

拥有此书,便踏上了轻松学好数学的征程,便开始了良好思维习惯的培养

跟王金战轻松学数学

kg 宽高教育
www.kgedu.com

轻松搞定初中数学

图形的认识

新课标

王金战 余中华 著



YZLI0890146907

- 他让**倒数第一**的学生考上了**北大**
- 他让准备**放弃高考**的学生成为**理科状元**
- 他的一个班有**37人**被**北大、清华**录取
- 另有**10人**被**牛津、剑桥、耶鲁**等世界名校录取

外语教学与研究出版社

拥有此书,便踏上了轻松学好数学的征程,便开始了良好思维习惯的培养

跟王金战轻松学数学

kg 宽高教育
www.kgsdu.com

轻松搞定初中数学 图形的认识

王金战 余中华 著

新课标



YZL10890146907

外语教学与研究出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

跟王金战轻松学数学: 轻松搞定初中数学. 图形的认识 / 王金战, 余中华著. — 北京: 外语教学与研究出版社, 2010. 12

ISBN 978-7-5135-0468-3

I. ①跟… II. ①王…②余… III. ①数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 001349 号

universal tool unique value useful source unanimous choice



悠游网—外语学习 一网打尽

www.2u4u.com.cn

外研社旗下网站, 打造外语阅读、视听、测试、共享的全方位平台

登录悠游网, 您可以:

- 阅读精品外语读物, 独有资源, 涵盖广泛, 学习必备。
- 观看双语视频、名家课堂、外语系列讲座。
- 多元外语测试, 检测外语水平和专项能力, 获得外语学习方案。
- 外语资源共享, 网友互动, 小组讨论, 专家答疑, 语言学习无疑难。
- 网站推出众多精彩大礼包, 可通过积分换购。

贴心小提示:

刮开封底刮刮卡, 获得网站积分充值验证码, 即可到网站注册、充值。

出版人: 于春迟

总策划: 陈海权

责任编辑: 张志纯 连 静

封面设计: 姜 凯

版式设计: 韩晓梦

出版发行: 外语教学与研究出版社

社 址: 北京市西三环北路 19 号 (100089)

网 址: <http://www.fltrp.com>

印 刷: 北京市鑫霸印务有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 8

版 次: 2011 年 1 月第 1 版 2011 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5135-0468-3

定 价: 14.50 元

* * *

购书咨询: (010)88819929 电子邮箱: club@fltrp.com

如有印刷、装订质量问题, 请与出版社联系

联系电话: (010)61207896 电子邮箱: zhijian@fltrp.com

制售盗版必究 举报查实奖励

版权保护办公室举报电话: (010)88817519

物料号: 204680001

轻松学数学

你知道数学对青少年有多重要吗？

青少年时期是一个人智力开发的关键时期，数学的主要作用就是开发智力，所以加里宁说：数学是思维的体操。我从三十年的教学经历中发现，一个学生如果数学学得很轻松，即使成绩暂时落后，关键时刻往往会赶上来，但一个学生如果数学学得吃力，往往后劲不足。

上大学时我学的就是数学，毕业三十年来又一直教数学，越教越觉得数学好玩、好学，越教越觉得数学很美、很酷，以至于我常常被数学的波澜壮阔之势、高瞻远瞩之能、对称和谐之美、茅塞顿开之境所陶醉。但当我听到很多学生抱怨学数学很难、很累、很烦时，内心充满了帮他们走出误区的责任感。其实学数学完全可以是轻松快乐的。为了帮助广大的青少年找到轻松驾驭数学的方法。感受学习数学的乐趣，我联合了全国一批教学第一线的专家，和外研社一道，共同开发了这套从幼儿园一直到高三的轻松学数学系列辅导书。我自信地认为，这套书应该是国内首创也是最适合青少年轻松阅读的。我们期望大家一旦拥有此书，便踏上了轻松学好数学的里程；我们期望，此书能帮助全中国的青少年形成良好的思维习惯。

如果我的理念得到了您的认可，您还可以到北京参加我所组织的“轻松学数学”特色辅导班。欢迎拨打我们的热线电话 010-82503431/82503185 或者上宽高学习网（www.kgedu.com）了解相关课程情况。

王金战

序言

12月份我刚推出《中考数学轻松突破100分》，是为初三学生和自学能力较强的初二学生量身定制的。但无论你是初一新生，还是在冲刺中考的“老生”，学习过程中都可能在某些板块遇到困难，导致基础不牢，影响整门学科的学习效果，甚至是考试成绩。应广大初中生的要求，我又与全国名师一起编写了这套《轻松搞定初中数学》系列丛书，目的是帮助同学们在初中阶段轻松学好数学。

《轻松搞定初中数学》丛书分8个分册：《数与式》、《方程（组）》、《不等式（组）》、《变量与函数》、《图形的认识》、《圆》、《空间与图形》和《统计与概率》。同学们可以根据自身情况选择不同的分册进行专项知识的学习和巩固。编写这套书时，我们考虑到各阶段的学生们的不同需求，从整个初中阶段数学的教学出发，对专项知识进行了整合。如：《轻松搞定初中数学·变量与函数》一书的前16个课时详细讲述了一次函数、反比例函数、二次函数，适合学生上新课用，而后几个课时是函数与其他板块的交叉内容，也适合同学们在中考总复习时使用。可以说，这样一册集聚了初中阶段所有“变量与函数”知识的辅导书，可以帮助同学们消除“变量与函数”这一板块内容学习的后顾之忧。这是《轻松搞定初中数学》这套丛书的最大特点。

虽然《轻松搞定初中数学》全套书采用统一的体例，但每本书又独具风格、自成体系。即使不能一对一教学，通过名师们在书中的解惑释疑，同学们也一定能轻松学好初中数学。

如果这套书还是不能解决你的问题，可以给我们发邮件 jz_maths@163.com 或 QQ:1298443114 咨询，会有专职老师提供帮助，帮助你解决。期待你的好消息。

王金战



目录

图形的认识	1
第 1 课时 直线、射线、线段	2
第 2 课时 角	8
第 3 课时 相交线	15
第 4 课时 平行线的判定及其性质	20
第 5 课时 三角形的三边关系	26
第 6 课时 三角形的内角和	30
第 7 课时 多边形内角和	36
第 8 课时 全等三角形	40
第 9 课时 全等三角形常用辅助线作法	46
第 10 课时 角平分线	54
第 11 课时 垂直平分线	59
第 12 课时 等腰三角形	64
第 13 课时 等边三角形	71
第 14 课时 平行四边形的性质	77
第 15 课时 平行四边形的判定	82
第 16 课时 三角形的中位线	87
第 17 课时 矩形	91
第 18 课时 菱形	98
第 19 课时 正方形	104
第 20 课时 梯形	111
检测题	117

图形的认识

在数学的大花园里,几何是最美丽的部分.它既有优美的图形,令人赏心悦目;又有众多的问题,供人思考探索.它的论证严谨而优雅,命题美丽而精致.

《图形的认识》一书共 20 课时,按照学生认知规律介绍了线段、角、相交线、平行线、三角形、全等、角平分线、平行四边形、矩形、菱形、正方形、梯形等图形的知识,本书既可作为学生学习几何的同步辅导用书,也可以作为中考复习时的指导用书,供课改地区的老师和同学们使用.

关于图形的一些其他知识在《空间与图形》一书中讲述.

《图形的认识》按照学生的认识规律,精心编排课时顺序,由浅入深,先了解几何基本概念——线段、角,然后再学习直线的基本位置关系——相交、平行,在研究几何图形时,我们遵循由简单到复杂,由一般到特殊的原则,先研究三角形,然后再研究平行四边形.

本书第 1~4 课时主要介绍了几何基本知识,第 5~13 课时介绍了三角形相关知识,第 14~20 课时介绍了特殊四边形(平行四边形、矩形、菱形、正方形、梯形)的相关知识.全书既有介绍基本知识的课时,也有介绍技巧性的课时,如第 9 课时主要介绍了全等三角形如何构造辅助线,而其他图形的辅助线构造渗透到了各个课时的“学习探究”中.

在学习几何时,一个问题解决后,须反思用过的方法及思路,考虑能否一题多解,同时回顾以前曾经做过的练习,从中悟出具有普遍性的规律,并在其后的练习中予以应用、检验和完善,通过比较和归纳,不断积累经验,从而提高分析问题、解决问题的能力.本书最后精心设计了一套检测题,供学完全书后检测用.



第1课时 直线、射线、线段

复习指导



【知识要点】

1. 点

点可以用一个大写字母来表示,如图 1-1,这个点就可称为“点 A”.

图 1-1

2. 线段

线段有两种表示方法(如图 1-2):①一条线段可以用它的两个端点的大写字母来表示:“线段 AB”;②一条线段可以用一个小写字母来表示:“线段 a”.

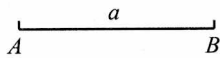


图 1-2

3. 射线

(1)射线定义:将线段向一个方向无限延长就形成了射线.

(2)射线表示法:

①两个大写字母表示:一条射线可以用它的端点和射线上的另一点来表示,如图 1-3 射线可以记作:射线 OA.

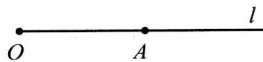


图 1-3

②一个小写字母表示:一条射线也可以用一个小写字母表示,如“射线 l”.

(3)延长线:射线没有延长线,只有反向延长线.

4. 直线

(1)定义:将线段向两个方向无限延长就形成了直线.

(2)直线的表示方法:①一条直线可以用一个小写字母表示,如图 1-4 中的直线可记

作:直线 a;②一条直线也可以用在这条直线上的两个点来表示,如图 1-5 中的直线可记作:直线 AB 或直线 BA.

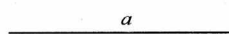


图 1-4



图 1-5

(3)点与直线的位置关系:①点在直线上,或者说直线经过这个点,如图 1-6,点 O 在直线 l 上,也可以说直线 l 经过点 O;②点在直线外,或者说直线不经过这个点,如图 1-6,点 P 不在直线 l 上,也可以说直线 l 不经过点 P.

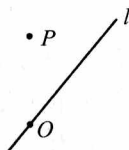


图 1-6

5. 线段、射线、直线的比较

联系:在直线上任取两点就可以得到一条线段;在射线上任取一点(端点除外)就可以得到一条线段;在直线上任取一点就可以得到两条射线.反之,若把一条射线反向延长,或把一条线段向两方延长,都可以得到一条直线.

区别:直线无端点,可向两方无限延伸,不可度量;射线只有一个端点,可向一方无限延伸,不可度量;线段有两个端点,不可以向两方无限延伸,可以度量;在表示方法上,用两个大写字母表示直线或线段时字母的顺序可以改变,而在用两个大写字母表示同一条射线时字母的位置不能改变.

6. 直线的基本性质

(1)两条性质:①经过两点有一条,并且只有一条直线.

②两条直线相交只有一个交点.

(2)直线两条性质的推广:①经过两点有且只有一条直线,经过 n 个点(每三个点都不在同一直线上)中每两点画直线,最多可画 $\frac{n(n-1)}{2}$ 条直线.② n 条直线两两相交,最多有

$\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点.

7. 中点

(1) 定义: 把线段分成相等的两条线段的点, 叫作线段的中点, 如图 1-7, 点 C 是线段 AB 的中点, 则 $AC=CB$.

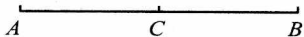


图 1-7

(2) 中点常用结论: ① $AC=BC$; ② $AC=\frac{1}{2}AB$ 或 $BC=\frac{1}{2}AB$; ③ $AB=2AC$ 或 $AB=2BC$.

8. 线段的性质

(1) 线段的性质: 两点之间所有连线中, 线段最短.

(2) 两点之间距离: 两点之间线段的长度, 叫作两点间的距离.

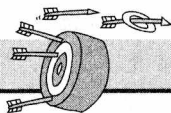
【考情分析】

线段、射线、直线是几何的基本知识, 在中考试卷中一般是与其他知识综合考查, 由于综合其他知识考查, 因此所占分值一般不易统计.

【复习建议】

本课时的重点是理解线段、射线、直线三者之间的区别和联系, 运用线段的和差倍分进行计算, 理解中点的定义, 能够灵活运用中点的定义解决问题.

当堂检测



- 下列说法正确的个数是 ()
① 数轴是一条射线, 因为它有方向; ② 射线 AB 和射线 BA 是同一条射线; ③ 线段 AB 和线段 BA 是同一条线段.
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 下列关于表示直线的说法中, 正确的是 ()
A. 直线 ab
B. 直线 AB 与直线 BA 不是同一条直线

C. 直线 a

D. 直线 AB 与直线 CD 一定是两条直线

- 下列说法正确的是 ()
A. 延长线段 AB 与延长线段 BA 表示同一种含义
B. 延长线段 AB 到 C , 使得 $AC=BC$
C. 延长线段 AB 与反向延长线段 AB 表示同一种含义
D. 反向延长线段 AB 到 C , 使 $AC=AB$
- 下列关于作图的语句中正确的是 ()
A. 画直线 $AB=10$ 厘米
B. 画射线 $OB=10$ 厘米
C. 已知 A, B, C 三点, 过这三点画一条直线
D. 过直线 AB 外一点可以画无数条直线和已知直线相交
- 如图 1-8, C 是线段 AB 的中点, D 是线段 BC 的中点, 下列等式不正确的是 ()

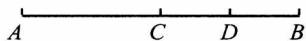


图 1-8

- A. $CD=AC-DB$ B. $CD=AD-BC$
C. $CD=\frac{1}{2}AB-BD$ D. $CD=\frac{1}{3}AB$

学习探究



例 1 如图 1-9, 图中有直线 _____ 条, 射线 _____ 条, 线段 _____ 条.

分析 根据直线向两方

延伸的特征, 图中有直线 BC, AC 共 2 条; 射线向一方延伸, 以 A 为端点的射线有 3 条, 以 B 为端点的射线有 3 条, 以 C 为端点的射线有 4 条, 以 D 为端点的射线有 1 条, 线段有两个端点, 图中共有线段 6 条.

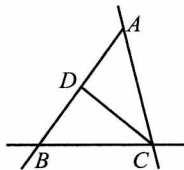


图 1-9

解析 图中有直线 2 条, 射线 11 条, 线段 6 条.

点悟 统计射线条数时应该一个点一个点地统计; 统计线段条数时, 也可以一个点一个





点地统计,只不过要将统计的总数除以2.

例2 图1-10中共有线段 ().

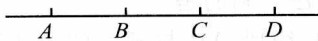


图 1-10

A. 3条 B. 4条 C. 5条 D. 6条

分析 图中的线段有: AB 、 AC 、 AD 、 BC 、 BD 、 CD 共6条,我们可以有两种理解方式,

解析 **解法一**: 如果从左向右的顺序表示线段, A 开头的线段有: AB 、 AC 、 AD 三条, B 开头的线段有: BC 、 BD 两条, C 开头的线段有: CD 一条. 则共有 $1+2+3$ (条) 线段.

解法二: 每个点和其他三个点都能确定一条线段; 则四个点共可以确定 $3 \times 4 = 12$ (条) 线段; 每条线段(如线段 AB) 在 A 点和 B 点各被统计了一次, 因此每条线段都被统计了2次, 所以实际线段的条数为 $\frac{3 \times 4}{2}$ 条.

故选 D.

点悟 可以将这一结论推广到 n 个点的情况: 以一条直线上有 n 个点为端点的线段条数为: $1+2+3+\dots+(n-1)$ 条或 $\frac{n(n-1)}{2}$ 条.

例3 如图1-11, 四点 A 、 B 、 C 、 D , 按照下列语句画出图形:

- (1) 画线段 AB ;
- (2) 画线段 BD , 作线段 BD 的延长线;
- (3) 线段 AC 和线段 DB 相交于点 O ;
- (4) 反向延长线段 BC .



图 1-11

分析 (1) 线段 AB , 就是用直尺将 A 、 B 两点用直的线连结起来; (2) 作线段 BD 的延长线是指从 D 开始, 沿着 $B \rightarrow D$ 的方向画虚线; (3) 画出线段 AC 和线段 DB , 它们相交的地方点个圆点, 标上字母 O ; (4) 反向延长线段 BC 即从点 B 开始, 沿着 $C \rightarrow B$ 的方向画虚线.

解析 如图1-12所示.

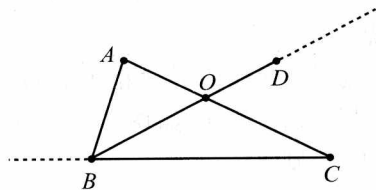


图 1-12

点悟 过两点画线段就是用直尺连结两点, 线段的延长线的方向就是线段字母书写的顺序, 反向延长线的方向就是线段字母书写的反方向.

例4 如图1-13, 图中有几条射线? 其中可以表示的是哪几条?

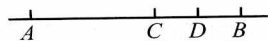


图 1-13

分析 以端点和方向分类, 以 A 为端点的左右各一条, 可表示的是射线 AB ; 同理 C 、 D 、 B 三点亦可找出.

解析 图1-13中有8条射线, 其中可以表示的有6条, 射线 AB 、射线 BA 、射线 CA 、射线 CB 、射线 DA 、射线 DB .

点悟 (1) 射线 AB 、射线 BA 不是同一条射线; (2) 以 A 为端点且方向向左的射线和以 B 为端点且方向向右的射线只有一个字母; (3) 不能把图中射线 AC 、 AD 、 AB 当作三条射线, 它们的端点相同, 方向相同, 所以是同一条射线; (4) 以端点为分类标准, 易于观察, 可保证不重复不遗漏.

例5 如图1-14, 在同一直线上有 A 、 B 、 C 、 D 四点, 已知 $AD = \frac{5}{9} DB$, $AC = \frac{9}{5} CB$ 且 $CD = 4\text{cm}$, 求 AB 的长.

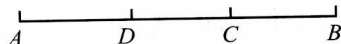


图 1-14

分析 由于 $AD = \frac{5}{9} DB$, $AC = \frac{9}{5} CB$, 我们可借用这一关系, 用一个未知数 x 设出这四个变量, 我们可以用含 x 的代数式表示出

CD 的长,即可得到一个关于 x 的一元一次方程,求出 x 的值,即可得到 AB 的长.

解析 设 $DB = x$ cm, 则 $AD = \frac{5}{9}x$ cm,

$$AB = \frac{14}{9}x \text{ cm.}$$

$$\because AC = \frac{9}{5}CB, \therefore AC = \frac{9}{14}AB = \frac{9}{14} \times \frac{14}{9}x =$$

$$x \text{ cm}, CB = \frac{5}{14}AB = \frac{5}{14} \times \frac{14}{9}x = \frac{5}{9}x \text{ cm.}$$

$$\therefore CD = DB - CB = \frac{4}{9}x \text{ cm.} \because CD = 4 \text{ cm,}$$

$$\therefore \frac{4}{9}x = 4, \therefore x = 9.$$

$$\therefore AB = \frac{14}{9} \times 9 = 14 \text{ cm.}$$

点悟 当题目出现形如“ $AD = \frac{5}{9}DB$ ”或“ $AD : DB = 5 : 9$ ”时,我们一般考虑设未知数,列方程解决这个问题.当题目提供某一线段长时,我们一般考虑使用含未知数的代数式来表示这条线段的长,即可得到一个方程,从而求出未知数的值.

例 6 在同一个学校上学的小明、小伟、小红三位同学住在 A、B、C 三个住宅区,如图 1-15 所示, A、B、C 三点共线,且 $AB = 60$ 米, $BC = 100$ 米,他们打算合租一辆接送车去上学,由于车位紧张,准备在此之间只设一个停靠点,为使三位同学步行到停靠点的路程之和最小,你认为停靠点应该设在_____.

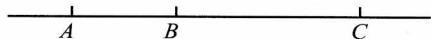


图 1-15

分析 接送车的停靠点有 5 种可能情况, (1)设在 A 住宅区; (2)设在 A 住宅区与 B 住宅区之间; (3)设在 B 住宅区; (4)设在 B 住宅区与 C 住宅区之间; (5)设在 C 住宅区. 要求出停靠点的位置,我们需要分情况讨论.

解析 (1)停靠点设在 A 住宅区,则它们的路程总和为 220 米;

(2)停靠点设在 A 住宅区与 B 住宅区之间,则

它们的路程总和大于 160 米而小于 220 米;

(3)停靠点设在 B 住宅区,则它们的路程总和为 160 米;

(4)停靠点设在 B 住宅区与 C 住宅区之间,则它们的路程总和大于 160 米而小于 260 米;

(5)停靠点设在 C 住宅区,则它们的路程总和为 260 米.

综上所述,确定接送车停靠点应设在 B 住宅区.

点悟 本题既考查了“线段最短”公理,又考查了分类讨论的思想.在解答某些数学问题时,有时会遇到多种情况,需要对各种情况加以分类,并逐类求解,然后综合得解.



课时作业

- 如图 1-16,往返于 A、B 两地的客车,中途要停靠三站,求有多少种不同的车票? 应制作多少种不同的车票?

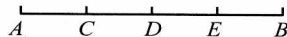


图 1-16

- 如图 1-17,已知: $AB = 20$, C 为 AB 的中点, D 为 BC 的一点, E 为 BD 的中点,且 $EB = 3$,求 CD 的长.

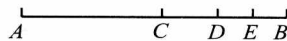


图 1-17

- 如图 1-18,若 C、D、E 将线段 AB 分成 2:3:4:5 四部分,点 M、P、Q、N 分别是线段 AC、CD、DE、EB 的中点,且 $MN = 21$,求线段 PQ 的长.

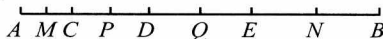


图 1-18



4. 如图 1-19, 直线 MN 表示一条铁路, 铁路两旁各有 A, B 两个工厂, 现要在靠近铁路处建一个货站, 使它到两厂的距离和最短, 问这个货站应建在何处?

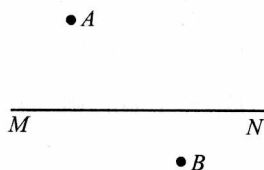


图 1-19

老王独家错题本



	错题数	错题比例	错误原因	错误知识点小结
当堂检测				
课时作业				

通过小小错题本, 检查本课时所学知识. 做错题不可怕, 可怕的是下次还错.

掌握基本知识、基本方法才是最重要的.

中考试题初体验



1. (2010 广西柳州) 如图 1-20, 点 A, B, C 是直线 l 上的三个点, 图中共有线段 ()
A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

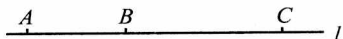


图 1-20

【答案】C

解析 以点 A 为端点的线段有两条 AB, AC , 以点 B 为端点(不含点 A)的线段有 1 条, 一共 3 条线段.

2. (2010 云南) 如图 1-21, 点 C 是线段 AB 上的点, 点 D 是线段 BC 的中点, 若 $AB=10, AC=6$, 则 $CD=$ _____.

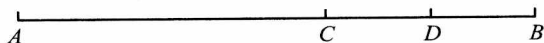


图 1-21

【答案】2

解析 $\because BC=AB-AC, AB=10, AC=6,$
 $\therefore BC=4, \because$ 点 D 是线段 BC 的中点,
 $\therefore CD=\frac{1}{2}CB=2.$

3. (2008 山东威海) 如图 1-22, 一条街道旁有 A, B, C, D, E 五幢居民楼. 某大桶水经销商统计各楼居民每周所需大桶水的数量如下表:



图 1-22

楼号	A	B	C	D	E
大桶水数/桶	38	55	50	72	85

他们计划在这五幢楼中租赁一间门市房, 设立大桶水供应点. 若仅考虑这五幢楼内的居民取水所走路程之和最小, 选择的地点应在 ()

A. B 楼 B. C 楼 C. D 楼 D. E 楼

【答案】C

解析 分别先度量出线段 AB 、 BC 、 CD 、 DE 的长度,然后计算分别计算 B 、 C 、 D 、 E 四幢楼房分别为供应点时的总路程,如 B

楼为供应点时的总路程 $38 \times AB + 50 \times BC + 72 \times BD + 85 \times BE$,最后比较供应点设在哪幢楼时总路程最小.

参考答案

当堂检测

1. B **【解析】** 数轴是一条具有原点、正方向、单位长度的直线;射线的命名具有顺序,所以射线 AB 和射线 BA 不是同一条射线;线段的命名没有方向性,线段 AB 和线段 BA 是同一条线段.
2. C **【解析】** 选项 A 错,用两个字母表示直线时,必须大写;选项 B 错,直线 AB 与直线 BA 是同一条直线;选项 C 对;选项 D 错,若 A 、 B 、 C 、 D 在同一直线上,则直线 AB 与直线 CD 是同一条直线.
3. D **【解析】** 线段有两个端点,可延长也可反向延长,但延长线段 AB 到 C ,不可能使 $AC=BC$;只有反向延长线段 AB 到 C ,才能使 $AC=AB$.
4. D **【解析】** 由于直线和射线都没有长短,所以 A 、 B 两个选项错误;又因为两点确定一条直线,况且 C 答案的已知条件并没有说明 A 、 B 、 C 三点在同一直线上,所以 C 选项的说法也是错误的;而过直线外一点可以画许多条直线与已知直线相交,所以 D 答案是正确的.
5. D **【解析】** $\because C$ 、 D 分别是线段 AB 、 BC 的中点(已知), $\therefore AC=BC=\frac{1}{2}AB$, $CD=BD=\frac{1}{2}BC$ (中点定义), $\therefore CD=BC-DB=\frac{1}{2}AB-BD=AD-BC$. 所以本题选 D.

课时作业

1. **【解析】** 点 C 、 D 、 E 表示图中三站,在线段

AB 中有多少条线段,就有多少种不同票价.从 A 算起,有 AC 、 AD 、 AE 、 AB 、 CD 、 CE 、 CB 、 DE 、 DB 、 EB 共 10 种不同的线段,故有 10 种不同的票价,又由于往返时起始站和终止站恰好相反,故应制作 20 种车票.

2. **【解析】** $\because AB=20$, C 为 AB 的中点(已知), $\therefore CB=\frac{1}{2}AB=10$ (中点的定义),

$\because E$ 为 BD 的中点,且 $EB=3$, $\therefore BD=2EB=6$.

$$\therefore CD=CB-BD=4.$$

3. **【解析】** 设 $AC=2x$, $CD=3x$, $DE=4x$, $EB=5x$, 则 $AB=14x$.

$\because M$, P , Q , N 分别是线段 AC , CD , DE , EB 的中点,

$$\therefore AM=\frac{1}{2}AC=x, NB=\frac{1}{2}EB=2.5x,$$

$$PD=\frac{1}{2}CD=1.5x, DQ=\frac{1}{2}DE=2x.$$

$$\therefore MN=AB-AM-NB=10.5x, PQ=PD+DQ=3.5x.$$

$$\because MN=21, \therefore 10.5x=21, \therefore x=2,$$

$$\therefore PQ=7.$$

4. **【解析】**

如图 1-23,货站应该建在图中点 P 处.

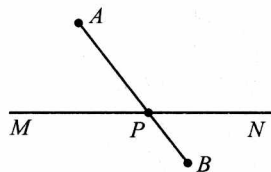


图 1-23





第2课时 角

复习指导



【知识要点】

1. 角的定义

(1)静态观点的定义:有公共端点的两条射线组成的图形叫作角.这个公共端点就是角的顶点,这两条射线叫作角的两条边.

(2)动态观点的定义:由一条射线绕着它的端点旋转而成的图形叫作角.如图2-1,其中开始出发位置的射线(射线OA)叫作这个角的始边,结束位置的射线(射线OB)叫作这个角的终边.



图 2-1

位置的射线(射线OA)叫作这个角的始边,结束位置的射线(射线OB)叫作这个角的终边.

(3)平角、周角

①平角:如果角的终边是由始边旋转半周得到的,如图2-2,这样的角叫作平角,1平角 = 180° .

②周角:如果角的终边是由始边旋转一周得到的,如图2-3,这样的角叫作周角,一周角 = 360° .

③直角:平角的一半是直角,一直角 = 90° ,通常在直角顶点加上“ $\perp$ ”或“ Γ ”标志.

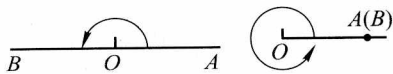


图 2-2

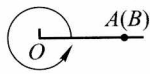


图 2-3

2. 常用的四种表示角的方法

(1)用三个大写字母表示:如图2-4,该角可记为: $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$ (顶点的大写字母写在中间).

(2)用一个大写字母表示:当以某一点为

顶点的角只有一个时,可用表示这个点的字母表示这个角,如图2-4,这个角又可表示为 $\angle O$.

(3)用数字表示:如图2-5中的两个角,可以表示为 $\angle 1$ 和 $\angle 2$,同时原图中,需要在顶点处加上弧线.

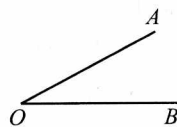


图 2-4

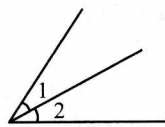


图 2-5

(4)用希腊字母表示:如图2-6中的两个角,可以表示为 $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$,同时原图中,需要在顶点处加上弧线.

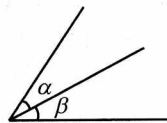


图 2-6

3. 角度的度量

(1)角度的度量方法:最常用的度量角的方法是用量角器来测量.

(2)角的度量单位:常用的角的度量单位是度、分、秒.度、分、秒之间的进率是60,把一个周角平均分成360等份,每一份就是 1° 的角; 1° 的 $\frac{1}{60}$ 为1分,写作“1'”;1'的 $\frac{1}{60}$ 为1秒,写作“1''”.这种以度、分、秒为单位的角的度量制,叫作角度制.

(3)角度的换算:1周角 = 360° ,1平角 = 180° , $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

4. 角平分线

(1)定义:从一个角的顶点出发,把这个角分成相等的两个角的射线,叫作这个角的平分线.

如图2-7,OC是从 $\angle AOB$ 的顶点O出发的一条射线,把 $\angle AOB$ 分成两个角,且 $\angle AOC = \angle BOC$,则OC叫作

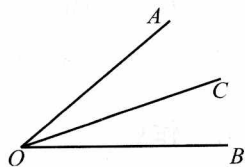


图 2-7

$\angle AOB$ 的平分线.

(2) 符号语言: $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB$,

$\angle AOB = 2\angle AOC = 2\angle BOC$.

5. 互余、互补

(1) 互余: 如果两个角的和等于 90° (直角), 那么这两个角互为余角, 简称互余, 其中一个角是另一个角的余角.

数学语言: 若 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 则 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余; 反之, 若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余, 则 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$.

(2) 互补: 如果两个角的和等于 180° (平角), 那么这两个角互为补角, 简称互补, 其中一个角是另一个角的补角.

数学语言: 若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 则 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补; 反之, 若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补, 则 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

6. 余角、补角性质

(1) 余角性质: 同角 (或等角) 的余角相等.

若 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, 则 $\angle 2 = \angle 3$.

若 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$, $\angle 1 = \angle 3$, 则 $\angle 2 = \angle 4$.

(2) 补角性质: 同角 (或等角) 的补角相等.

若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, 则 $\angle 2 = \angle 3$.

若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 3$, 则 $\angle 2 = \angle 4$.

【考情分析】

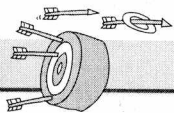
本课时知识包括角的定义、角的表示法、角的度量、角平分线、互余互补的定义及性质, 本课时知识是继续学习其他几何知识的基础, 因此在中考考查一般是综合其他知识一起考查, 特别是角平分线、互余和互补的性质在证明过程中有着重要的应用.

【复习建议】

本课时的重点是理解角平分线的概念、互余和互补的性质, 掌握角的定义和角的表示法, 能够运用角的和差倍分计算角度的问题,

深刻理解余角、补角的性质, 并能运用这些性质解决问题.

当堂检测



- 下列判断正确的是 ()
A. 平角是一条直线
B. 钝角是小于直角的角
C. 钝角是大于直角的角
D. 角的大小与边的长短无关
- 学校、电影院、公园在平面图上的标点分别是 A、B、C, 电影院在学校的正东方向, 公园在学校的南偏西 25° 方向, 那么平面图上的 $\angle CAB$ 等于 ()
A. 115° B. 155° C. 25° D. 65°
- 已知 $\angle AOB = 60^\circ$, 其角平分线为 OM, $\angle BOC = 20^\circ$, 其角平分线为 ON, 则 $\angle MON$ 的大小为 ()
A. 20° B. 40°
C. 20° 或 40° D. 10° 或 30°
- 对于互补的下列说法中:
① $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 则 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 互补; ② 若 $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的补角, 则 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的补角; ③ 同一个锐角的补角一定比它的余角大 90° ; ④ 互补的两个角中, 一定是一个钝角与一个锐角. 正确的有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- $21.36^\circ =$ _____
 $9^\circ 21' 18'' =$ _____.

学习探究



例 1 下列说法: ① 两条射线所组成的图形叫作角; ② 一条射线旋转而成的图形叫作角; ③ 两边成一直线的角是平角; ④ 平角是一条直线. 其中正确的有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

分析 由于①和②没有说明两条射线是否有公共端点, 缺少组成的要素, 因而都是错



的;③正确;④错,因为平角是角,它具有角的顶点、角的两边以及角的内部,直线很显然不具备这些特点.

答案 A

点悟 角的概念是识别一个图形是否是角的主要依据,其他图形的识别也是如此,所以我们要十分重视对概念的正确理解.

例2 如图2-8,

(1)写出能用一个字母表示的角;

(2)写出以点B为顶点的角;

(3)图中共有多少个角?

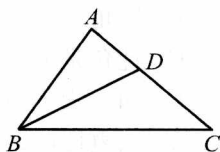


图 2-8

分析 要注意角的不同表示法的使用范围,当同一个顶点处有几个角时,不能用一个大写字母表示.

解析 (1)能用一个大写字母表示的角有: $\angle A$ 、 $\angle C$.

(2)以B为顶点的有3个: $\angle ABD$ 、 $\angle ABC$ 、 $\angle DBC$.

(3)图中共有8个角(其 $\angle ADC$ 为平角).

点悟 在统计图中角的个数时,应有明确的分类标准,可以按顶点来分类,如以A为顶点的角有1个,以B为顶点的角有3个,以C为顶点的角有1个,以D为顶点的角有3个.

例3 计算:

(1)把 3.38° 化为度、分、秒的形式.

(2)把 $28^\circ 18' 18''$ 化成度的形式.

分析 (1) 3.38° 先取整数,得到 3° ,还剩下 $0.38^\circ = (0.38 \times 60)' = 22.8'$,取整数 $22'$,还剩 $0.8' = (0.8 \times 60)'' = 48''$.

(2) $28^\circ 18' 18'' = 28^\circ \left(18 + \frac{18}{60}\right)' = \left(28 + \frac{18 + \frac{18}{60}}{60}\right)^\circ$.

解析 (1) $3.38^\circ = 3^\circ 22' 48''$;

(2) $28^\circ 18' 18'' = 28.305^\circ$.

点悟 (1)将度化为度、分、秒的形式的方法是取整数后乘以60再取整数,再乘以60

后取整数, ...; (2)将度、分、秒的形式化成度的形式的方法是: $a^\circ b' c'' = \left(a + \frac{b}{60} + \frac{c}{3600}\right)^\circ$.

例4 如图2-9,已知: $\angle 1 : \angle 2 : \angle 3 : \angle 4 = 1 : 2 : 3 : 4$,求 $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的度数.

分析 由于本题图中, $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 四个角恰好凑成一个周角,我们可以根据这四个角的比

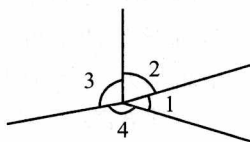


图 2-9

例关系设出这四个角的度数,列方程解决这个问题.

解析 设 $\angle 1 = x^\circ, \angle 2 = 2x^\circ, \angle 3 = 3x^\circ, \angle 4 = 4x^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ, \therefore x + 2x + 3x + 4x = 360$,解得: $x = 36$.

$\therefore \angle 1 = 36^\circ, \angle 2 = 72^\circ, \angle 3 = 108^\circ, \angle 4 = 144^\circ$.

点悟 角的计算问题与线段的计算问题类似,本题可利用 $1 : 2 : 3 : 4$ 设出 $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的度数,然后从题中找出一个相等关系,列出方程解决这个问题.

例5 时针由2点30分到2点55分,时针走了_____度,分针走了_____度.

分析 时钟一圈共12格,一共 360° ,所以每一格 30° .

解析 2点30分到2点55分共经历了25分钟,时针共转了 $\frac{25}{60}$ 格,分针共转了5格,所以时针走了12.5度,分针走了150度.

点悟 时钟上每格 30° ,时针速度 0.5° /分钟,分针速度 6° /分钟,这三个结论是解决时钟问题的基本工具.

例6 已知 α, β 是两个钝角,计算 $\frac{1}{6}(\alpha + \beta)$ 的值,甲、乙、丙、丁四位同学算出了四种不同的答案分别为 $24^\circ, 48^\circ, 76^\circ, 86^\circ$,其中只有一个答案是正确的,则正确的答案是 ()
A. 86° B. 76° C. 48° D. 24°

分析 由于 α, β 是两个钝角,所以必然介

于 $90^\circ \sim 180^\circ$ 之间, 我们求出 $\frac{1}{6}(\alpha + \beta)$ 的范围, 在此范围内的角度可能正确, 在此范围外的角不正确.

解析 $\because \alpha, \beta$ 是两个钝角,

$$\therefore 90^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ.$$

$$\therefore 180^\circ < \alpha + \beta < 360^\circ,$$

$$\therefore 30^\circ < \frac{1}{6}(\alpha + \beta) < 60^\circ.$$

$\therefore$ C 项符合要求.

点悟 探究性问题需要仔细阅读题目, 结合题目中的提示, 挖掘题目中的隐含条件, 找出解决问题的方法.

例 7 如图 2-10, $\angle AOD = 80^\circ$, OB 是 $\angle AOC$ 的平分线, $\angle AOB = 30^\circ$, 求 $\angle COD$ 的度数.

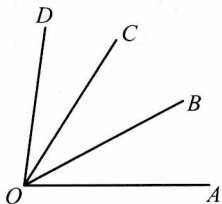


图 2-10

分析 由于 $\angle AOD = 80^\circ$, 根据 $\angle COD = \angle AOD - \angle AOC$ 可知, 要求出 $\angle COD$, 首先要求出 $\angle AOC$, 求 $\angle AOC$ 可由角平分线的定义求得.

解析 $\because OB$ 是 $\angle AOC$ 的平分线, $\angle AOB = 30^\circ$,

$$\therefore \angle AOC = 2\angle AOB = 60^\circ (\text{角平分线的定义}).$$

$$\because \angle AOD = 80^\circ, \angle COD = \angle AOD - \angle AOC,$$

$$\therefore \angle COD = 20^\circ.$$

点悟 如果 OB 是 $\angle AOC$ 的角平分线, 那么

$$(1) \angle BOC = \angle AOB.$$

$$(2) \angle AOC = 2\angle AOB, \angle AOC = 2\angle BOC.$$

$$(3) \angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOC, \angle AOB = \frac{1}{2}\angle AOC.$$

反之, 如果上述各式中任一等式成立, 则均可说明射线 OB 是 $\angle AOC$ 的角平分线.

例 8 一个角的补角是它的余角的 3 倍, 那么这个角的度数是 ()

A. 60° B. 45° C. 30° D. 15°

分析 如果设这个角为 x° , 则它的补角是 $180^\circ - x^\circ$, 余角是 $90^\circ - x^\circ$, 由题目中的所给的数量关系列出等式, 便可以解决问题.

解析 设这个角为 x° , 则根据题意, 得

$$180^\circ - x^\circ = 3(90^\circ - x^\circ), \text{ 所以 } 180^\circ - x^\circ = 270^\circ - 3x^\circ,$$

$$\text{所以 } x^\circ = 45^\circ, \text{ 选 B.}$$

点悟 本题涉及互余和互补两个概念, 涉及的量虽然很多, 但这个角的度数是中心未知数, 设出这个角的度数, 就能很轻松表示出它的余角和补角的度数, 因此这类题目通常都是设这个角的度数为 x° .

例 9 如图 2-11,

$\angle AOB = 90^\circ$, OM 平分 $\angle BOC$, ON 平分 $\angle AOC$, 求 $\angle MON$ 的度数.

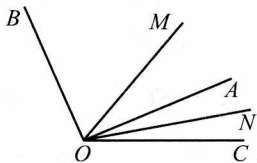


图 2-11

分析 虽然 $\angle AOB = 90^\circ$, 但 $\angle AOC$ 的度数却不知道. 又因为

ON 平分 $\angle AOC$, 所以不妨设 $\angle CON = x^\circ$. 根据两角的差可以求出 $\angle MON$ 的度数.

解析 $\because ON$ 平分 $\angle AOC$ (已知),

$$\therefore \angle AON = \angle CON (\text{角平分线的定义}).$$

$$\text{设 } \angle CON = x^\circ, \text{ 所以 } \angle AON = \angle CON = \frac{1}{2}\angle AOC = x^\circ (\text{角平分线的定义}).$$

$$\text{又 } \because \angle AOB = 90^\circ, \therefore \angle BOC = \angle AOB + \angle AOC = 90^\circ + 2x^\circ.$$

$$\text{又 } \because OM \text{ 平分 } \angle BOC, \therefore \angle MOC = \frac{1}{2}\angle BOC = 45^\circ + x^\circ (\text{角平分线的定义}).$$

$$\because \angle MOC = \angle MON + \angle NOC, \therefore \angle MON = \angle MOC - \angle NOC = 45^\circ + x^\circ - x^\circ = 45^\circ.$$

点悟 求一个角的度数时, 我们通常将这个角拆成另外几个易求角度的角的和或者差的形式, 通过求出另外几个角达到求这个角度的目的.

例 10 如图 2-12, $\angle DOE : \angle BOE = 1 : 2$,

$$\angle DOC : \angle COA = 1 : 2,$$

如果 $\angle AOB = 120^\circ$, 那么 $\angle COE$ 是多少度?

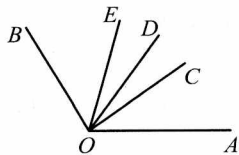


图 2-12

分析 由于 $\angle DOE :$

$$\angle BOE = 1 : 2, \angle DOC :$$