大, 可以得出 $a < b$.

● **答案** <

技巧揭秘

借助数轴可以比较两个实数的大小, 有时也可以利用以下结论: 两个正数, 绝对值大的正数大; 两个负数, 绝对值大的负数反而小.

例 8 (2009 年山东青岛中考)如图 1-1-2 所示, 数轴上点 P 所表示的可能是 ()

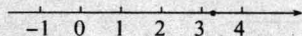


图 1-1-2

A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{15}$ D. $\sqrt{31}$

● **解析** 观察数轴不难发现, 数轴上点 P 所表示的数比 3 大且比 4 小. $\sqrt{6}$ 大于 2 且小于 3; $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{15}$ 大于 3 且小于 4, P 点靠近 3 而远离 4; $\sqrt{31}$ 大于 5 且小于 6.

● **答案** B

技巧揭秘

对无理数的估算, 一般地, 将一个无理数估计在某两个连续的整数之间.

例 9 (2010 年湖北襄樊中考)某市 2010 年元旦这天的最高气温是 8°C , 最低气温是 -2°C , 则这天的最高气温比最低气温高 ()

A. 10°C B. -10°C C. 6°C D. -6°C

● **解析** 本题就是求最高气温与最低气温的差, 即 $8 - (-2) = 8 + 2 = 10 (^{\circ}\text{C})$.

● **答案** A

技巧揭秘

本题主要考查学生应用有理数的运算解决生活中的实际问题. 解决此类问题, 首先根据题意, 列出算式, 然后根据有理数的运算法则计算.

例 10 (2010 年广东广州中考)下列命题中,正确的是 ()

A. 若 $a \cdot b > 0$, 则 $a > 0, b > 0$

B. 若 $a \cdot b < 0$, 则 $a < 0, b < 0$

C. 若 $a \cdot b = 0$, 则 $a = 0$, 且 $b = 0$

D. 若 $a \cdot b = 0$, 则 $a = 0$, 或 $b = 0$

● 解析 A 项中 $a \cdot b > 0$ 可得 a, b 同号, 可能同为正, 也可能同为负; B 项中 $a \cdot b < 0$ 可得 a, b 异号, 所以错误; C 项中 $a \cdot b = 0$ 可得 a, b 中必有一个字母的值为零, 但不一定同时为零.

● 答案 D

技巧揭秘

本题主要考查乘法法则, 它是由积推测因数的符号特点, 只有深刻理解乘法法则才能求出正确答案.

例 11 (2009 年湖北荆门中考)定义 $a * b = a^2 - b$, 则 $(1 * 2) * 3 =$ _____.

● 解析 本题是一种新定义运算题, 定义 $a * b = a^2 - b$, 所以

$$(1 * 2) * 3 = (1^2 - 2) * 3 = (-1) * 3 = (-1)^2 - 3 = -2,$$

故填 -2.

● 答案 -2

例 12 (2009 年湖北孝感中考)若 $|m - n| = n - m$, 且 $|m| = 4, |n| = 3$, 则 $(m + n)^2 =$ _____.

● 解析 由 $|m| = 4$, 知 m 为 4 或 -4, 由 $|n| = 3$, 知 n 为 3 或 -3. 又由 $|m - n| = n - m$ 知 $m < n$, 故有两种情况出现: m 为 -4, n 为 3; m 为 -4, n 为 -3.

● 答案 49 或 1

技巧揭秘

由于本题 m, n 的值有多种情况, 故本题要分类讨论. 如果本题没有“ $|m - n| = n - m$ ”的条件, 则 m, n 的值还有两种情况: m 为 4, n 为 3; m 为 4, n 为 -3.

例 13 (2009 年山东滨州中考)大家知道 $|5| = |5 - 0|$, 它在数轴上的意义是表示 5 的点与原点(即表示 0 的点)之间的距离. 又如式子 $|6 - 3|$, 它在数轴上的意义是表示 6 的点与表示 3 的点之间的距离. 类似地, 式子 $|a + 5|$ 在数轴上的意义是 _____.

● 解析 先画出数轴, 然后结合数轴来理解题意, 关注以上算式的结构特点——两个数的差的绝对值, 因此“ $a + 5$ ”可以理解为“ $a - (-5)$ ”.

● 答案 表示 a 的点与表示 -5 的点之间的距离.

例 14 (2008 年福建南平中考)定义: a 是不为 1 的有理数, 我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数.

如: 2 的差倒数是 $\frac{1}{1-2} = -1$, -1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$. 已知 $a_1 = -\frac{1}{3}$, a_2 是 a_1

的差倒数, a_3 是 a_2 的差倒数, a_4 是 a_3 的差倒数, 则 $a_{2009} =$ _____.

● 解析 根据“差倒数”的定义, 计算 a_2 , 再算 $a_3, \dots$, 以此类推, 寻求规律.

● 答案 $\frac{3}{4}$

技巧揭秘

例 13, 例 14 是数学中常见的阅读理解题, 根据题目提供的材料, 领会方法, 并运用此方法解决新的问题.

例 15 (2008 年湖南株洲中考) 根据如图 1-1-3 所示的程序计算, 若输入的 x 的值为 1, 则输出的 y 值为 _____.

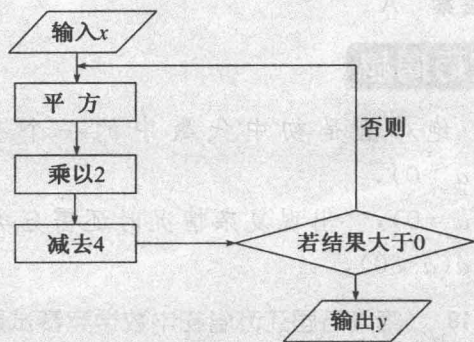


图 1-1-3

● 解析 根据图 1-1-3 所示的程序可以列出算式 $1^2 \times 2 - 4$, 经计算得 -2 , 由于 $-2 < 0$, 又可列出算式 $(-2)^2 \times 2 - 4$, 经计算得 4.

● 答案 4

技巧揭秘

通过图来表达计算的程序, 实际上是明确了运算的顺序或步骤. 因此可以列出算式, 使问题得到合理的转化.

例 16 (2010 年重庆潼南中考) 计算: $(\pi - 3.14)^0 - |-3| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (-1)^{2010}$.

● 解析 $(\pi - 3.14)^0 = 1, |-3| = 3, \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2, (-1)^{2010} = 1$.

● 答案 原式 $= 1 - 3 + 2 - 1 = -1$.

技巧揭秘

此类题考查实数运算的有关概念, 以及实数混合运算的顺序, 其中非零的实数的零次幂、绝对值、非零的实数的负整数指数幂等应牢固掌握.

例 17 (山东省竞赛题) 如果 a, b, c 是非零有理数, 且 $a + b + c = 0$, 那么 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} +$

$\frac{abc}{|abc|}$ 的所有可能的值为

()

A. 0

B. 1 或 -1

C. 2 或 -2

D. 0 或 -2

- 解析 根据 a, b, c 的符号的所有可能情况, 去掉绝对值符号, 这是解本例的关键. 由已知可以推得 a, b, c 中有两个正数、一个负数, 或两个负数、一个正数这两种情形. 不妨设 a, b 是正数, c 是负数, 此时 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|} = 0$; a, b 是负数, c 是正数, 此时 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|} = 0$, 故 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 所有可能的值为 0.

● 答案 A

技巧揭秘

绝对值是初中代数中的一个基本概念, 去绝对值的符号法则: $|a| =$

$$\begin{cases} a (a > 0), \\ 0 (a = 0), \\ -a (a < 0), \end{cases}$$

出现复杂情况时还需分类讨论.

例 18 (第十五届江苏省初中数学竞赛试题初一年级第一试)(1) 数轴上有 A, B 两点, 如果点 A 对应的数是 -2, 且 A, B 两点的距离为 3, 那么点 B 对应的数是_____.

(2) 在数轴上, 点 A, B 分别表示 $-\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{5}$, 则线段 AB 的中点所表示的数是_____.

- 解析 (1) 结合题意, 在数轴上确定 B 点的位置; (2) 可以在数轴上选择两个特殊点, 以探索它们的中点所表示的数与所选两点所表示的数的关系.

● 答案 (1) -5 或 1; (2) $-\frac{1}{15}$.

技巧揭秘

本题体现了数形结合的思想. 借助数轴可以较直观地解决问题. 第(2)小题反映出一般的规律: 在数轴上, 两个点的中点表示的数是所选两点所表示的两数和的一半.

例 19 (2008 年全国初中数学联赛决赛试题·江西卷) 5^{55} 的末尾三位数字是 ()

A. 125

B. 375

C. 625

D. 875

- 解析 $5^1, 5^2$ 因不满三位减去, 则从 5^3 开始后三位依次为 125, 625, ... 循环, 则 $(55-3)/2$ 余 1, 则 5^{55} 末三位尾数为 125.

● 答案 A

例 20 (2008 年全国初中数学联赛决赛试题·江西卷) 三个互不相等的有理数, 既可以表示为 $1, a+b, a$ 的形式, 也可以表示为 $0, \frac{b}{a}, b$ 的形式, 试求 $a^{2000} + b^{2001}$ 的值.

● **解析** 以已知数 1 和 0 为突破点, 确定 a, b 的值, 进而求出 $a^{2000} + b^{2001}$ 的值.

● **答案** 由于三个互不相等的有理数, 既可表示为 $1, a+b, a$ 的形式, 又可以表示为 $0, \frac{b}{a}, b$ 的形式, 也就是说这两个数组的元素分别对应相等. 于是可以判定 $a+b$ 与 a 中有一个是 0, $\frac{b}{a}$ 与 b 中有一个是 1; 但若 $a=0$, 会使 $\frac{b}{a}$ 无意义, 所以 $a \neq 0$, 只能 $a+b=0$, 即 $a=-b$; 于是 $\frac{b}{a} = -1$, 只能是 $b=1$, 于是 $a=-1$. 所以原式 $=2$.

经典题练习

- (2010 年安徽省中考) 在 $-1, 0, 1, 2$ 这 4 个数中, 既不是正数也不是负数的是 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
- (2010 年四川自贡中考) 下列各数中, 最小的实数是 ()
A. $-\sqrt{3}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. $\frac{1}{3}$
- (2010 年江苏盐城中考) 2010^0 的值是 ()
A. 2010 B. 0 C. 1 D. -1
- (2010 年浙江湖州中考) 2010 年 5 月, 湖州市第 11 届房产会总成交金额约 2.781 亿元, 近似数 2.781 亿元的有效数字的个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (2009 年湖南衡阳中考) 已知空气的密度为 $1.29 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$, 1.29×10^{-3} 用小数表示为 ()
A. 0.000129 B. 0.0129 C. -0.00129 D. 0.00129
- (2009 年湖北襄樊中考) A 为数轴上表示 -1 的点, 将 A 点沿数轴向左移动 2 个单位长度到 B 点, 则 B 点所表示的数为 ()
A. -3 B. 3 C. 1 D. 1 或 -3
- (2009 年湖北黄石中考) 实数 a 在数轴上对应的点如图 1-1-4 所示, 则 $a, -a, -1$ 的大小关系是 ()
A. $-a < a < -1$ B. $-a < -1 < a$
C. $a < -1 < -a$ D. $a < -a < -1$

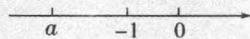


图 1-1-4

- (2009 年山东烟台中考) 如图 1-1-5 所示, 数轴上 A, B 两点表示的数分别为 -1 和 $\sqrt{3}$, 点 B 关于点 A 的对称点为 C , 则点 C 所表示的数为 ()
A. $-2 - \sqrt{3}$ B. $-1 - \sqrt{3}$
C. $-2 + \sqrt{3}$ D. $1 + \sqrt{3}$

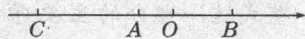


图 1-1-5

- (2009 年江苏省中考) 下面是按一定规律排列的一列数:

第 1 个数 $\frac{1}{2} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right)$;

第 2 个数 $\frac{1}{3} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left[1 + \frac{(-1)^2}{3}\right] \left[1 + \frac{(-1)^3}{4}\right]$;

第3个数 $\frac{1}{4} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left[1 + \frac{(-1)^2}{3}\right] \left[1 + \frac{(-1)^3}{4}\right] \left[1 + \frac{(-1)^4}{5}\right] \left[1 + \frac{(-1)^5}{6}\right];$

.....

第 n 个数 $\frac{1}{n+1} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left[1 + \frac{(-1)^2}{3}\right] \left[1 + \frac{(-1)^3}{4}\right] \dots \left[1 + \frac{(-1)^{2n-1}}{2n}\right].$

那么,在第10个数、第11个数、第12个数、第13个数中,最大的数是 ()

A. 第10个数 B. 第11个数 C. 第12个数 D. 第13个数

10. (2008年全国初中数学联赛决赛试题·江西卷)从分数组 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}\right\}$ 中删去两个分数,使剩下的数之和为1,则删去两个数是 ()

A. $\frac{1}{4}$ 与 $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ 与 $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{8}$ 与 $\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{8}$ 与 $\frac{1}{12}$

11. (2010年湖南株洲中考)在 $-3, 0, \sqrt{2}, 1$ 四个数中最大的数是_____.

12. (2009年吉林省中考)若 $|a|=5, b=-2$, 且 $ab>0$, 则 $a+b=$ _____.

13. (第十二届“华杯赛”浙江赛区决赛复试试题·初一年级组)已知 a, b 互为相反数, c, d 互为负倒数, x 的绝对值等于它的相反数的2倍, 则 $x^3 + abcdx + a - bcd$ 的值是_____.

14. (第十二届“华杯赛”浙江赛区决赛复试试题·初一年级组)已知 $|a|=1, |b|=2, |c|=3$, 且 $a>b>c$, 则 $a-b+c=$ _____.

15. (2010年云南昆明中考)计算: $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} - |-3| - 2010^0 + (\sqrt{2})^2$.

答案详解

1. B 2. C 3. C 4. D 5. D 6. A 7. C 8. A 9. A 10. C 11. $\sqrt{2}$ 12. -7

13. 因为 $|x|=-2x$, 所以 $x=0$. 又因为 $a+b=0, cd=-1$, 故 $x^3 + abcdx + a - bcd=0$.

14. 由 $|a|=1$ 知, $a=\pm 1$, 又因为 $a>b>c$, 故 $b=-2, c=-3$, 则:

① 当 $a=1$ 时, $a-b+c=1-(-2)+(-3)=0$;

② 当 $a=-1$ 时, $a-b+c=-1-(-2)+(-3)=-2$.

15. 原式 $= -4 - 3 - 1 + 2 = -6$.

第二节 整 式

概念精要

整式这一部分的主要学习内容:整式的相关概念,简单的整式加、减、乘、除运算,分解因式.

1. 数与字母的乘积叫做单项式;几个单项式的和叫做多项式;单项式和多项式统称整式;单项式中,所有字母的指数和叫做这个单项式的次数;多项式中,次数最高项的次数,叫做这个多项式的次数.

2. 幂的运算性质: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$.

规定: $a^0 = 1 (a \neq 0)$; $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 为正整数})$.

3. 整式的加减运算的实质是合并同类项. 如果遇到括号, 先去括号, 再合并同类项.

4. 整式的乘法运算有三种情况: (1) 单项式与单项式相乘; (2) 单项式与多项式相乘; (3) 多项式与多项式相乘.

5. 乘法公式: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$.

6. (1) 分解因式的概念: 一个多项式化成几个整式的积的形式, 这种变形叫做把这个多项式分解因式.

(2) 分解因式的方法: ① 提公因式法; ② 运用公式法. 常见的公式:

平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$;

完全平方公式 $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$.

(3) 分解因式的一般步骤: 首先提公因式, 然后再运用公式. 分解因式的结果中不能含有还可继续分解的因式, 一定要分解到不能再分解为止.

经典题精解

例 1 (2010 年湖南衡阳中考) 若 $3x^{m+5}y^2$ 与 x^3y^n 的和是单项式, 则 $n^m = \underline{\hspace{2cm}}$.

● 解析 根据同类项的定义可知 $m+5=3$, 解得 $m=-2$, $n=2$ 所以 $n^m=2^{-2}=\frac{1}{4}$.

● 答案 $\frac{1}{4}$

技巧揭秘

本题述及同类项的概念和负整数指数幂的计算. 负整数指数幂的计算是一个易错点, 要把握好其运算法则.

例 2 (2010 年山东泰安中考) 计算 $(a^3)^2 \cdot a^3$ 的结果是 ()

A. a^8

B. a^9

C. a^{10}

D. a^{11}

● 解析 幂的乘方底数不变, 指数相乘, 即 $(a^m)^n=a^{mn}$, 同底数幂的乘法, 底数不变, 指数相加, 即 $a^m \cdot a^n=a^{m+n}$, $(a^3)^2 \cdot a^3=a^6 \cdot a^3=a^9$.

● 答案 B

技巧揭秘

中考考查幂的运算时, 通常以选择题、填空题为主要考查形式. 解决这类问题时, 要牢记幂的运算性质, 相关知识不要混淆. ① 同底数幂的加法与乘法易混淆, $a^n+a^n=2a^n$, 而 $a^n \cdot a^n=a^{2n}$; ② 同底数幂的乘法与积的乘方易混淆, $(a^m)^n=a^{mn}$, $a^m \cdot a^n=a^{m+n}$.

例 3 (2010 年山东滨州中考) 下列各式运算正确的是 ()

A. $2a^2+3a^2=5a^4$

B. $(2ab^2)^2=4a^2b^4$

C. $2a^6 \div a^3=2a^2$

D. $(a^2)^3=a^5$

- 解析 A 为整式的加法,应当合并同类项, $2a^2$ 与 $3a^2$ 是同类项,合并同类项时字母及其指数不变,系数相加,结果应为 $5a^2$;B 为积的乘方,为各因式乘方的积,B 正确;C 为同底数幂相除,底数不变,指数相减,应当是 $2a^3$;D 为幂的乘方,底数不变,指数相乘,应为 a^6 ,故只有 B 正确.

● 答案 B

例 4 (2010 年江苏连云港中考)下列计算正确的是 ()

- A. $a+a=a^2$ B. $a \cdot a^2=a^3$ C. $(a^2)^3=a^5$ D. $a^2(a+1)=a^3+1$

- 解析 因为 $a+a=2a$,故 A 错;因为 $(a^2)^3=a^6$,故 C 错;因为 $a^2(a+1)=a^3+a^2$,故 D 错.

● 答案 B

技巧揭秘

幂的运算法则的理论依据是:①同底数幂相乘底数不变指数相加;②幂的乘方,底数不变,指数相乘.容易出错的地方有三处,一是与合并同类项混淆,如选项 A;二是幂的乘方时,指数相加而实质应相乘,如选项 C;三是去括号时,要按照去括号法则,将括号前的 a^2 与括号内每一项分别相乘,切勿漏乘,如选项 D.

例 5 (2010 年湖南怀化中考)若 $0 < x < 1$,则 x^{-1}, x, x^2 的大小关系是 ()

- A. $x^{-1} < x < x^2$ B. $x < x^2 < x^{-1}$
C. $x^2 < x < x^{-1}$ D. $x^2 < x^{-1} < x$

- 解析 本题使用特值法, x 取 $\frac{1}{2}$ 分别计算出 x^{-1}, x, x^2 的值为 $2, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$,因为 $\frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 2$,故 $x^2 < x < x^{-1}$.

● 答案 C

技巧揭秘

本题是比较三个代数式的大小.由于以选择题的形式出现,所以可考虑使用特值法.

例 6 (2010 年山东济宁中考)把代数式 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$ 分解因式,结果正确的是 ()

- A. $x(3x+y)(x-3y)$ B. $3x(x^2-2xy+y^2)$
C. $x(3x-y)^2$ D. $3x(x-y)^2$

- 解析 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2 = 3x(x^2 - 2xy + y^2) = 3x(x-y)^2$.

● 答案 D

技巧揭秘

分解因式常用的方法是提公因式法和公式法,本题综合考查了这两种方法,考生常出错的地方是提公因式以后,没有观察分解是否彻底.